LIVRARIA
DE
J. G. MAZZIOTTI
SALEMA GARÇÃO


CHRISTI
ANVS
DEI
GRATIA
DVX
MEGA
POLITA
SAN
PANTOMETRVM
KIRCHERIANVM
AD SERENISSIMVM CHRISTIANVM
DVCEM MEGAPOLITANVM
Explicatum
à
P. GASPARE SCHOTTO
SOCIET. IESV.
1660
Frölich. fec.

PANTOMETRUM KIRCHERIANUM,

HOC EST,

Inſtrumentum Geometricum novum,

à Celeberrimo Viro

P. ATHANASIO KIRCHERO

ante hac inventum, nunc decem Libris, univerſam pænè Practicam Geometriam complectentibus explicatum, perſpicuiſque demonſtrationibus illuſtratum

à

R. P. GASPARE SCHOTTO

Regiscuriano è Societate JESU, olim in Panormitano Siciliæ, nunc in Herbipolitano Franconiæ ejuſdem Societatis JESU Gymnaſio Matheſeos Profeſſore.

AD SERENISSIMUM PRINCIPEM CHRISTIANUM, DUCEM MEGAPOLITANUM.

HOC INSTRUMENTO,

Quidquid alii variis organis, intricatiſſimis demonſtrationibus, laborioſiſſimis calculationibus præſtant ad Geometriam practicam ſpectans, ſummâ facilitate, brevitate, ac certitudine perficitur.

Cum Figuris æri inciſis, & Privilegio.

Sumptibus Hæredum JOANNIS GODEFRIDI SCHÖNWETTERI Bibliopol. Francofurtenſ.

HERBIPOLI

Excudebat JOBUS HERTZ Typographus Herbipolenſis.

ANNO M. DC. LX.

SERENISSIMO PRINCIPI
AC DOMINO,

D. CHRISTIANO,

Duci Megapolitano, Principi Wandalorum, Suerini, & Razenburgi; Comiti Suerinenſi; terrarum Roſtochii & Stargardiæ Dño &c.

DOMINO MEO CLEMENTISSIMO.

VEniam dabis, SERENISSIME PRINCEPS, ſi Operi meo exiguo atque obſcuriſſimo clariſſimum SERENITATIS TUÆ nomen præfigere ſum auſus. Incredibilis affectus quo me primo ſtatim congreſſu es complexus, amoris ac benevolentiæ ſigna luculentiſſima quæ porrò exhibuiſti, ardor ingens quo Mathe-

matica, hoc eſt, verè Regia colis ſtudia, audacem me fecêre. Exiguum ſanè (haud diffiteor) munuſculum eſt quod Magno offero PRINCIPI; pomum eſt, non caballus Perſicus: verùm quia honorarium majus eſſe nec poteſt, nec debet, quàm ærariũ, ut ei non ab auctore ac donante, ſed ab accipiente accedat magnitudo & pretium; in ſpem venio, id à SERENITATE TUA haud fore ſpernendum. Magnarum Mentium eſt, ad non magna etiam donaria, magno tamẽ affectu exhibita, reſpicere, Cyri exemplo, qui vel pomum oblatum ab agricola non reſpuit, quoniam non donum, ſed animum reſpexit. Poteram quidem, ac fortaſſis etiam debe-

bam aliud exſpectare tempus, donec majus aliquod, ac tanto PRINCIPE dignius elaboraretur Opus; at impetrare à me ipſe non potui, quin hãc qualem qualem grati animi teſſeram, & ingentis erga SERENITATEM TUAM affectus arrham in publicum quàm maturrimè protruderem. Cauſa affectus (ingenuè fateor) eſt quæ ſequitur. Vix SERENITATEM TUAM oculis aſpexeram, vix loquentem perceperam auribus, cùm ſenſi me velut magnetiſmo potentiſſimo rapi. Animadvertebam enim, Illi Palladem in capite, Virtutem in pectore, in ore Gratiam ac Sinceritatem habitare. Deprehendebam indolem, quam meritò amẽt

 omnes;

omnes; ingenium, quod omnes optent; amorem litterarum ac bonarum artium, quem omnes ſuſpiciāt. Obſtupeſcebam tantam, in tanta ſanguinis eminentia, morum ſuavitatem. Si vaticinari Mathematico licet, uti vix alibi uſpiam quàm in SERENITATE TUA verius eſſe credo, in ſummis omnia ſumma reperiri; ita haud vanè conjicio, ſum̃a omnia eandem SERENITATEM TUAM à DEO Optimo Maximo manere. Sed nolo hic in laudes SERENITATIS TUÆ excurrere, nè peccem aliquorum more, qui & libros, & encomia ſimul ingerunt. Tu Tibi, PRINCEPS Magnanime, Tu Imperio, Tu ſubjectis Tibi populis, Tu bonis omnibus

pro-

probatiſſimus, non exſpectas à Mathematico panegyricum. Ars noſtra rerum ferax, verborum ſterilis eſt; neque ſi abundaremus, Tu indiges. Magnam enim illam mentem Tuam, quam præſentes miramur; illa animi, corporis, ſtemmatis ornamenta, quæ ſuſpicimus; in hiſtoriis temporum mirabuntur nepotes, & agnoſcent inſerta Germaniæ annalibus. Vale igitur, Magne PRINCEPS, atque ad magna nate; & DEO, Imperio, ac Patriæ quàm diutiſſimè ac feliciſſimè vive. Ita opto ac voveo Herbipoli Franconiæ, Die XII. Martii, Anni à ſalutifero DEIPARÆ partu M. DC. LX.

SERENITATIS TUÆ

Humillimus Cliens
CASPARUS SCHOTT Soc. JESU.

EIDEM

SERENISSIMO PRINCIPI

Muſæ Mathematicæ

Geometriæ Practicæ Clavem

PANTOMETRUM

dedicabant.

E St vota tandem cernere plurium
Implenda! nam quis ſpreverit artium
Florem MATHESIN, certiore
Quæ methodo nitidam laborat
In veritatis ſcandere Regiam,
Et ſcandit? è quo culmine dum redit,
Stupenda Vulgo, Chara Doctis,
Principibus redit expetenda;
Et culta cur non? difficilis coli
Intexta longis tædia regulis
Addenſat, inviſumque præ ſe
Agmen agit, tetricaſque curas.
Sic vota plebis temnere pertinax,
Nec non amores ludere Principum,
Plebemque vitat, Principeſque
Territat objiciens Labores.
At nunquid uno crimine Principes
Vulgusque peccant? hîc Rea vilitas,
Auguſtus illic ſplendor: ergo
Imparibus quoque plecte pœnis.
Et eſt Matheſis digna palatiis,
Et ſunt Matheſi digna palatia.
Splendore ducatur, Labore
Auſpice ſi nequeat, Matheſis.

Sic

Sic non eâdem lege Beatitas
Vulgi penates viſitat, & domos
Regum ſuperbas. multa Divi
Principibus faciles dedêre.
Illis Honores abſque laboribus,
Illis Voluptas abſque moleſtijs,
Et illaborato paratu
Proſperitas venit ex Olympo.
Quin mitigato Vos etiam datis
Labore, Muſæ, poſſe Matheſeos
Libare flores, fructibusque
Ingenuis recreare mentem?
At ecce! Muſæ ſpe citiùs meâ,
Ad juſta tendunt vota, reconditæ
Matheſeos Clavi repertâ,
(Pantometrum placuit vocare.)
Hæc calculoſas expediet vias,
Hæc metiendi tædia leniet,
Hæc artis Arcanæ receſſus,
Et penitas reſerabit arces.
At unde, quæris, muneris id fluat?
Muſæ dederunt Athanatæ mihi,
Ego parergis dum politum
Do Tibi, me dare credo Luci.
Noſtros Labores, ſi lubet, accipe,
Præcelſe Princeps. hoc pretium feram.
Ingens Laborum, ſi voluptæ
Forſitan hinc aliquid capeſſes.

Plauſus Anagrammaticus,

SERENISSIMO PRINCIPI

CHRISTIANO,

Megapolitano Duci &c.

Cùm Almæ Univerſitatis Herbipolenſis Scholas inviſere dignaretur, ab ejuſdem Univerſitatis Humaniorum Litterarum ſtudioſis exhibitus.

ESſet ſanè vehementer optandum, SERENISSIME PRINCEPS, *ut ipſa, ſi fieri poſſet, Eloquentia Tuam, quâ Muſas noſtras inviſis, humanitatem deprædicaret: ſed quoniam Natura loquēdi facultatem Matri Facundiæ negavit, nobis autem puſillis adhuc & balbutientibus ejus alumnis coram tanta Celſitudine loqui non licet; quod unum reſtat, ſignis ac notis Illuſtriſſimum nomen Tuum ſi non illuſtrare magis, at benevolâ ſaltem mente revolvere tot vicibus conabimur, quot in eodem litteræ deprehenduntur. Agite ergo ſocij, arripite clypeos, inſerite brachia, conſerite manus, pedem figite. En nomen illuſtre*

CHRISTIANUS.

Gaudeat, exultet, vivat, multiſque perennet
Dux Chriſtianus ſæculis.

ANAGRAMMATA.

I.

NI SIT CHARUS.

Diſpeream, NI SIT CHARUS cæloque, ſoloque,
Qui nos benignè viſitat.

II.

CHARIS INTUS.

Ipſa ſuo quem melle replet CHARIS INTUS, & extrà,
Totumque corpus obſidet.

III.

SIT CHARINUS.

Alter

Alter amet Pyladem, plûs diligat alter Oreſtem;
CHARINUS hic SIT omnibus.

IV.

HUNC SI RATIS.

HUNC SI Diva RATIS cœleſtibus invehat oris;
Spernet procellas æquoris.

V.

HUNC SI TRIAS.

HUNC SI ſumma TRIAS ſolito tueatur amore;
Ridebit hoſtiles minas.

VI.

HIS NAT CURIS.

His etenim Princeps placido NAT pectore CURIS,
Ut ſe Deo devinciat.

VII.

IN HAC STRUIS.

HAC IN rupe Struis ſanctæ fundamina vitæ,
Mundumque vincis, & ſtygem.

VIII.

HINC STAS VIR.

HINC tali nixus fulcimine STAS VIR, & omnes
Contemnis adverſarios,

IX.

HUC INTRA SIS.

HUC, precor, INTRA SIS, noſtraſque reviſe Camænas,
Quâ fronte ſpectas ſubditos,

X.

TRAHIS INCUS.

Noſtra TRAHIS pridem præcordia, qualiter INCUS
Fragmenta Magnetis trahit.

M. Georgius Roth S. I. Rhetor. Profeſſ.

FACULTAS R. P. PROVINCIALIS Societatis Jeſu Per Rheni Superioris Provinciam, Auctori facta.

Nithardus Biberus, Provincialis Societatis Jeſu Rheni Superioris.

CUm Librum, cujus titulus eſt, *Pantometrum Kircherianum*, à Patre Caſparo Schott Noſtræ Societatis Sacerdote compoſitum, tres ejuſdem Societatis Sacerdotes, quibus id commiſſum fuit, recognoverint, & in lucem edi poſſe probaverint; facultate nobis ab Admodum Reverendo Patre Goſwino Nickel Societatis JESU Præpoſito Generali communicatâ, concedimus, ut idem typis mandetur, ſi ita ijs, ad quos pertinet, videbitur. In quorum fidem has litteras manu noſtrâ ſubſcriptas, & noſtro ſigillo munitas dedimus. Herbipoli 21. Januarij 1656.

L ✠ S *Nithardus Biberus.*

FACULTAS R. P. PROVINCIALIS SOCIETATIS JESU per Rhenum ſuperiorem, Bibliopolæ facta.

EGo Ricquinus Göltgens Societatis JESU *per Rhenum ſuperiorem Præpoſitus Provincialis, poteſtate ab Admodum Reverendo Patre noſtro Goſwino Nickel Præpoſito Generali ad id factâ, concedo Hæredibus Ioannis Godefridi Schönwetteri facultatem imprimendi Librum, cui titulus, Pantometrum Kircherianum, à P. Caſparo Schott Societatis noſtræ Sacerdote compoſitum, atque à deputatis ad id Patribus lectum, approbatumque. In cujus rei fidem hoc illis chirographum manu meâ, ſigilloque communitum dedi Spiræ 3. Ianuarij 1660.*

L ✠ S Ricquinus Göltgens.

TESTI-

TESTIMONIUM
R. P. Athanaſij Kircheri è Societate JESU,
Operis Auctori datum.

Benevolo Lectori

Athanasius Kircherus S. J.

Cum olim Inſtrumentum quoddam Geometricum, quod Pantometrum appellare viſum fuit, tum in eorum qui à tædioſis Arithmeticæ regulis ut plurimùm abhorrere ſolent, tum potiſſimùm in Principum uſum excogitaverim, quo calculorum ſubmotâ difficultate, univerſæ Geometriæ praxis exhiberetur; ac proinde P. Gaſpari Schotto, meo tunc temporis hîc Romæ in re Litteraria Socio, hujus Inſtrumenti uſus tum facilitas, tum certitudo, quam vario & multiplici exercitio ſibi comparaverat, non parum arriſiſſet: nihil antiquius, optatiuſque illi fuit, quàm ut illud publici juris faceret. Quod ſanè eâ quâ fieri poteſt induſtriâ, & ingenij ſui commendatione hoc præſente Libro magnâ meâ, aliorumque quibuſcum contulerat, ſatisfactione præſtitit, dum totius Inſtrumenti, ſingularumque ſub eo contentarum πράξεων leges, ita pulchrè docet, adeo ſolidâ rationum geometricarum apodixi evolvit, ut ſummum inde Reipublicæ Mathematicæ emolumentum emanaturum confidam Romæ 25. Martij 1656.

AD

R.P. ATHANASIUM KIRCHERUM, Pantometri Kircheriani Inventorem,

P. NICOLAUS MOHR è Societate Jeſu.
Obſervantiæ & Amoris ergò.

De Te cùm audio,
Vir in Mathematicis maxime,
R. P. ATHANASI KIRCHERE;
Mihi ipſi diſſimilis
Opto, quod fieri poſſe nego,
Priora ſæcula redire,
Ut erubeſcant:
Et, ſi ad columnas fortè,
Quas ſtatuerunt
Ptolemæo, Gemmæ Friſio, Orontio Finæo, Purbachio,
Latino Urſino, Appiano, Magino, Clavio &c.
Fixerunt NON PLUS VLTRA; refigant,
Tu progreſſus es dudum
PLVS VLTRA;
Quando in Mathematicis Diſciplinis
Humani Ingenij limitem propè es egreſſus:
Qui omnia tam facilè capis unus;
Quàm difficulter ſingula capiebant ſinguli:
Vt non rebus aut diſcendis aut inveniendis
Tua Capacitas;
Sed res ipſæ diſcendæ & inveniendæ deeſſe viderentur
Tuæ Capacitati.
Hoc ſcilicet eſt quod meritò ſtupet Orbis;

Nec

Nec caperet ipſe, niſi te caperet
Orbis Caput.
Teſtatur hoc PANTOMETRVM Tuum
(Nam ad reliqua, nè incurram, non auſim excurrere)
Quo Tu uno metiris omnia,
Quæ plures pluribus inſtructi non valuerunt.
Novo compendio laborum!
Et ita feliciter;
Vt, dum minûs præſtas, plura tamen præſtes.
Sic per Te modò GEOMETRIA videtur fieri
Publici juris,
Quando peritis ſimul & imperitis per Te fit
Communis.
Nam ita metiendi Artem doces
Hoc Tuo PANTOMETRO,
Vt eo inſtructi jam Tyrones præſtare poſſint,
Quod tentare olim non audebant Magiſtri.
Nemo enim tam eſt ab Arithmetica alienus,
Tam Matheſeos nemo eſt ignarus;
Quem tu non ex tempore facias
GEOMETRAM
Sine demõſtrationibus certũ, ſine calculationibus perfectũ.
Nec tamen propterea vileſcit Ars;
Quando & Principes, & Duces, & Reges,
Imò & Imperatores fieri dignantur
Per tuum PANTOMETRVM
GEOMETRÆ,
Aut quomodo vileſcat quod magni fecit
FERDINANDVS III.
Trium Coronarum Rex,
Romani Imperij Auguſtus

IMPE-

IMPERATOR?
Cujus Judicium nemo non probat;
Niſi qui improbat Majeſtati eum junxiſſe
ARTES LIBERALES:
Quas ita amavit, ut coluerit;
Ita coluit, ut ſuas fecerit.
Vnde oriebatur,
Vt quàm cum Imperij Proceribus verſaretur graviter,
Tam converſaretur ſuaviter
Cum Litteratis:
Inter quos ita de ſcientijs agebat,
Vt docere vidererur.
Probavit is PANTOMETRVM primò,
Cùm obtuliſti Anno ſæculi hujus trigeſimo primo:
Et ſe approbaſſe, oſtendit,
Quia deſcribi illud juſſit & demonſtrâri
A Te, quem non minùs amavit,
Quàm ſcientias tuas æſtimavit.
Paruiſti, & PANTOMETRUM adumbraſti
HERBIPOLI,
In Univerſitate Eoo-Julia Matheſeos tunc Profeſſor:
Ut jam mirum non ſit explicatiùs illud
Primùm in lucem etiam prodire
HERBIPOLI,
Adlaborante & explicante
R. P. GASPARE SCHOTTO Regiscuriano
FRANCONE.
Neque enim ab alio potiùs debuit,
Quàm à Tuo in eadem Cathedra Succeſſore:
Nec ab alio meliùs potuit,
Quàm à Diſcipulo & Laborum Socio,

Cu

Cui Te, tuaque credis omnia;
Quique, Te ipſo teſte, mentem tuam unus optimè
Aſſequitur in Tuis.
Nec alibi priùs decuit, quàm HERBIPOLI,
Ut eadem eſſet patria concepti & editi
PANTOMETRI.
Verùm, quantum putetur cunque perfectum
PANTOMETRUM Tuum;
Tamen eſſe notatur defectuoſum.
Vin' dicam? Venia ſit verbo:
Cùm omnia metiatur, Tui tamen ingenij non metitur
Capacitatem:
Quanquam hoc ipſo fortè eſt perfectiſſimum;
Quòd, dum in capacitate ſua cedit Tuæ,
Te ſemper ſuum profitetur
INVENTOREM & AUCTOREM;
Ut Te verè faciat
ATHANASIUM,
Dum famæ & Nomini tuo pariet
ΑΘΑΝΑΣΙΑΝ.

)o( )o( )o(PROOE-

PROOEMIUM OPERIS.

De Pantometri Kircheriani præſtantia, appellatione, inventione, ac facilitate; deque præſentis Operis methodo.

MUlta fuerunt, Benigne Lector, à variis doctiſſimiſque viris nullo non tempore vel excogitata de novo, vel novis inventionibus illuſtrata Organa, Geometriæ practicæ operationibus non minori facilitate quàm ingenio peragendis apprimè utilia: cujuſmodi ſunt Scala Altimetra, Quadratum Geometricum, Quadrans Aſtronomicus, Baculus menſorius, (quem S. Jacobi baculum appellant aliqui) Protheus Militaris, Horoſcopion Planimetrum, Holometrum, Henrimetrum, Annulus Aſtronomicus, Aſſerculus Geometricus, Menſula Prætoriana, Gnomon Geometricus & Aſtronomicus, aliaque ſimilia quàm plurima; quæ ingenioſiſſimè adinvenerunt, auxerunt novis praxibus, ſcriptis libris illuſtrarunt, Ptolemæus, Gemma Friſius, Orontius Finæus, Latinus Urſinus, Purbachius, Appianus, Maginus, Clavius, Creſcentius, Silvius Belli, Zublerus, Hulſius, Metius, Theiſnerus, Dantes, alijque innumerabiles ferè. Nullum tamen præcla-

rius,

rius, nullum ingenioſius, nullum facilius, univerſalius, certius excogitatum hactenus fuiſſe videtur, quàm illud, quod delineat graphicè, explicatque dilucidè vir doctiſſimus P. Athanaſius Kircherus, meus olim in Mathematicis Præceptor, lib. 2. Artis Magneticæ Parte 2. Cap. 3. Quod quidem Inſtrumentum ipſe ab utilitate & fabrica appellat Pantometrum, Ichnographicum, Magneticum; ego verò ab Auctore Kirchero haud immeritò Kircherianum vocandum cenſeo. Pantometrum appellat ipſe, eò quòd unum omnia metiatur; latitudines ſcilicet, longitudines, altitudines, profunditates, ſuperficies, corpora, terreſtria, Cœleſtia, quidquid denique omnibus omnium ferè aliorum inſtrumentis metiri ſolemus; præter innumerabiles alios, quos habet, uſus. Ichnographicum appellat, quia ejus uſus in Ichnographijs maximè elucet, ut ipſe ait; ut ego, quia in ijſdem ichnographijs facilior, jucundiorque, ac fortè etiam certior eſt ejuſdem, quàm ullius alterius, praxis. Magneticum denique appellat, quia in ejus uſu Magnes, ſeu Verſorium Magneticum pyxidi incluſum, non ultimum locum obtinet.

Occaſionem autem inventionis hujus Inſtrumenti prædicto Patri Athanaſio dedit (ut ipſemet fatetur loco citato, paulò ante Caput tertium) P. Joannes Reinardus Ziglerus Societatis noſtræ, vir omni eruditionis genere, raràque rerum experientiâ, cumprimis celebris; quod ipſe

poſtmodum P. Kircherus varijs occaſionibus ad perfectionem deduxit, Auguſtiſſimoque Imperatori Ferdinando III. *tunc Auſtriæ Archiduci, anno hujus ſæculi 31 obtulit; cujus juſſu etiam tunc ejuſdemmet deſcriptionem ac demonſtrationem Herbipoli, cùm Mathematicam publicè in illa Univerſitate prælegeret, confecit; juriſque publici feciſſet, niſi furore bellico primùm impeditus, deinde docendi munere in exteris Nationibus diſtractus, deſiſtere ab incepto fuiſſet coactus; donec Romæ tandem, dum hujus ejuſdem ſæculi anno quadrageſimo primo primam Magneticæ Artis editionem moliebatur, aliorum importunis precibus ſollicitatus, id tandem Operis citati citato loco interſeruit, loco tamen minimè importuno.*

Accedit & hoc ad huius egregij Inſtrumenti commendationem, quòd non ſolùm Geometriæ & Arithmeticæ peritis (quales ſcientias aliorũ inſtrumenta ferè omnia requirunt) uſui eſſe poſſit, ſed etiam huiuſmodi ſcientijs penitus deſtitutis. Scimus nos, quotidianâ experientiâ edocti, pleroſque abſterreri ab utiliſſima æquè ac iucundiſſima dimetiendi Arte, vel ignorantiâ demonſtrationum Mathematicarum, vel imperitiâ Calculorum Arithmeticorum, ut ut ab inſtrumentis ſint inſtructi; aut certè moleſtiâ in demonſtrationibus & calculationibus, quas callent optimè, peragendis. At hoc noſtrum, ſeu potiùs Kircherianum Inſtrumentum, tale eſt, ut quidquid præſtan-

tiſſimi

*tiſſimi Mathematici varijs hactenus præſtiterunt orga-
nis, ſubtiliſſimiſque roborarunt demonſtrationibus, adhi-
bito multiplici Arithmeticæ adminiculo; ſine omni Arith-
meticæ ſubſidio, ac ferè ſine ulla demonſtrationum mole-
ſtia, imò ſine ulla demonſtratione præſtari poſſit. Vidi ego
non ſemel Romæ ſummâ animi voluptate, cùm Auctor in-
ſtrueret nobiliſſimos Adoleſcentes, Barones, Comites, Du-
ces, Principes, quà indigenas, quà exteros, qui Mathe-
maticas ſcientias nè à limine quidem ſalutaverant, nec
primis Arithmeticæ elementis imbuti erant; eos tamen In-
ſtrumentum tam dextrè tractare, & propoſita geometri-
ca, geodæticaque problemata tàm peritè ſolvere, quàm à
ſummo Geometra exſpectari potuiſſet.*

*Quoniam tamen & iucundiùs animo illabitur, quod
penitiùs perſpicitur; & tenaciùs hæret, quod ſolidiùs do-
cetur ac diſcitur; & certiùs poſſidetur, quod evidentiùs
demonſtratur; rem gratam me, Geometriæ ſaltem pra-
cticæ Tyronibus, facturum putavi, ſi quem Auctor doctiſ-
ſimus inſtrumenti ſui uſum breviter ac compendio, nec
niſi duodecim problematibus deſcribit, ac ferè ſine demõ-
ſtrationibus, ſi primum excipias problema (quod quidem
doctioribus, & in menſurandi arte exercitatis abundè ſa-
tis eſt;) ego pluribus declararem propoſitionibus, ſinguliſ-
que demonſtrationem ſubijcerem; aut quì ſingulæ demon-
ſtrari poſſint, indicarem.*

Sic tamen rem totam diſponam, ut ſi quis demonſtrationibus minùs afficitur, aut in illis minùs verſatus fuerit, earum doctrina propoſitionum nudarum doctrinæ nihil officiat, ac nè remoretur quidem ipſarum lectionem. Tradam enim primò doctrinam propoſitionum, & quidquid ad praxin pertinet, quodque cuique ſatis eſſe poſſit; deinde verò demonſtrationem ipſam ſubijciam, peculiari titulo, diverſoq; characteris genere diſtinctam, ut dignoſci ſine labore, & omitti, ubi libuerit, poſſit. Deducam etiam ex propoſitis demonſtratiſque Propoſitionibus varia Corollaria, ac ſubinde Scholia addam, quæ utilia iudicavero; quorum tamen pleraque eâdem libertate omitti poterunt. His præmonitis, ad Inſtrumenti fabricam accedamus; ubi priùs totius Operis ideam paucis exhibuerimus, ut unico quaſi intuitu, quid in illo contineatur, comprehendas.

SYNOPSIS
Totius Operis

PRacticæ Geometriæ operationes omnes eò præcipuè diriguntur, ut exactam continuæ quantitatis dimenſionem indipiſcamur; Linearum dico, ſeu diſtãtiarum, Superficierum, & Corporum. Corpora dimetienda aut ſolida ſunt, aut inania: ſuperficies aut dimetiendæ ſolùm, aut delineandæ, aut dividendæ: utraque, ſuperficies dico, & corpora, aut augenda diminuendavè, aut in alias figuras transformanda. Omnia hæc nullo Geometrico Organo faciliùs

ciliùs certiùſque fiunt, quàm Pantometro Kircheriano, ut luce clariùs toto hoc Opere oſtendam. Quod ut præſtem, nec Geometris ſolùm, & in Mathematico pulvere exercitatis, ſed Ageometris etiam, Tyronibuſque omni Matheſeos ſubſidio deſtitutis me accommodem, (qui præcipuus fuit ſuſcepti laboris ſcopus) in ſequentes Libros dividendum cenſui præſens Opus.

Primus Liber *erit Technicus, continebitque Inſtrumenti Pantometri Kircheriani, omniumq; ejus partium, plenã & exactã fabricam; aliarumq; rerũ ad ejus uſum neceſſariarũ præparationem.*

Secundus Liber *erit Euthymetricus, ſeu de linearum rectarum dimenſionibus; quo omnis generis lineas in directum porrectas, & ſecundùm quemlibet ſitum, longitudinem videlicet, latitudinem, altitudinem, profunditatem, horizontaliter, perpendiculariter, diametraliter ſeu obliquè extenſas, dimetiri docemus modis varijs, facillimiſque, abſque ulla Arithmetices operatione, & abſque demonſtrationum Geometricarum cognitione; quamvis illæ ſingulis apponantur operationibus, eâ methodo, eaque de Cauſa, quas in Procemio Operis explicavimus.*

Tertius Liber *erit Embadometricus, ſeu de ſuperficierum dimenſionibus; quo omnis generis ſuperficies, planas, curvas, triangulares, quadrangulares, polygonas, regulares, irregulares, rectilineas, curvilineas, & quidquid demum in planum extenſum eſt, ut ſunt campi, horti, ſylvæ, lacus, & ſimilia, dimetiri docemus, modis non minùs ut antea varijs ac facilibus, & ſi opus eſt, ſine arithmetico calculo, ac ſine demonſtrationibus; quamvis ubique illæ apponantur.*

Quartus Liber *erit Ichnographicus, ſeu de Plantarum, ut vocant, delineationibus; quo quarumcunque & cujuſcunque figuræ planitierum, Urbium, domuum, ſubterraneorum locorum, Regionum, ſylvarum, lacuum, ſimiliumque locorum Ichnographiam perficimus ſummâ facilitate & certitudine.*

Quin-

Quintus Liber *erit Stereometricus, ſeu de ſolidorum dimenſionibus; quo omnis generis Corpora, regularia, & irregularia, ut ſunt tetraëdra, hexaëdra, octaëdra, dodecaëdra, icoſaëdra, pyramides quotcunque facierum, pyramidia, ſphæræ, ſphæroides, cylindri, coni, conoides parabolici, hyperbolici &c. dimetimur.*

Sextus Liber *erit Coilometricus, ſeu de concavorum dimenſionibus; quo omnis generis vaſorum, cubicorum, cylindricorum, mixtorum, pyramidalium, conicorum; doliorum item vinariorum, cupparum, urnarum, poculorũ, quin & lacuum, puteorũ, conclaviũ &c. capacitatem inveſtigamus, præparatis in hunc finem cubimetricis ac cylindrimetricis* Regulis, *Pantometro noſtro inſcribendis.*

Septimus Liber *erit Geodæticus, ſeu de terræ diviſionibus; quo modum docemus dividendi campos & planities, quaſcunque in figuras efformatas, trilateras, quadrilateras, multilateras, in partes quotcunque, & quomodocunque.*

Octavus Liber *erit Metamorphoticus, ſeu de planorum, corporumque transformatione ab una in aliam figuram; ſimulque de augendis, minuendiſque figuris, tam planis, quàm ſolidis.*

Nonus Liber *erit Hydragogicus, ſeu de Libellatione ac deductione aquarum per alveos, aquæductus, canales &c. ubi varia Libellatica Inſtrumenta, præter Pantometrũ noſtrum adducimus, & non inutilia in Hydragogorum gratiam afferimus documenta.*

Decimus denique ac ultimus Liber *erit Varius, continebitque Problemata Arithmetica, Grammodætica, Cyclometrica, Trigonometrica, Polygonographica, Metamorphotica, Statica, aliaque plurima, non minùs facilia, quàm jucunda, quæ Pantometri Kircheriani ope perfici poterunt.*

Ex quibus quidem omnibus, alijſque innumeris quæ afferri in medium poſſent, patebit evidentiſſimè, nihil ferè in toto Mathematicarum Pragmatiarum cenſu contineri, quod hujus nobiliſſimi Inſtrumenti uſum effugiat.

LIBER I

LIBER PRIMUS.
TECHNICUS,

Sive

De Pantometri Kircheriani fabrica, rerumque ad ejus uſum neceſſariarum præparatione.

VT Pantometri noſtri, cujus uſum ſequẽtibus Libris deſcribimus, ac demonſtramus, fabricam ritè perficere poſſis; omnes eius partes, quâ potero claritate, & verbis, & ſchematiſmis, ob oculos animumque tuum, Lector, proponere conabor. Et licet aliis etiam modis, ac fortè commodioribus, conſtrui poſſit; eo tamen modo, quo Auctor ipſum deſcribit, quoque ipſemet pro ſe, aliiſque id fieri curat, depingam. Quòd ſi mentem meam aut ego declarare, aut tu percipere nequiveris, difficile fortaſſe non erit, inſpiciendi unius iam confecti copiam nanciſci; nam ad diverſas Regiones allatum jam eſt ab iis, qui hîc & Romæ illius uſum â nobis didicêre. Hiſce deinde annectemus aliarum rerum ad Inſtru-

menti uſum neceſſariarum præparationem. Duas ergo hic Liber habebit partes; Prima continebit Inſtrumenti, & partium eius fabricam; altera aliarum rerum ad Inſtrumenti uſum neceſſariarum præparationem.

PARS PRIMA.

Pantometri Kircheriani fabrica, & partes.

PAntometrum Kircherianum, cujus fabricam proponit P. Athanaſius Kircherus Lib. 2. Artis Magneticæ Par. 2. Cap. 3. Probl. 1. multis conſtat partibus, quarum tamen nonnullæ deſunt in illo, quo ipſe utitur, quodque pro aliis paſſim, præſertim Viris principibus, & pro ipſa etiam Cæſarea Majeſtate fieri curavit. Poſterius hoc in ſolis Geometricis uſum habet; prius illud etiam in Aſtronomicis, doctrina & uſu ſinuum, & reſolutionibus triangulorum Sphæricorum. Nos utrumque cum ſuis partibus proponimus; poſterius quidem hìc, prius verò infrà in fine Operis. Quod hìc deſcribimus, Simplex appellabimus; quod infrà, Compoſitum. Sic ergo ſimplex conſtruitur.

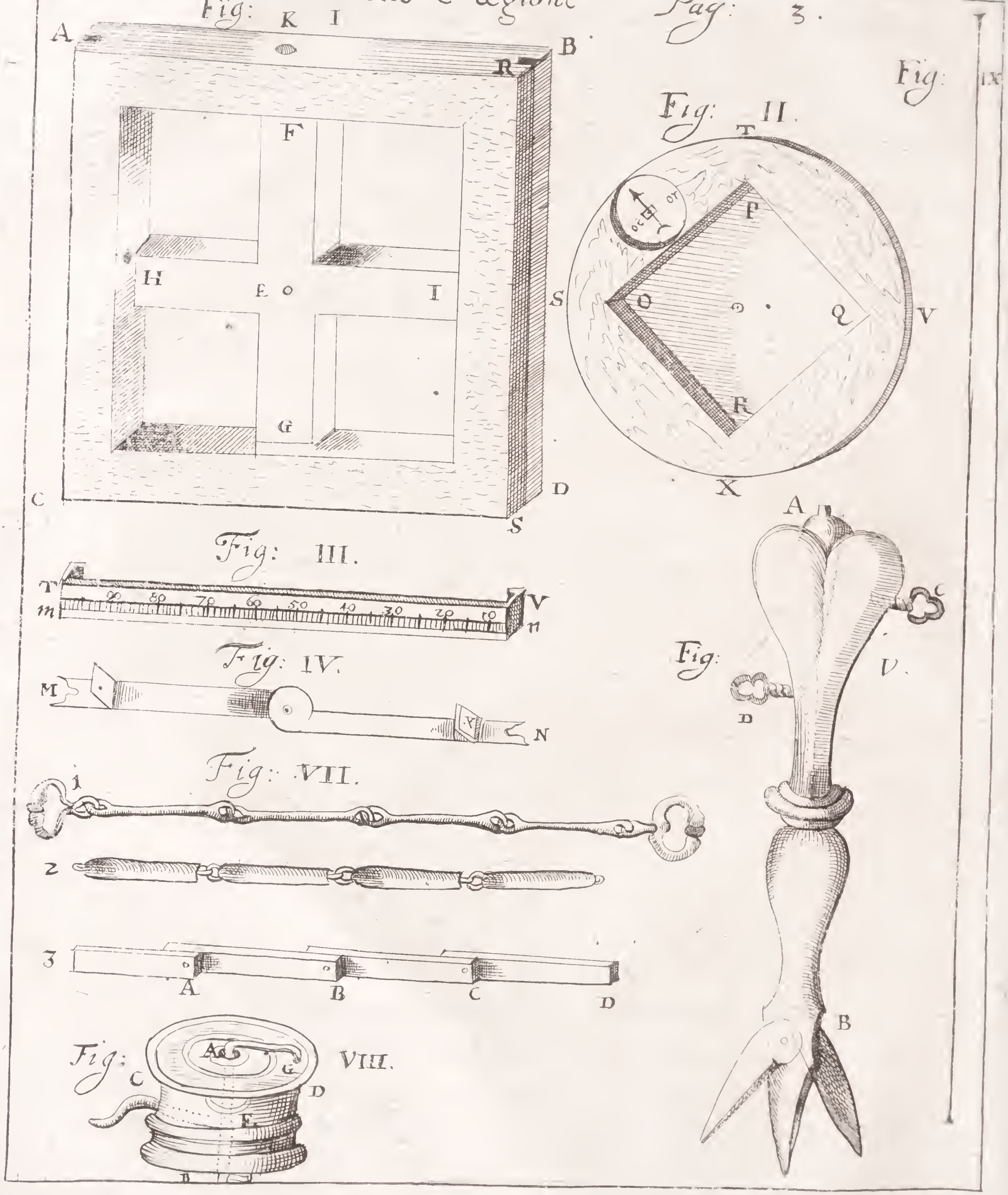
PRAGMATIA I.

Quadratum Pantometri præparare.

Figur. I. Iconiſ. I. FIat ex ligno ſolidiſſimo, ac benè exſiccato, ut buxo, ebeno, pruno, alio vè ſimili, quadratum ABCD (quod majoris commoditatis & ornamenti ergo orichalco in ſubtiliſſimas laminas diducto veſtiri poterit) cujus latus quodlibet unius ſit pedis in longitudine paulòve minus, aut majus; craſſitie verò digiti latitudinem non excedat. Fiant deinde alia duo veluti brachia, FG, HI, decuſſa-

im-

Iconismus I Ponatur è regione Pag: 3.



tim in medio, ubi E, coagmentata; quibus quadratum ABCD impoſitum connectatur, & tota Inſtrumenti moles ſuſtentetur. In horum brachiorum centro fiat foramen rotundum E, ut in eo orbis ſuperimponendi (de quo mox) axis veluti polus circumagi poſſit. His ita peractis, habebis primam Inſtrumenti partem præparatam.

PRAGMATIA II.

Orbem Pantometri fabricare.

Fiat Orbis STVX, ejuſdem exactè cum ABCD quadrato deſcripto craſſitiei; tantæque magnitudinis, ut ſuâ diametro latera quadrati ABCD intrinſeca præcisè adæquet, atque exactè tangat (conſiſtit enim in hac adæquatione totius ferè Inſtrumenti perfectio:) atque hoc ſitu ita firmetur Orbis prædictus intra quadrati latera, & ſupra brachia FG, HI, ut tamen quadratum circa ipſum Orbem volvi ac revolvi in gyrum poſſit, prout aliquo modo apparet in figura STVX, ſi quadrato prædicto impoſita atque inſerta intelligatur. Figur. II. Iconiſ. I.

In ipſo porrò Orbe STVX excavetur aliquò uſque quadratulum OPQR, ita ut Cavitati imponi poſſit charta, & tabula quadrata, ejuſdem cum quadratulo OPQR capacitatis. Serviet autem charta ad lineas in ea ducendas plumbo, aut rubricâ, in operationibus geometricis peragendis, ſi tabulæ quadratæ adglutinetur cerâ, aut aliâ ratione.

PRAGMATIA III.

Pyxidem Magneticam Pantometri conficere.

Præterea in Orbis STVX parte aliqua largiori, v.g. inter S & T, excavetur ſpatium rotundum, quod acui magneticæ impoſitæ, & ſupra obelum ſuum verſatili ſufficiat; impoſitâque acu magneticâ ad magnetem excellentis virtutis legitimè affrictâ, claudatur ſuperiùs vitro, tum nè excidat acus, tum nè à vento dimoveatur. In fundo verò ſpatii rotundi excavati notentur duæ lineæ rectæ, interſecantes ſe in centro ad angulos rectos: & uni quidem Figur. II. Iconiſ. I.

adſcribatur ab una extremitate ORIENS, ab altera OCCIDENS; alteri verò ab una extremitate MERIDIES, ab altera SEPTENTRIO; quod tamen hîc in figura, propter ejus exilitatem, non eſt factum. Et hæc poſterior repræſentat lineam meridianam, ſi magneticum verſorium ab ea non declinat; alioquin notanda etiam erit linea declinationis, juxta dicta in Arte Magnetica Lib. 2. par. 1. Progym. 3. vel 4. Spatium verò rotundum excavatum appellabimus poſt hac pyxidem magneticam.

PRAGMATIA IV.

Curſorem Pantometri ordinare.

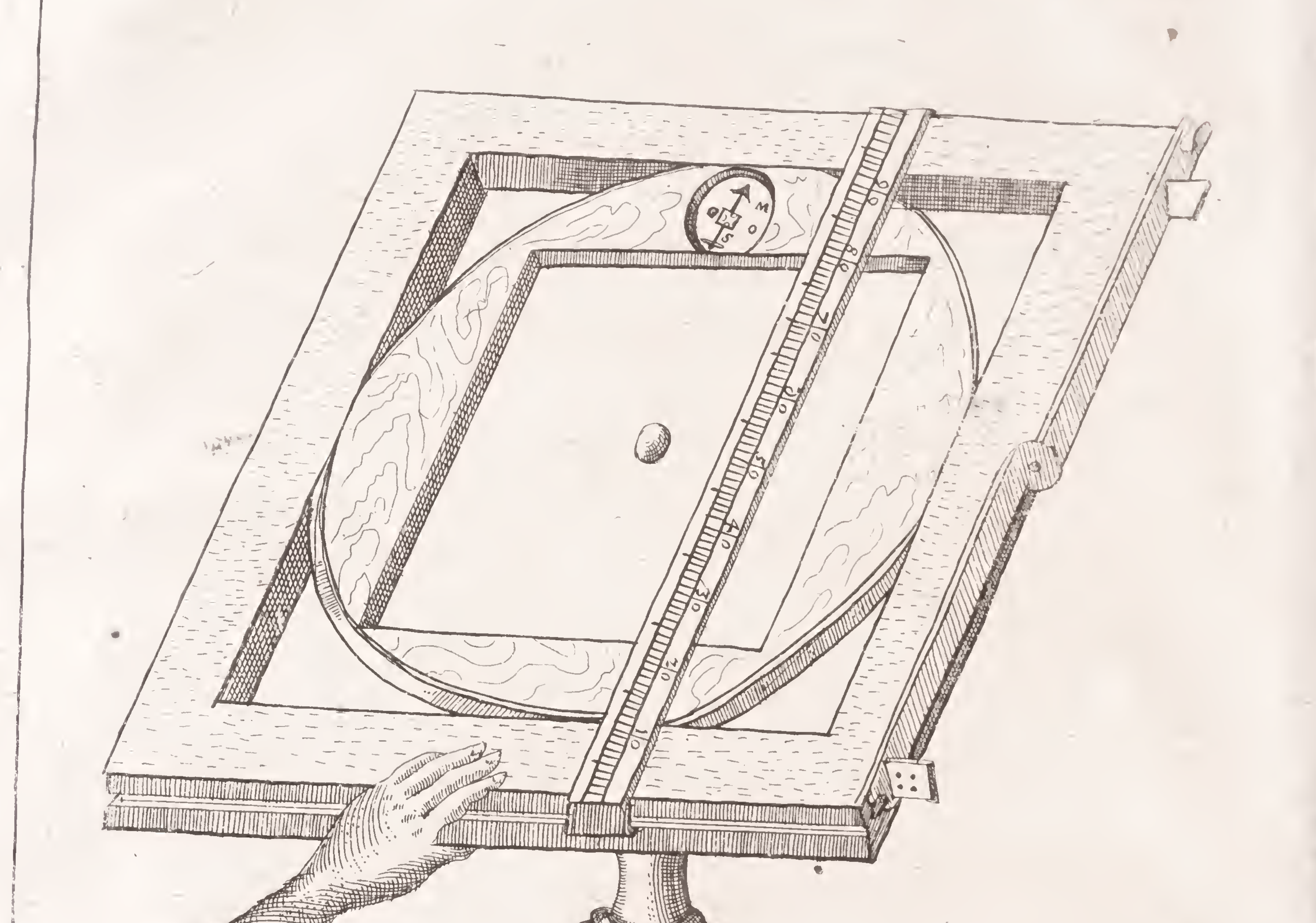
Figu. III. Iconiſ. I. IN latere DB, quadrati ABCD, excavetur canalis RS, ut in eo Regula ſive Curſor TV, pro uſurpantis arbitrio huc illucque, ſeu ſurſum deorſum verſus B & D moveri poſſit. Qui quidem Curſor TV adeo exactè dicto canali inſeri debet, ut lateribus quadrati AB, & CD, ſemper ſit parallelus; ſive quod idem eſt, ut lateribus AC, & BD ſemper normaliter, ſeu ad angulos rectos inſiſtat: in hoc enim ſi peccatum eſſet, Inſtrumentum fallax admodum redderetur, & exiguæ perfectionis.

Poſſet etiam prædictus Curſor aliâ ratione aptari, ita ut præfatum ſitum parallelum cum lateribus AB, CD, aut normalem cum lateribus AC, BD ſervaret ſemper; quod induſtrii artificis ingenio relinquitur: v.g. Si in ſuperficie extima lateris BD, fieret canalis RS, ut dictum, & Curſori TV affigeretur manubriolum, quod intra Canalem RS, huc illuc diſcurrere poſſet, ſecumque Curſorem deferre ita, ut prædictum ſitum parallelum ad latera AB, CD ſemper retineret. Vt verò ſitum in operatione actuali acquiſitum pro operationis exigentia conſtanter, quàm diu opus fuerit, retineat dictum manubriolum, firmari poterit cochleola.

Debet autem prædictus Curſor TV fieri ex ære, aut ebeno, ſimilivè materia dura, ſolida, & ſubtili; vel ſi ex ligno ejuſdem cum quadrato ſpeciei fiat, poterit in medio ſecundùm longitudinem MN inſeri lamella ex orichalco, aut ebore: qualem in præcedenti figura TV monſtrat faſciola in medio Regulæ notata, & punctis ac lineolis diſtincta.

Præ-

Iconiſmus II. Ponatur è regione. Pag: 5.



Præterea in hac lamella Curſoris, aut in ipſo Curſore duci debent duæ, pluresvè lineæ ſecundùm totam longitudinem, eæque dividi in 100, aut 200 minutiſſimas æquales partes, appoſitis numeris, ut præcedens figura monſtrat.

PRAGMATIA V.

Regulam dioptricam Pantometri conſtruere.

EXteriori ſuperficiei Lateris AB quadrati ABCD, in loco K, adaptabis Regulam MN, dioptris ſuis inſtructam, qualem Fig. IV. Iconiſmi I. monſtrat: cujus longitudo adæquet totius lateris prædicti longitudinem. Hanc Regulam in loco K quadrati ita firmabis cochleolâ, ut eam elevare, deprimere, firmare poſſis, prout libuerit, aut opus fuerit. Vocetur autem Regula hæc, dioptrica Regula, ſeu abſolutè Dioptra. Figur. IV. Iconiſ. I.

PRAGMATIA VI.

Pedem Pantometri fabricare.

PEdem Inſtrumenti ita fabricabis. Ex ligno ſolido fiat forceps AB, in teretem, aut triangulosam ſuperficiem elaborata: quæ forceps fiſſuram in capite deorſum verſus habeat, ut cochleolis C, D, à latere immiſſis diduci aut conſtringi poſſit. Tribus hujus forcipis lateribus, aut punctis æquè inter ſe diſſitis, ubi B, tres pedes aculeis ferreis armatos ita accommodabis cochleis, ut inſtrumentum totum in quamlibet, pro pedum divaricatorum ſitu, poſitionem conſtitui poſſit. Forcipis autem cavitati globum ligneum indes, qui & ſuperiùs, ubi A, foramen quadratum habeat, capax axis ſive capuli quadrilateri è centro E quadrati ABCD intra brachia FG, HI, prominentis. Globus autem cum Inſtrumento in eo firmato, in omnem partem mobilis intra cavitatem forcipis cochleis C, D, è latere appoſitis firmari poterit. Atque hæc eſt totius inſtrumenti, ejuſque partium fabrica, quam totam ſimul unico ſchemate ob oculos Lectoris ponere hîc placuit. Vide Figur. Iconiſmi II. Figur. V. Iconiſ. I. Figur. Iconiſ. II.

Cautela, pro Pantometri uſu neceſſaria.

Cave, quicunque hoc noſtro Inſtrumento Pantometro uteris, in actuali ejus uſu, in quo verſorii magnetici requiritur directio, ab omni præſentia ferri, imò ab ipſo ferri odore, & ab omnibus aliis ferreæ aut magneticæ naturæ corporibus, cujuſmodi ſunt lateres ferruginei, calx indurata, fibulæ ferreæ veſtium, & ſimilia: incredibile enim eſt, quàm facilè, & quã ſubinde enormiter hujuſmodi ferrea aut magnetica corpora verſorium à linea ſua polari ſeu meridiana divertant; ac proinde magnorum in operatione errorum cauſa eſſe poterunt, niſi fugiantur.

PARS SECUNDA.

Aliarum rerum ad Kircheriani Pantometri uſum neceſſariarum præparatio, atque explicatio.

Duo præcipuè in hac ſecunda Parte præſtabimus: primò docebimus modum præparandi Virgam menſoriam, ſive Decempedam: Secundò trademus nonnulla de Pede Romano antiquo, ejuſque genuina menſura, & de modo eandem ad exteras Nationes transmittendi.

CAPUT PRIMUM.

De Funiculo, ſeu Virga catenavè menſoria, deque Decempeda.

IN plurimis Geometriæ practicæ operationibus, præſertim verò in Agrimenſoriis, imò in omnibus fere Euthymetricis, Embadometricis, Ichnographicis, Gæodeticis, aliiſque ſimilibus dimenſionibus, neceſſaria eſt menſura aliqua longitudinis major, in alias minores, & in iis Regionibus, in quibus menſuratio fit, uſitatas diviſa; quâ diſtantiam ab uno ad alterum ſignum, ab uno ad alterum locum dimetiamur. Videndum igitur hîc eſt, quænam ſit huic negotio apta, quæ inepta, & quomodo præparanda.

Multi

Multi utuntur fune lineo, aut cannabino, in pedes, palmos, cubitos, ulnas, decempedas &c: diviſo. At quoniam funes hujuſmodi, cùm mãde fiunt (quod ſæpe contingit, dum pluvia inter menſurandum ingruit) contrahuntur, & ſolito breviores redduntur; Cùm verò ſicci ſunt, facilè extenduntur, & ultra naturalem menſuram excreſcunt, ita ut ſæpe ſpatio non maiori quàm quatuor aut quinque Decempedarum, unius pedis differentiam inducant, ſeu per exceſſum, ſeu per defectum, (quæ differentia non contemnendum in multiplicationibus errorem inducit;) clarum eſt, hujuſmodi funes prædicto negotio minimè aptos eſſe.

Alii igitur, ut ſimiles funes à madore, & à nimia ſiccitate defendant, cerâ durâ illos perfricant, aut liquefactæ intingunt: alii verò oleo perfuſos, ac bene maceratos traducunt per liquefactam ceram ac ſulphur. At licet hac ratione nonnihil à madore defendantur, ab extenſione tamen, contractioneque, etiam notabili, minimè immunes redduntur, uti experientiâ docuit.

Alii adhibent funes ê ſetis equinis contortos, aut ex aliis capillis confectos. At licet hi commodiores ſint prioribus, minusque extendantur, ac contrahantur; non ſunt tamen ab omni errore liberi.

Alii prædictorum funium uni extremitati alligant globum plumbeum duorum, trium, quatuorvè librarum; globum collocant paulò ante ſignum, aut locum, â quo menſurare incipiunt; funem extendunt verſus alterum ſignum, aut locum, eumque eâ moderatione trahunt, donec ſequatur nonnihil pondus alligatum. Idem faciunt in ſecundo ſigno, aut loco, verſus tertium; & idem in tertio verſus quartum &c. conanturque in omnibus locis eâdem vi trahere funem cum pondere; ſicque putant, funem in omnibus locis & operationibus ſervare eandem extenſionem. At quis non videt, quantis erroribus ſit hæc praxis obnoxia? præſertim ſi funis in aliis operationibus ſiccus eſt, in aliis madidus.

Alii funem, ut dictum, oleo ac cerâ oblinunt, eumque antequam operationem incipiant, madefaciunt;, & dum ſiccari incipit, iterum humectant, idemque ſępius repetunt. Sed hi coguntur locis omnibus, & tempore omni, dum prolixas inſtituunt agrimenſiones, aquas ſecum deferre. Nec tamen obviant erroribus, cùm neque ſic extenſionem & contractionem funis prohibere queant.

Alii

Alii non fune,ſed perticâ utuntur, diviſâ in certum pedum numerum. At dum metiuntur, perticam non extendunt per terram,ſed poſitâ priùs unâ ipſius extremitate in ſigno, à quo incipiunt operationem,dum extremitatem alteram verſus terram declinant,eâque ſignum terræ imprimunt, elevant alteram: idem faciunt poſitâ priùs unâ extremitate in hoc ſecundo ſigno impreſſo,idem in ſequentibus. Itaque ab uno ad alterum ſignum non notant ſpatium æquale perticæ, ſed minus; dicuntque, ſcire ſe, quantum cuique ſpatio addendum ſit, ut perticæ ſit æquale. At ego huic modo minùs quàm præcedentibus fidendum cenſeo: ideoque alium certiorem inveſtigo.

Alii igitur,& meliùs,utuntur perticâ duas decempedas, ſeu viginti pedes longâ,hac ratione. Iuxta latus menſurandum, in agris & campis, extendunt funem ab uno ſigno ad alterum,& juxta funem proſternunt perticam, incipiendo à primo ſigno, notantq; ad ejus extremitatē alterū ſignum;à quo iterum incipiunt perticam proſternere juxta funem; ſicque ad finem uſque totius lateris progrediuntur,notantes interim diligenter numerum perticarum. Idem faciunt in aliis lateribus dimetiendis, Habet tamen huiuſmodi pertica hoc incommodi, quòd non ita facilis eſt ad portandum,nec ita commodè adhiberi poteſt in locis non planis. Ideo

Alii loco perticæ catenam uſurpant ex filis ſeu virgis ferreis compoſitam,atque in decempedas diſtinctam. Quæ quidem virgæ annulis inter ſeſe connectuntur, ut primum Schema Fig. VII. Iconiſmi I. monſtrat. Quælibet virga inter duorum annulorum centra pedem unum exactè adæquat; omneſque numeros ſuos habent adjunctos,ut facilè numerari poſſint. In utraque autem catenæ totius extremitate annuli ſunt majores,ut commodè manu teneri poſſint,& catena extendi. Menſor itaque antequam dimenſionem inchoet, juxta lineam viſualem ab uno ad alterum determinatum ſignum diſponit arundines ſeu baculos perpendiculariter erectos; deinde in primo ſigno,in quo dimenſionem incipit,humi defigit,ſi poteſt,bacillum breviculum, eique annectit primum catenæ annulum majorem,& juxta arundines diſpoſitas extendit catenam,ultimoque ipſius annulo majori immittit alium bacillum breviculum, eumque terræ infigit: tunc ipſe, aut alius

Fig. VII. Iconiſ. I.

alius adminiſter priorem bacillum refigit humo, alterique bacillo adhuc annexam catenam extendit iterum ſecundùm arundines diſpoſitas, & operatur ut antea; ſicque procedit ad finem uſque, notando interim benè numerum catenarum integrarum, atque virgarum ferrearum, hoc eſt, decempedarum ac pedum.

Illuſtris Dominus Carolus viginti millia, Eques Panormitanus, omni ſcientiarum genere excultus, & in Mathematicis, Geometria præſertim practica, exercitatiſſimus, in dimēſione Siciliæ, quam bis Hiſpaniarum Regis juſſu ſummâ curâ peregit, dum inibi degerem, & jam luci publicæ parat, utebatur ſimili catenâ, non ex ferreis, ſed ligneis virgis compoſitâ, quarum quælibet quinque pedes habebat in longitudine, & omnes ferreis annulis erant inter ſeſe connexæ, numero decem; unde & facilè complicari, & ſine incommodo magno circumferri, in faſcem colligatæ, poterant, & ſummâ etiam facilitate explicari atque extendi, ut non ſemel ipſemet ſum expertus apud ipſum. Inſpice ſecundum ſchema Fig. VII. Iconiſmi I.

Hæc pro agrorum atque camporum dimenſionibus, aliorumque ſpatiorum longiorum. Pro aliarum rerum non ita longarum dimenſionibus non incommodum eſt inſtrumentum, quo communiter utuntur Architecti, Arcularii, ſimileſque Artifices Romani, & repræſentat ſchema tertium dictæ Fig. VII. Bacilli ſunt complures priſmatici, ſeu parallelepipedi A B, B C, C D, &c. ſinguli longi pedem dimidium ab A ad foramen B, & à foramine B ad foramen C, & à foramine C ad aliud foramen, aut ad finem D. Hi in B, & in C &c. ſuperponuntur ſibi invicem, & per foramina correſpondentia adigitur claviculus teres utrimque repandus, circa quem converti poſſunt bacilli, & complicari inter ſeſe, ac ſine incommodo circumferri, atque extendi pro libitu.

Alii ſegmenta chartæ pergamenæ longa ac ſtricta in funiculum conſuunt ad inſtar prædictæ figuræ, eaque dividunt in pedes, aut palmos, aliaſvè minutiores menſuras. Deinde funiculum circumplicant cylindrulo utrimque chalybeis & acuminatis apicibus veluti polis armato, & ita complicatum funiculum includunt capſulæ rotundæ, ac per centrum tam fundi quàm operculi capſulæ adigunt polos chalybeos & acuminatos cylindruli A B, ita ut cylindrus intra dicta centra circumvolvi poſſit. De- Fig. VIII. Iconiſ. I.

B mum

mum in latere capſulæ rimam E exſcindunt, & per eam chartaceum è pergameno funiculum exſertum extrahunt ad longitudinem deſideratam; factâque dimenſione contorquent in gyrum cylindrulum adunco manubriolo A G axis extremitati A per capſulæ operculum tranſeunti annexo, ſicque introtrahunt funiculum. Sed appoſita figurâ VIII. Icon. I. rem meliùs ob oculos ponet.

Veteres Romani virgas ſeu perticas menſorias, quibus utebantur, in decem dividebant pedes, eaſque propterea decempedas appellabant. Hoc tempore diverſæ nationes diverſimodè ſuas dividunt perticas, nimirum aliquæ in pedes 10, aliæ in 12, aliæ in 14, aliæ in 16, aliæ in alium numerum. Expediret tamen, ut omnes uterentur decempedâ, ob facilitatem arithmeticarum operationum, præſertim multiplicationis, ſuppoſitâ prædictâ diviſione in decem partes, ut dicemus lib. 3.

CAPUT SECUNDUM.

De Pedis Romani antiqui genuina menſura, à Villalpando tradita.

OMnes ferè Nationes, inter cœteras intervallorum menſuras, utuntur Pede, eumque in minutiores particulas, puta palmos, pollices, digitos, uncias, aliaſvè ſimiles diſpeſcunt; extendunt in majores, nempe cubitos, paſſus, decempedas, perticas, ſtadia, milliaria, alias. At tanta eſt apud diverſas nationes pedis varietas, quanta linguarum, & fortaſſe etiam major; vixque una natio cum altera convenit; imò nè civitas quidem una cum altera civitate. Eademque eſt de cœteris menſuris pede minoribus aut majoribus, ab ipſo tamen dependentibus, ratio. Et tamen maximoperè expediret, ut ſcriptores diverſarum Regionum, qui ſuis in Libris quoquo modo de menſuris agunt, aut menſuras uſurpant, vel uſurpare præcipiunt, in pedis ſaltem menſura, qua omnes ferè Nationes uti diximus, convenirent, utpote à qua cæteræ dependent. Ex omnibus igitur omnium nationum pedibus unus eligendus eſſet, & in exemplum omnibus proponendus, ad quem cæterarum gentium pedes compararentur, accommodarenturque. Quod quidem facere conati ſunt non pauci; ſed alii

omni-

omnibus præferunt Rhynlandicum apud Leydenſes in Hollandia uſitatum, ut Willebrordus Snellius in ſuo Eratoſthene Batavo; alii Bononienſem recentiorem, ut P. Joannes Baptiſta Ricciolus in ſuo eruditiſſimo Almageſto Novo; alii Viennenſem, ut Amuſſis Ferdinandea; alii Pariſienſem, ut Marinus Merſennus in Libro de menſuris, Ponderibus, ac Nummis, alibique paſſim; alii alios. Ego ex omnibus jure meritiſſimo eligendum puto Pedem Romanum antiquum, illum videlicet, qui ſub Auguſto & Veſpaſiano Imperatoribus uſitatus erat, utpote qui olim communis vel erat, vel eſſe debebat (ut conſtabit ex dicendis) toti Romano Imperio: præſertim cùm alii etiam graviſſimi Auctores illo utantur, aut certè uti ſe autument, eumque aliis in exemplum proponant. Hujus igitur Romani Pedis antiqui menſura vera & genuina cùm mihi certiſſimè & indubitanter conſtet, de eo nonnihil hìc diſſerendum cenſui, oſtendendumque, quis, & quantus ſit, & qua ratione certò inventus; addendumque deinde, qua arte ipſius menſuram genuinam aliæ etiam nationes indagare, invenireque certiſſimò poſſint: Utrumque enim tam gratum, quàm utile futurum exiſtimo ſtudioſo Lectori, totique Reipublicæ Litterariæ. Primum præſtabimus hoc atque ſequenti Capite, poſterius Capite quarto.

Multi multùm laborarunt, ut veram Romani Pedis antiqui menſuram, aut in Scriptorum veterum monumentis repertam, aut ex Urbis ruderibus erutam aſſequerentur, ac poſteritati tranſmitterent, at pauci ſcopum attigerunt. Alii enim deſideratam menſuram nunquam attigerunt; alii verò poſtquàm alieno labore illam obtinuiſſent, neſcio quo errore longè ab illa diverſam aliis vendiderunt. Omnium feliciſſimè in hoc negotio operam ſuam collocarunt, ſub finem ſuperioris ſæculi, viri doctiſſimi ac diligentiſſimi è noſtra Societate P. Joannes Baptiſta Villalpandus, & P. Chriſtophorus Grünbergerus, Hiſpanus ille, iſte Germanus, & in Romano noſtro Collegio tunc Mathematicæ Profeſſor. Eruerunt enim certiſſimam, ac prorſus genuinam dicti pedis menſuram è Congio Farneſiano, cujus Archetypum etiamnum in Farneſiani Palatii Gazophilacio ſuperſtes ſpectavi ſæpius ſummâ animi voluptate; ectypum verò, ab ipſomet Villalpando extractum è Farneſiano, & incredibili accurarione elaboratum,

in celeberrimo R. P. Athanaſii Kircheri Muſeo aſſervamus. Ut verò rem totam, Reipublicæ Literariæ adeo utilem, intelligas penitiùs; ex eodem Villalpando Tomo III. Apparat. par. 2. lib. 2. cap. 11. & lib. 3. cap. 25. narrandam cenſui; quæ ita ſe habet.

Audierat Villalpandus, Congium antiquum metallicum menſuræ exactiſſimæ pondo decem, olim à Cæſare Veſpaſiano, & Tito ejus Filio, in Capitolio Romano poſitum, velut normam omnium Romani Imperii menſurarum ac ponderum, aſſervari in ditiſſimo antiquarum rerum promptuario Eminentiſſimi Domini Odoardi Cardinalis Farneſii. Sciebat etiam, ante non multos annos Lucam Poetum, ingenioſum virum ac ſolertem, prædictum Congium examinaſſe, menſuraſſe, ponderaſſe, ut inde certi aliquid de antiquis Romanorum menſuris ac ponderibus erueret, quippe qui ſciebat, Congium Romanum aquâ plenum pendiſſe olim decem libras Romanas. At cùm veritatem quæſitam inde Poetus non fuiſſet aſſecutus, deſideravit vehementer Villalpandus eundem Congium inſpicere, examinareque, ſi fortè certius quid inde elicere poſſet. Cùm igitur Cardinali prædicto ſignificaſſet deſiderium, quo tenebatur, videndi, pariterque menſurâ ac pondere examinandi antiquum illum ſuum Congium; is, tum propter innatum ſtudium quo bonarum artium tenebatur, tum vel maximè propter ſingularem animi benevolentiam, qua Ordinem noſtrum proſequebatur, annuit; addiditque ſe velle experimentum coràm ſpectare, atque auctoritate ſuâ ab omni falſitatis & deceptionis ſuſpicione tueri. Igitur ſtatuto die, qui fuit tertio Nonas Martij anni 1598, horâ quoque ſtatutâ, cùm juſtiſſimam bilancem, quam attulerat Villalpandus, fune appendiſſet ex unco ferreo, qui in media feneſtra pendebat, variaque pondera, alia majora, alia minora attuliſſet, ex duriſſimis ſaxis, in eadem bilance examinata; allatus fuit ipſi Congius, à Luca Poeto olim examinatus. Erat is ex Orichalco ductili; ejuſque inſcriptio, lineæ, ac ſigna omnia ita erant (& etiamnum ſunt) integra, ac perſpicua, ac ſi tunc diductus, efformatuſque fuiſſet. *De ejus tamen antiquitate nullus aut dubitavit, aut dubitare meritò poterit*, inquit Villalpandus. Habebat rimulas quaſdam tenuiſſimas; quas rubrâ cerâ obturavêre prædicti Patres, ut aquam infuſam fideliter retineret. Vaſis forma erat duplicis decurtati coni, baſibus

anne-

annexis; quam exhibet exactiſſimè æri inciſam atque impreſſam Villalpandus loco cit. cap. 25. inter pag. 500, & 503. Colli ſummum orificium menſuræ terminus erat; cujus quaſi cuſtodia erat labrum ſuperimpoſitum, ut præter alios uſus liquorem infuſum cohiberet, nè efflueret, & deperderetur, néve menſurantis manus inficeret. Inſcriptionem exteriori dorſo inciſam characteribus majuſculis hanc habebat.

IMP. CÆSARE
VESPAS. VI.
T. CÆS. AUG. F. IIII COS.
MENSURÆ
EXACTÆ. IN
CAPITOLIO
P. X:

ADerat, dum P. Villalpando afferebatur Congius, Eminentiſſimus Cardinalis; & Nobilis vir Petrus Albertinius Juris utriuſque Doctor, ejuſque publicus Profeſſor in Alma hujus Urbis Academia, ejuſdem Cardinalis familiaris; aliique ex eadem familia aliquot viri Nobiles pariter, atque ingenioſi. Aderat & Pater Chriſtophorus Grünbergerus, ut ſuprà dicebam, publicus Collegii noſtri Romani Mathematicarum diſciplinarum Profeſſor, miráque cùm in Matheſi univerſa, tum in ſumendis experimentis ſolertiâ præditus: quem proinde ſocium ſibi adſciverat Villalpandus, vel potiùs eorum omnium, quæ peragenda forent, experimentorum effectorem, & judicem. Miniſtrabant ipſis ad nutum, Cardinalis juſſu, adſtantes ejuſdem famuli. Igitur primùm vas illud antiquum æneum aquá benè dilutum fuit, nè quid poſtea aquæ ponderandæ ſuâ imbiberet ſiccitate. Lotum, atque exinanitum, in altera pendentis libræ lance erectum conſtituerunt; in altera verò lance pondera temperaverunt, inani vaſi æquiponderantia. Mox eidem lanci, in qua erant pondera, lapidem unum impoſuerunt decem æquas libras pendentem. Attulerant & ampullam vitream, in qua ſæpius appenderant aquæ pu-

ræ uncias viginti, (quæ ſunt Sextarii menſura, & Congii pars ſexta) aſſignaverantque extrinſecùs in anguſtiori collo ejuſmodi aquæ terminum. Et quoniam Congii denæ libræ (quas Congium capere diximus) uncias viginti ſupra centum complectuntur, quarum ſexta pars ſunt unciæ viginti; ideo rogati conſtanter aſſerebant, ampullam illam ad uſque prædictum colli ſignum plenam, ſexies effuſam, totum illud magnum vas expleturam. Quod quamvis admirationi ferè omnibus, qui tunc aderant, fuit; rem totam breviſſimo experimento mox ſecuturo confirmandam teſtabantur. Allata eſt igitur continuò è limpidiſſimâ ciſternâ aqua puriſſima. Quinquies ampullam in vas illud magnum effuderat Pater Grünbergerus, & bonam ſextæ partem, cùm adhuc vas elevatum, ſidente pondere, manebat: tantâque omnes exſpectatione, ac ſollicitudine tenebantur, ut vehementer etiam ipſe P. Grünbergerus dubitare inceperit. Nec tamen propterea paulatim aquam infundere deſiſtebat. Mirum dictu: effuſâ tandem ampullâ, vas uſque ad colli terminum ex æquo plenum, pondera ſimul elevata, libræque examen ita in medio fixum ſtetit, ut non mobilis libra videretur, ſed fixa & permanens; atque ita permanſit, donec cominus omnes accedentes, oculati poſſent eſſe teſtes juſtæ librationis vaſis ex æquo pleni, ita tamen, ut aqua madefaceret potiùs quàm operiret latiorem illam vaſis partem à labro ſuperimpoſito efformatam. Verùm quò omnes certiores magis multò redderentur, non defuit adſtantium unus, qui numerum infuſarum aquæ ampullarum in dubium revocaret. Quare Congium in argenteum magnum guttum paulatim profundere cæperunt, nè quidquam aquæ efflueret, atque eo deinde ampullam impleverunt, & in argenteam concham ſexies, omnibus pariter numerantibus, effuderunt. Quo factum eſt, ut eadem aqua, Congii menſuræ, ſextariorum numero, ac decem librarum ponderi, omnium probante judicio, ex æquo reſpondere probaretur.

Supererat tamen aliud experimentum, quo non minùs tunc indigere ſe arbitrabatur Villalpandus, quàm reliquis (nondum enim illas omnes mathematicas rationes, quas poſtea citato ſuprà tomo 3. lib. 1. explicavit fusè, doctéque, excogitaverat) cubicum inane ligneum vas è cupreſſinis tabulis, ac nuceis, è ſemipede Romano

mano antiquo, quem perlectis plurium Scriptorum ſententiis ſelegerat tanquam legitimum, ſuis permotus rationibus, confecerat, ſecumque attulerat. Quod quidem vas ita oleo, coloribuſque quibus pictores utuntur, obliniverat, ut aquam continere facilè poſſet; effundere, aut imbibere nullâ ratione poſſet. Hoc igitur vas aquam illam, quam menſurâ, pondereque examinaverant Villalpandus & Grunbergerus, ex æquo capere teſtabantur. Id quod tamen minùs veriſimile adſtantibus videbatur: nam latè patens in argenteâ conchâ limpida illa aqua tanta erat, ut ligneum illud vas bis expletura videretur. Verùm ita illud exactè complevit, ut nè una quidem aquæ gutta vel addi, vel detrahi poſſe ad juſtam cubi menſuram judicaretur. Quapropter mens atque animus Villalpandi & Grünbergeri ejuſmodi experimentis ita conquievit, ut non ampliùs in dubium revocarint, aquam, cujus Congius ille capax erat, pondere lapidi decem librarum, quem lanci alteri antea, præter lapides vaſi æquiponderantes, impoſuerant, æqualem eſſe; & ſemipedem illum, quem ad conſtruendum prædictum cubicum vas adhibuerant, eſſe ſimiliter genuinum ſemipedem Romanum antiquum; & tandem Congii Farneſiani prædicti altitudinem ab interiori fundo ad ſummum labrum, ejuſdem Romani antiqui pedis integri longitudinem exactiſſimam exhibere.

Hactenus de Congio Farneſiano: cujus cùm Villalpandus dimenſiones omnes, omniaque ſigna diligentiùs notaſſet, & capacitatem; alium Congium materiâ, formâ, magnitudine, ac capacitate ſimilem formari curavit, quem à Patre Grünbergero ſibi traditum aſſervat in Muſeo ſuo, ut ſuprà innui, P. Athanaſius Kircherus. Diu quæſiverat Villalpandus Romæ artificem, qui metallum, Farneſiani Congii materiam, deducere poſſet, aut vellet, utpote quod malleo vix cedat, quin frangatur. Tandem tamen incidit in alienigenam, qui id præſtitit. Fateor tamen, noſtrum Congium Farneſiano longè inferiorem eſſe, ſi vaſis nitorem, & æris diducti æqualitatem conſideres; quamvis quoad formam, altitudinem, capacitatem, ab illo nè hilum differat. Abſolverat pænè alienigena prædictus Congium incheatum in ædibus ſuis, adſtante, ac opus dirigente Villalpando, cùm caſu illac pertranſiit vir quidam ipſi tunc ignotus, qui ſimile quoddam vas

inter

inter pretioſa maximi cujuſdam Principis, tanquam minùs pretioſum aſſervare ſe ajebat. Cujus videndi cùm facultatem petiiſſet Villalpandus, liberaliter & videndi, & apud ſe habendi diebus non paucis permiſit, eâ lege, ut nè cui manifeſtaret, à quo, aut apud quem vas illud vidiſſet. Credi vix poteſt, ac nè cogitari quidem, ipſomet Villalpando teſte, quantâ perfuſus ſit lætitiâ, ejuſmodi vaſe perſpecto; quòd cogitaret, plurium teſtium auctoritate rem ſcitu jucundam pariter, ac neceſſariam magis ac magis confirmari. Erat hoc fuſile ex ære, quod vulgò dicitur *bronzo*, exteriùs affabrè elaboratum, ſed altera ex parte exeſum, atque inſtauratum, ita ut refoſſum fuiſſe videretur ex antiquorum ædificiorum ruinis. Sed, ut ſemper animus contraria iis, quæ deſiderat, ſuſpicatur, dubitare mox cœpit, num recens factum ad imitationem Farneſiani vas illud fuiſſet, præſertim cùm facilè modi plures ipſi occurrerent, quibus illa omnia, quæ videbat, antiquitatis argumenta, ementita eſſe à ſolerti artifice potuiſſent. Cœpit anceps animus in novo Congio rimari menſuras omnes, atque artificioſas illas obſervationes, quas in antiquo illo admirabatur; atque ita ad amuſſim omnia reſpondere comperit, ut nullâ ratione perſuadere ſibi potuerit, ea omnia ab aliquo artifice obſervari potuiſſe, cui nota omninò non eſſent. Mihi hunc Congium videre non contigit: Farneſianus autem, ac noſter cùm mihi cogniti ſint, ac de illius antiquitate, hujuſque cum illo conformitate dubium nullum habeam, credamque firmiſſimè (quod & alii viri doctiſſimi faciunt, quos paulò pòſt adducam) utriuſque altitudinem Romani Pedis antiqui menſuram exactam referre; cognita etiam mihi erit certiſſimò ejuſdem Pedis genuina menſura; quod principio aſſerebam.

CAPUT TERTIUM.

Grünbergeri, & Ghetaldi judicium de Pede Romano antiquo, à Villalpando prodito.

REperi Romæ inter Patris Chriſtophori Grünbergeri Manuſcripta chartam, in qua notata eſt linea recta, æqualis dimidio pedi Romano antiquo, de quo agimus, cum adjuncta Nota, manu

manu propriâ dicti Patris exarata, cujus hæc eſt Epigraphe. *Dimidium Pedis Romani antiqui, quem ſuo in Apparatu Vrbis ac Templi dedit Villalpandus, confirmavitque Marinus Ghetaldus in ſuo Archimede redivivo.* Subjungit deinde ſequentia verba. *Hic quantum differat à Rinlandico, videat Eratoſthenes Batavus: neque enim differentia tantilla eſt, ut debeat curſim præteriri. Tantum verò eſſe, quantus hîc deſcribitur, ſic perſuaſum habeo, ut alium admittere nefas putem. Præſens fui ipſe, ipſeque dimenſus ſum Congium illum Farneſianum, Romanis è ruderibus erutum, quem olim in Capitolio repoſuerat T. Veſpaſianus, ut inſcriptio indicat, quæ ita ſe habet.* Hîc adjungit Grünbergerus inſcriptionem illam, quam in Capite præcedeuti adduximus. Deinde proſequitur in hunc modum. *Hic Congius aquâ ciſternæ plenus cùm à nobis trutinâ quàm accuratiſſimè axaminaretur, deprehenſus eſt æquare decem libras, quas non minori diligentiâ ex ſemiuncia Hiſpanica, quâ ibidem Aurifices uti ſolent, confecimus, quamque procul dubio uſurpavêre antiqui. Niſi fortè Congius nobis oblatus adulteratus fuit, non verus. Congii figuram videre eſt apud Villalpandum. Quæ ſi cubica fuiſſet, ipſo ſuo latere ſemipedem expreſſiſſet: ſed conſtitit duabus portionibus conicis. Quare cubus nobis fabricandus fuit decem librarum aquæ, hoc eſt, pars amphoræ octava, cujus latus eſſe pedem Romanum antiquum, certiſſimum eſt. Sed Geometræ difficile non fuit, vel ex paucis unciis aquæ eundem pedem eruere; id quod etiam præſtitimus, ut priùs inventum pluribus approbaremus. Gethaldus eundem eruit ex cylindro ſtanneo, quem ponderavit intra & extra aquam; neque alium invenit, quàm nos.* Hactenus Grünbergerus.

Gethaldi locus à Grünbergero citatus eſt in Archimede promoto pag. 34. & 35. ubi dimidii Pedis Romani antiqui menſuram typis impreſſam invenies, ſed juſtò minorem, ob cauſam Capite ſequenti dicendam; quam proinde Grünbergerus correxit in exemplari, quo ego Romæ utebar, additâ unâ parte illarum, quarum linea ibidem expreſſa eſt 144.

In Muſeo ſuprà nominato P. Athanaſii Kircheri ſpectatur vas cubicum, ex lapideis tabulis nigris à Villalpando compactum, cujus exteriori lateri uni inciſa eſt ab ipſomet Grünbergero prædicti ſemipedis Romani antiqui ab ipſo in charta notati menſura; latera veró interiora omnia, uti & fundum, eandem menſuram exactiſſimè exhibent. In eodem Muſeo Amphoram aſſervamus,

ex iiſdem lapideis tabulis à Villalpando compactam, cujus ſingula interna latera, unà cum fundo, æqualia ſunt ad amuſſim gemino ſemipedi à Grünbergero notato, & Congii Farneſiani, noſtrique, altitudini.

Chartam antea citatam fideliter tranſcriptam, & ſemipedis menſuram accuratiſſimè ex autographo delineatam, Bononiam olim miſit P. Athanaſius Kircherus ad P. Joannem Baptiſtam Ricciolum, ut Kircherus mihi aſſeruit, & fatetur ipſemet Ricciolus in ſuo Almageſto Novo lib. 2. cap. 7. ubi ait, eum ex multis Romanis pedibus antiquis, quibus paſſus, & milliaria Italica conſtabant, eligendum eſſe. Apponit ibidem Ricciolus lineam in ſex partes diviſam, aitque illam eſſe veram longitudinem ſemipedis Romani antiqui prædicti à Kirchero ſibi tranſmiſſi. Sed mirum quantum ab illo diſcrepat, eumque longè excedit: continet enim linea apud Ricciolum notata partes 163, qualium Grünbergeriana continet 157. Ingens ſanè error; qui cùm vel in paucos propagatus pedes intolerabilem inducat differentiam, quid efficiet multiplicatus in milliaria, ac Terræ, cælorumque Diametros, ac Peripherias? Juſtam autem à P. Kirchero menſuram fuiſſe Bononiam tranſmiſſam, præterquàm quòd id ſanctè affirmet idem Kircherus, teſtantur prædictæ Grünbergerianæ lineæ extrema puncta aciculâ perforata; impoſuit enim Kircherus chartam tranſmiſſam chartæ Grünbergeri, & acu lineam notatam perforavit in extremis punctis. Eſt prædicta linea à P. Ricciolo notata, omninò æqualis ſemipedi Rhynlandico apud Willebrordum Snellium in ſuo Eratoſthene Batavo lib. 2. notato: unde ſuſpicor, Ricciolum, aut alium cujus id curæ commiſſum, inciſori per errorem tradidiſſe Rhynlandicum pedem pro Villalpandico à P. Kirchero tranſmiſſo.

CAPUT QUARTUM.

De Pede Romano antiquo, ab aliis Auctoribus prodito; & de pede Capitolino.

GUilhelmus Philander, accuratus Vitruvii Scholiaſtes, Commentario in Caput 3. libri 3. Vitruvii, exhibet Semipedem Ro-

Romanum antiquum in duas diviſum partes, atque ſe illum eruiſſe *ex antiquo marmore, quod eſt in hortis Angeli Colotii Romæ.* Addit, ſe eum cæteris, qui circumferuntur, prætuliſſe, *quòd conveniret cum eo, quem ſculptum invenit in marmoreo epitaphio T. Statilii Vol. Apr. menſoris ædificiorum, quod operâ Iacobi Meleghini, ſummi Pontificis Architecti, ex Ianiculo non ita pridem refoſſum, in Vaticanum hortum translatum eſt.* Eundem Colotianum pedem exhibent Georgius Agricola lib. de reſtituendis ponderibus, Lucas Poetus lib. de antiq. liquid. & aridor. ponderibus, & Stanislaus Grſepſius in Epitome Budæi. Omnes hos pedes, vel potiùs eundem à diverſis expreſſum, circino expendit diligentiſſimè Villalpandus, & nullum reperit alteri æqualem, ut ipſemet fatetur to. 3. Apparat. parte 2. lib. 3. cap. 25.

Cauſa ſine dubio eſt, quia non eodem tempore, nec in ejuſdem rationis charta fuit impreſſus; vel potiùs, quia non omnes deſumpſerunt illum ex archetypo, ſed ex aliorum libris impreſſis. Certiſſimum enim eſt, & longâ experientiâ comprobatum, chartam prælo ſubjectam non reddere fideliter eandem menſuram linearum, quæ ipſi commiſſa fuerat. Cùm enim charta, antequam prælo committatur, madefiat priùs; neceſſe eſt, ut dum typum patitur, ipsâ preſſurâ, & humore quem antea imbiberat, nonnihil extendatur, & ſeipsâ fiat amplior; dum verò deinde ſiccatur, iterum contrahatur, & ſimul linearum menſuras quas receperat, juſtò exhibeat minores. Quantum verò deficiant lineæ à ſuo prototypo poſt impreſſionem, non poteſt certò ſtatui. Willebrordus Snellius lib. 2. Eratoſthenis Batavi cap. 1. pag. 124, ait, ſe didiciſſe à diligentibus & peritis typographis, partem ſexageſimam typorum & formarum longitudini decedere; imò & quinquageſimam, ſi charta tenuior ſit, & minùs firma. Idem Snellius addit in fine Operis, cùm charta omnis ætate melior, hoc eſt, ſpiſſior evadat, neceſſe eſſe, eam ſemper magis in ſe contrahi, & linearum quantitatem ſemper fieri minorem. P. Ricciolus cap. 7. lib. 2. Almageſti ait, ſe Bononiæ deprehendiſſe, *chartas, licet firmiores, cylindraceo tamen prælo circumvoluto ſubactas, non ita decreſcere, & contrahi poſt ſui ſiccationem* (parte ſcilicet ſexageſimâ, uti ex Snellio retulerat) *ſed tantummodò quinquageſimâ ſui parte in longitudinem.* Volebat, credo, dicere, decreſcere plùs quàm ſexageſimâ parte;

quinquageſima enim major eſt, quàm ſexageſima. Ego diverſas lineas, tum ligno, tum æri inciſas, & in diverſæ bonitatis, ſpiſſitudinis, tenuitatis chartis, temporibus diverſis, ab eodem & diverſis typographis atque chalcographis Romæ impreſſas examinavi diligentiſſimè; nec unquam unius, ſed diverſi ſemper modi defectum reperi, inter quinquageſimam tamen ac ſexageſimam ferè partem conſiſtentem.

Unde colligo, non poſſe certò determinari, quantum deficiant typi à prototypis, cùm id dependeat à chartæ diverſitate, majori vel minori madefactione, lentâ aut violentâ exſiccatione, temporis poſt impreſſionem elapſi diuturnitate, majori vel minori chartæ, dum libri compinguntur, tunſione, & ſimilibus.

Colligo ulteriùs, quàm fallax ſit Snellii diſcurſus, volentis Rhynlandicum pedem eſſe eundem cum Colotiano, à Philandro allato, atque adeo cum Romano antiquo. Sic autem diſcurrit loco ſuprà citato cap. 2. *verùm cùm, ut dixi, charta archetypi magnitudinem non reddat, & is Philandri Commentarius initio ſeorſim Romæ formâ octavâ, ut vocant, editus ſit anno* 1544; *iterum Lugduni ab ipſo Philandro ſimul cum Vitruvio in quarto, anno* 1552; *denique ibidem anno* 1586: *ſi primam omnium & Romanam editionem ſequaris, deprehendes Romanum antiquum, quem in duabus columnis ſe inveniſſe Philander teſtatur, æquari partibus* 984, *quantarum Rhynlandico ſunt mille. Atqui cùm forma chartæ impreſſa ſexageſimam partem ab archetypo ſuo deducat, ſexageſima autem pars* 984, *ſint*, 16; *eæ additæ conſtant veram archetypi pedis magnitudinem partium* 1000 *pro pede Romano. Unde efficitur, pedem Rhynlandicum Romano axactè æqualem eſſe. Quin idem ex noviſſima editione anni* 1586, *eâdem viâ efficies. Ex iſto enim ſemipede, totius pedis Romani quantitatem deprehendes partium* 942, *quantarum Rhynlandicus* 1000. *Atqui cùm hic typus non ſit ex archetypo priore expreſſus, verùm menſura iſta ſculpta ex pede chartaceo anni* 1552; *ſequitur ſi ad* 942 *adiiciam partem ſexageſimam* 16, *effici* 958, *longitudinem pedis, quanta erat in editione anni* 1552. *Atqui ille quoque ſexageſimâ parte à ſuo typo deficit, qui erat ſumptus ex pede chartaceo editionis Romanæ; huic igitur quoque* 16 *ſi addantur, dabitur pes Romanæ editionis* 974, *quem antea ex ipſa Romana editione protulimus partium* 984. *Ut planè appareat, vitium diſcrepantiæ ex iterata typorum ſculptura factum, & ſemper* $\frac{1}{60}$, *aut ſi charta tenuior ſit, & minùs firma,* $\frac{1}{50}$

omnis

omnis typi longitudini decedere. Vt nunc cauſa ſatis manifeſta appareat, cur tam diverſa pedum omnium magnitudo circumferatur. Hæc Snellius loco cit. ubi etiam ex ruderibus arcis cujuſdam Romanorum vetuſtæ prope pagum Cattorum haud procul à Lugduno Batavorum ſuperſtitibus probat, pedem Rhynlandicum congruere pedi Romano antiquo. *Arcis ipſius fundamenta,* inquit, *quadratâ ſunt formâ, & quaqua verſum ducentis quadraginta Rhynlandicis pedibus patent. ut vel hinc Romanæ menſuræ veſtigia quàm planiſſimè agnoſcas; nam ipſius podiſmus duorum Romanorum jugerum magnitudinem complectitur. Iugeri enim menſuram ducentos & quadraginta longitudinis pedes eſſe, non eſt ferè quiſquam qui ignoret.*

Multipliciter hic peccat Snellius. Primò, quòd exiſtimet, ferè ſemper ſexageſimam partem lineis decedere, dum typum patiuntur; quod tamen incertum eſt, ut vidimus paulò antè. Secundò, quòd aſſerat, 16 eſſe partem ſexageſimam numeri 984, cùm tamen factâ diviſione hujus numeri per 60, remaneant 24. Tertiò, quòd æſtimet, ſecundam Philandri editionem eſſe Lugdunenſem anni 1552, cùm tamen in Bibliotheca noſtra Collegii Romani habeamus editionem Baſileenſem anni 1550, cui adjunctus eſt Frontinus de Aquæductibus Romanis, & Dialogus Nicolai Cuſani de Experimentis Staticis. Quartò, quòd ſupponat, pedis menſuram pro editione prima Lugdunenſi deſumptam fuiſſe ex prima editione Romana, & ejuſdem pedis menſuram pro ſecunda editione Lugdunenſi deſumptam fuiſſe ex prima Lugdunenſi; cùm tamen omnia ea ſint incerta, & gratis omnino aſſerantur. Quintò, quòd calculo utatur vitioſo: ait enim, pedem Colotianum in prima Philandri editione fuiſſe partium 984, in ſecunda 958, in tertia 942. Atqui inter 984, & 958, intercedunt 26, non 16; plùs ergo quàm parte ſexageſimâ defecerat in ſecunda editione. Si dicat, in ſecunda editione defeciſſe parte quinquageſimâ, eò quòd charta non fuerit ita bona & firma; divinat. Taceo alia contra Snellium argumenta.

Rhynlandicus ergo pes non eſt æqualis Romano antiquo, quandoquidem Colotiano æqualis non eſt, & multò minùs Villalpandico.

Eſſe tamen Colotianum archetypum Villalpandico æqualem, hanc habeo conjecturam, vel ſi mavis, probabilitatem, ac

ferè dixerim evidentiam. Edita ſunt Romæ anno 1608 opuſcula Petri Ciaconii Toletani, viri in omni antiquitate eruditiſſimi, de Ponderibus, Menſuris, & Nummis. Hiſce opuſculis addita eſt in fine Nota de Pede Romano antiquo cum hac Epigraphe. *DE PEDE ROMANO ex Latini Latinii obſervationibus.* Cui epigraphi ſubiiciuntur hæc verba. *Vt menſurarum Romanarum rationem certam, itemque ponderum habere poſſimus, Romani pedis vera menſura tenenda eſt. Nam ex quadrato pede vas excitatum, quod Quadrantal vel Amphoram Romani vocabant, octoginta pondo aquæ vel vini capiebat: ex quo & Romanæ libræ pondus, & inanitatis quantitas ad metienda tam liquida, quàm arida colligitur: quin & Modius, & Congius, & Sextarius, & totus minorum menſurarum cenſus & ordo ex eo unico certo principio, & non aliunde, haberi poteſt. Superioribus autem annis Ant. Auguſtinus, qui poſtmodum fuit Archiepiſcopus Tarraconenſis, Ioannes Baptiſta Sighicellus Epiſcopus Faventinus, P. Octavius Pacatus, Achilles Maffæus, Achilles Statius, Benedictus Ægius, Fulvius Vrſinus, Latinus Latinius, cùm veram pedis Romani quantitatem ſtatuere vellent, plures ejuſdem pedis menſuras ſimul contulerunt, & earum octo cum antiquiſſima dicti pedis forma, quæ in baſi quadam in Hortis Vaticanis extat, ad amuſſim convenire videntes, ex hoc pede quadrato vas confecerunt, quod etiam nunc octoginta aquæ vel vini libras, quibus publicè ſignatis Civitas utitur, omnino capere invenerunt, & cum octo Congiis antiquis ita congruere, ut neque minùs quidquam, neque ampliùs inter utraque eſſet. Quo experimento evidentiſſimè cognoverunt, & libras noſtri temporis cum antiquis Romanis eſſe eaſdem, cùm congii antiqui vas ſub Veſpaſiano Imperatore ſignatum decem libras contineret, quot etiam noſtri temporis libras capit; & hunc eſſe juſtum pedem Romanum, cùm ex ejus modulo perfectum Quadrantal octoginta libras contineat, quæ cum congii antiqui libris ad momentum reſpondent.* Hæc apud Ciaconium. Quæ egregiè conveniunt cum illis, quæ ſuprà ex Villalpando retulimus; probantque, Colotianum pedem à Villalpandico minimè diſcrepare, ſi de archetypo ſermo ſit: nam cur idem Colotianus typis expreſſus non congruat Villalpandico, patet ex dictis hoc eodem capite. Archetypum Colotiani pedis, quod ex Philandro, & Ciaconii fragmento didicimus extare in Hortis Vaticanis, reperire quidem hactenus non potui, non tamen ſpem omnem ejuſdem reperiendi depoſui; ubi invenero,

cer-

certius de illo judicium formabo, & Litterariæ Reipublicæ communicare non gravabor.

In atrio brachii dextri (aſcendentibus) Capitolii Romani ſpectatur lapis marmoreus candidus, muro inſertus, in quo variæ Romanorum menſuræ ſunt inciſæ; quas inter eſt etiam pes Romanus antiquus, in quatuor palmos ſimiliter antiquos diviſus. Lapis, & inciſio apparet valde recens, nec murus cui inſertus eſt lapis, eſt admodum antiquus. Quæ cauſa fortaſſis eſt, cur nec Villalpandus, nec Ciaconius, multòque minùs Philander, aut alii ſuprà citati, mentionem iſtius pedis fecerint. Contuli illum cum Villalpandico, & reperi non parum ab eo diſcrepare: continet enim partes 308, qualium Villalpandicus continet 314. Convenit tamen exactiſſimè cum Colotiano, quem typis excudit Petrus Ciaconius loco citato in fragmento. Unde ſuſpicor, ex eodem Ciaconio fuiſſe deſumptam illius menſuram ab Architecto, aut alio, qui operi præfuit, ignaro lineas typo excuſas deficere à legitima & genuina menſura. Sed quidquid de hac re ſit, interim confirmor in opinione mea, Colotianum pedem, cujus Ciaconius meminit, æqualem eſſe Villalpandico: ſi enim Ciaconiano typis excuſo adjeceris partem ſexageſimam, aut paulò plùs (nempe 6, pars enim ſexageſima numeri 314, ſunt $5\frac{14}{60}$) invenies menſuram pedis Villalpandici, id eſt, Romani antiqui genuini.

CAPVT QVINTVM.

De modo tranſmittendi ad exteros genuinam antiqui pedis Romani menſuram.

DIfficillimum eſt, ac pænè deſperatum negotium, legitimam pedis Romani (aut alterius cujuſvis menſuræ) quantitatem ad exteros, quibus ipſum prototypum oſtendi non poteſt, tranſmittere. Et quidem fieri id nullâ ratione poſſe typis committendo prædicti pedis menſuram, jam conſtat ex dictis cap. præcedente, quòd deficiat ea à prototypo ſuo, nec unius modi defectu, ſed nunc majori, nunc minori. Alia ergo tentanda eſt via ad id perficiendum. Unam, aut alteram ab aliis præſcriptam inſinuabo breviter; deinde quid ego ſentiam, aperiam.

Ex Villalpando conſtat, ut vidimus Capite 2. & ex Grünbergero, ut vidimus cap. 3. & ex Ciaconio, ut cap. præcedenti patuit, ſi fiat vas cubicum, capiens præcisè libras decem aquæ, aut vini; cubi illius altitudinem fore æqualem ſemipedi Romano, & Veſpaſiani Congio, & Colotiano è marmore deſumpto. Si verò fiat vas cubicum octoginta librarum capax, hoc eſt Amphora; æquabit ejuſmodi vaſis altitudo pedem prædictum integrum. Hanc ergo rationem præſcribunt aliqui exteris, ad pedis Romani menſuram genuinam inveniendam. At quotusquiſque eſt, qui poſſit, aut velit tantum ſubire laborem? Subeat tamen quiſpiam, & utrumlibet vas cubicum præparet exactiſſimè; quis eſt qui neſciat, aquas & vina diverſorum locorum, imò & ejuſdem loci, diverſæ eſſe gravitatis, alia majoris, minoris alia? Demus tamen, ejuſdem gravitatis aquam aut vinum ad hujuſmodi adhiberi negotium; quid efficies, niſi cognitam habueris & adhibueris libram Romanam antiquam, modernamvè antiquæ (ut prædicti Auctores ſentiunt) æqualem? certè hujus libræ pondus legitimum ad exteras nationes tranſmittere æquè difficile eſt, imò longè difficilius, quàm legitimam pedis Romani antiqui menſuram, cùm illud aliter quàm dicti pedis menſurâ mediante, fieri vix, aut nè vix quidem poſſit;

Willebrordus igitur Snellius hac relictâ aliam inivit viam. Procuravit diverſarum civitatum ac nationum pedes; & Rhynlandico pede, quem eundem eſſe putat cum Romano antiquo, ut vidimus, in mille æquales particulas diviſo, comparavit ſingulos pedes cum hoc, notavitque quot quilibet contineret particulas ex mille, ut ſciret quinam, & quantum eſſent Rhynlandico minores, majoreſvè. Ut porrò hoc idem aliis conſtaret, pedis Rhynlandici menſuram juſtam, ut putabat, typo commiſit. At cùm typus eam non reddat fideliter, ſed ſemper minorem, ut vidimus præcedenti capite; impreſſo jam libro unà cum pede, iterum examinavit illum, ut ſciret quantum à juſta menſura defeciſſet; quem defectum notat in fine libri, dicens, lineam impreſſam eſſe unâ ducenteſimâ parte minorem juſtò. In eundem finem comparat aliarum nationū ulnas cum ulna Rhynlandica: itemque earundem nationum pondus nummarium inter ſe, & cum pondere nummario Rhynlandico. Quæ dum facit, mirum eſt,

quàm

quàm & ſeipſum, & alios defatiget: an verò ſcopum attingat, alii viderint. Snellium ſequitur Döghen in Architectura militari.

Ego ſequentem viam inire cogitabam, mihi quidem longam ac laborioſam, at Lectori breviſſimam, nec admodum laborioſam, & ut mihi perſuadeo, certam; at temporis anguſtiâ impeditus propoſitum exequi non licuit. Diverſarum civitatum ac nationum pedis menſuram juſtiſſimam conquirere volebam, partim propriâ, partim amicorum, quorum ſtudio ac fidelitati fidere poteram, operâ. Menſuras illas omnes, unà cum Romani pedis antiqui menſura, è Congio Farneſiano deſumpta, æri incidi in eadem lamina, & in eadem imprimi charta curare conſtitueram Hac enim ratione factum fuiſſet, ut omnes eâdem ſervatâ proportione decreviſſent, hoc eſt, ſi Romanus decreviſſet parte ſui ſexageſimâ, aut majori, minorivè, etiam Neapolitanus v. g. & quilibet alius, eâdem ſui decreviſſet parte. Si igitur Neapolitanus (aut quilibet alius) Lector, legitimam Neapolitani pedis menſuram conquiſiviſſet, eamque cum menſura Neapolitani pedis, in eadem lamina inciſa comparaſſet, & defectum hujus in parte aliquota, v. g. ſexageſima notum habuiſſet; certiſſimò ſciviſſet, etiam Romanum pedem ibidem inciſum eâdem ſui parte à legitima Romani pedis menſura deficere. Si ergo inventum defectum menſuræ pedis Romaui ibi inciſæ adjeciſſet, legitimam ac genuinam habuiſſet Romani pedis antiqui menſuram, tantopere hactenus deſideratam.

Atque hic eſt modus, qui mihi in mentem venit: ſi tibi, Lector, melius quid occurrerit, idque mihi ſuggeſſeris; gratiam apud me inibis non vulgarem. Si genuinam Romani pedis antiqui menſuram deſideras, haud gravatè ad te mittam, quicunque id à me petiveris. Quæ ſequitur linea, in Fig. IX. Icon. I. menſura eſt ſemipedis Romani antiqui, fideliter æri inciſi; at hîc juſtò minor eſt, propter cauſas ſuprà cap. 4. relatas.

Semipes Romanus antiquus, à P. Joan. Bapt. Villalpando è Congio Fameſiano depromptus. vide Fig. IX. Iconiſmi I. Fig. IX. Iconiſ. I.

LIBER II.

EUTHYMETRICUS,

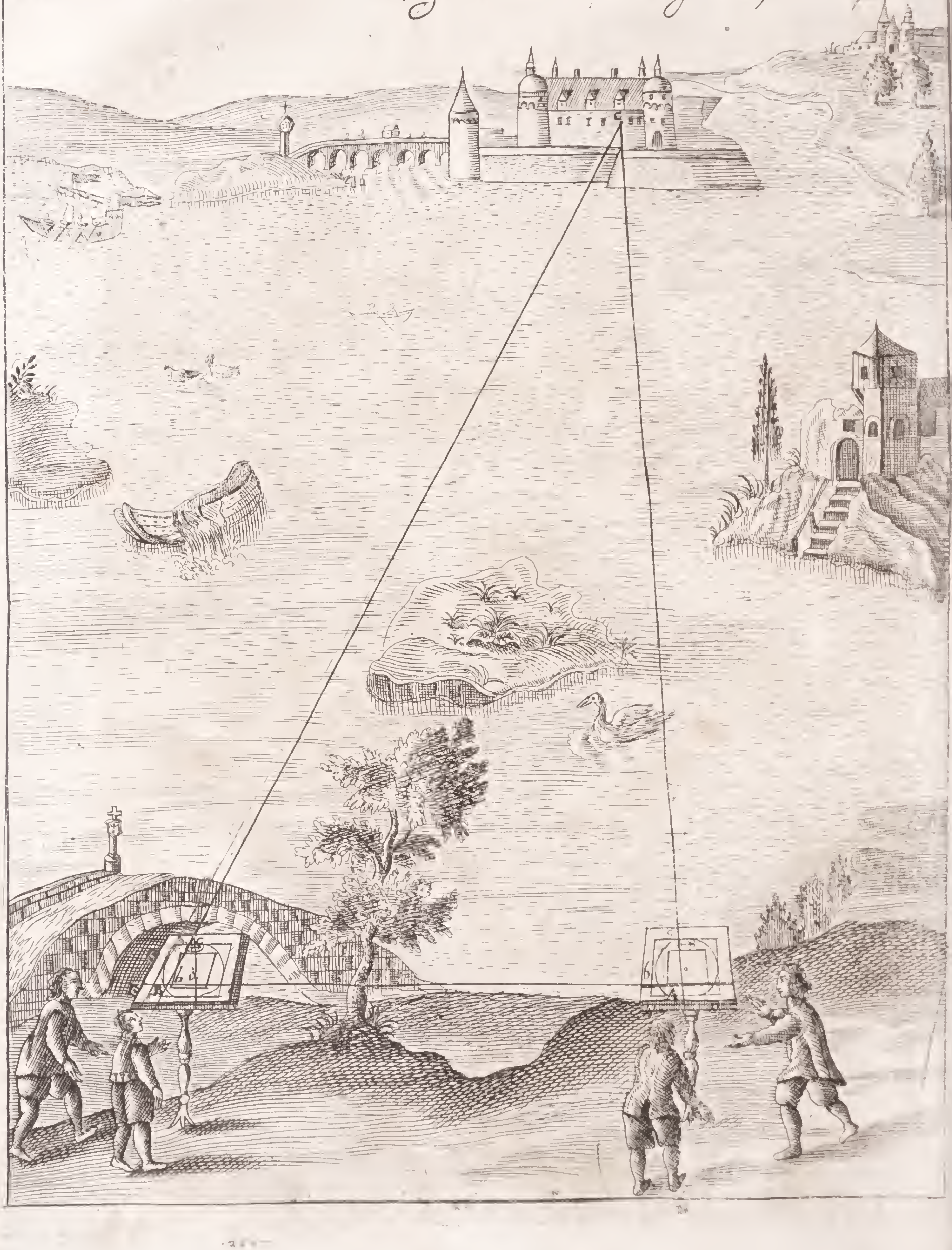
ſive

De linearum rectarum dimenſionibus.

PRæcipuus uſus geometricus hujus noſtri Inſtrumenti conſiſtit in dimenſione longitudinum, latitudinum, altitudinum, profunditatum; ſive, quod idem eſt, in dimenſione linearum ſecundùm varios ſitus extenſarũ, nempe horizontalium, verticalium, diametralium, & ſimilium. De omnibus hiſce dimenſionibus agemus, ac primò de dimenſione longitudinum ac latitudinum, cujuſmodi ſunt latitudines fluminum, ac foſſarum, diſtantiæ inter duas aut plures civitates, aliavè quælibet loca in horizontali plano conſtituta; idque variis, ac planè facillimis modis, abſque Arithmeticæ & Geometriæ regulis ac demonſtrationibus, ut diximus; quamvis demonſtrationem ſingulis Proble-

matis

Iconismus III. Ponatur è regione. Pag: 27.



matis ſubjungamus in Annotationibus pro iis, qui ſcire illas deſiderant.

CAPUT PRIMUM.

De dimenſione longitudinum, ac latitudinum.

LOngitudines, ac Latitudines hîc appello, quaſcunque locorum in eodem horizontali plano exiſtentium diſtantias inter ſe, à quorum uno ad alterum recta linea duci, ſaltem per imaginationem, poſſit. Harum enim linearum menſuram in palmis, pedibus, paſſibus, cubitis, perticis, milliaribus, ſimilibuſque inveſtigare hoc capite docemus.

PROBLEMA I.

Duorum locorum diſtantiam metiri, quando ad unum illorum accedi poteſt.

SIt menſuranda latitudo fluminis aut foſſæ AC, ſeu diſtantia duorum locorum A & C, ad quorum tamen unum, nempe ad A, accedere potes. Sic operare. Fig. Iconiſmi III.

Primò, in ripa fluminis elige duo loca, ſeu duas ſtationes, ſcilicet A & B, diſtantes inter ſe v. g. 100 pedes, aut quotquot volueris. Deinde colloca Inſtrumentum ſupra ſuum pedem & globum accommodatum in A, ita ut horizonti ſit parallelum; & tam diu huc illucque verte pedem Inſtrumenti, donec acus magnetica orbis quieſcat ſupra lineam meridianam in fundo pyxidis ductā.

Secundò, gyra quadratum Inſtrumenti, unà cum Regula dioptris inſtructa, & conſequenter unà cum curſore, ita ut & Regula & curſor verſus C reſpiciant; & per dioptras dirige radium viſualem in C, & juxta latus curſoris promoti verſus Regulam & latus A *c*, duc in charta quadratulo excavato ſuperpoſita lineā rectam A *c*, indeterminatam per totam chartæ latitudinem, quæ imaginatione protendatur uſque in ſignum C.

Tertiò, gyra iterum quadratum Inſtrumenti, orbe, cum charta & acu magneticâ, immoto manente; & dirige Regulam

Curſoremque verſus ſignum B, & per dioptras reſpice in dictum ſignum B, juxta latus verò Curſoris promoti verſus Regulam & latus A *b*, duc rectam A *b* indeterminatam in charta, interſecantem A c antea ductam, in A; & imaginatione produc ipſam uſque in ſignum B.

Quartò, Intercipe circino ex linea Curſoris diviſa particulas tot, quot pedes numeraſti inter loca A & B, nempe 100, eaſque transfer in lineam A *b* in charta ductam, ex puncto interſectionis A uſque ad punctum *b*.

Quintò, transfer Inſtrumentum in locum B, relicto baculo, aut alio quopiam ſigno in loco A; & in loco B colloca Inſtrumentum ut antè horizonti parallelum, & tam diu gyra pedem cum Inſtrumento ſuperpoſito, donec iterum acus magnetica quieſcat ſupra lineam meridianam, eundemque ſitum habeat, quem antea in loco A habebat. Deinde pro majori certitudine (ſi fortè acus magnetica in loco B non acquireret eundem ſitum, quem habuerat in loco A) promove Curſorem ſupra lineam A *b* antea ductam, & gyra Inſtrumentum, pede immoto manente, donec per dioptras videas locum A: tunc enim certum eſt, Inſtrumentũ habere eundem ſitum in B, quem habuerat in A.

Sextò, gyra quadratum Inſtrumenti unà cum Curſore circa orbem immobilem; & dirige Regulam in locum C, reſpiciendo per dioptras ipſum C ſignum. Deinde colloca Curſorem ſupra punctum *b* tabulæ, in quo ſcilicet finitur numerus 100 particularum, & juxta ipſius Curſoris latus duc in charta lineam *b c*, interſecantem priorem lineam A *c*, vel *a c*, in *c*, & protenſam imaginatione uſque ad C locum.

His omnibus ritè peractis, intercipe circino lineam *a c* in charta ductam, & vide quot particulæ in linea Curſoris diviſa ipſi reſpondeant. Dico, latitudinem fluminis, ſeu diſtantiam A C, continere tot pedes, quot particulas continet linea *a c* in charta ducta; quod ſic demonſtro.

DEMONSTRATIO.

In hac operatione (uti & in omnibus aliis ſequentibus) formantur duo triangula; parvum quidem & reale in tabula ex lineis realibus a b, a c, b c; *magnum verò & imaginarium extra tabulam ex lineis viſualibus*

A B,

A B, A C, B C. Quæ quidem duo triangula ſunt omninò æquiangula. Nam angulus B ſeu b eſt communis utrique triangulo; angulus b a c *parvi, eſt idem cum angulo B A C magni; angulus denique* c *parvi, eſt æqualis angulo C magni,* per 32. propoſ. lib. primi Elem. Eucl. *Ergo* per quartam propoſ lib. Sex. Eucl. *latera quæ æqualibus adiacent angulis, ſunt inter ſe proportionalia; & latera quæ æqualibus angulis opponuntur, ſunt homologa. Ergo quam proportionem habet latus B A magni trianguli ad latus A C; eandem proportionem habet latus* b a *parvi trianguli ad latus* a c: *& permutando,* per decimam ſextam propoſ. libri Quinti Euclid: *quam proportionem habet latus B A magni, ad latus* b a *parvi; eandem proportionem habet latus A C magni, ad latus* a c *parvi: Atqui ex operatione facta, latus B A magni continet t t pedes, quot particulas continet latus* b a *parvi; Ergo & latus A C magni continebit tot pedes, quot particulas continet latus* a c *parvi; quod erat inveniendum.*

ANNOTATIONES.

I.

IN omnibus ſequentibus operationibus per hoc noſtrum Inſtrumentum factis, formantur ſimilia duo triangula A B C, a b c, *(aut aliis litteris expreſſa) parvum unum in charta, magnum alterum in aëre aut terrâ per imaginationem. Itaque qui hanc primam Operationem ac Demonſtrationem bene perceperit, nullo negotio percipiet etiam ſequentia. Sciendum ergo eſt, nihil referre, quòd linea viſualis dirigatur per Dioptram, & linea realis ducatur juxta latus Curſoris, tum propter exiguam earum inter ſe diſtantiam, tum quia opticè ambæ productæ in idem punctum concurrunt. Sed de hac re vide Kircherum in Arte Magnetica.*

II. *Eandem diſtantiam inter duo loca A & C invenies per regulam Trium, ſi in ea ponas primo loco particulas lateris* a b, *parvi trianguli, ſecundo loco pedes* 100 *lateris A B magni trianguli, tertio loco particulas lateris* a c *parui trianguli. Vel ſi ponas primo loco particulas* a b *parvi, ſecundo particulas* a c *ejuſdem parvi, tertiò pedes A B magni.*

III. *Si numeres particulas intercepti lateris* b c *parvi trianguli, habebis etiam diſtantiam inter duo loca B & C. Ratio eſt eadem quæ ſuprà. Eandem diſtantiam B C invenies per regulam Trium, ſi opereris modo paulò antè dicto. Hæc, aut ſimilis advertentia locum etiam habet in omnibus ſequentibus operationibus.*

IV. *Non eſt neceſſarium, ut angulus A vel a in charta tabulæ ex Dioptræ & Regulæ directione factus, ſit rectus, ſed poteſt eſſe vel obtuſus, vel acutus, ſi neceſſarium fuerit, & ita res poſtulaverit. In aliis verò aliorum Inſtrumentis ferè omnibus debet ſemper eſſe rectus; quod tamen ſæpe fieri non poteſt, ob locorum incommoditatem.*

V. *Si accideret, ut tantus eſſet numerus pedum inter duo ſigna A & B aſſumptorum, ut in lineam* a b *tabulæ non poſſet transferri numerus particularum æqualis numero pedum; tunc vel minue numerum pedum inter duo ſigna A & B, accipiendo nimirum minorem diſtantiam inter duo ſigna A & B; vel unicuique particulæ lineæ Curſoris diviſæ tribue duas, aut tres, pluresvè partes, hoc eſt, quamlibet Curſoris particulam divide mente in duas, tres, aut plures. E contrario verò ſi numerus pedum inter duo ſigna A & B aſſumptus eſſet nimis parvus, computa duas, aut tres, pluresvè Curſoris particulas pro una, ut ſic triangulum in tabula formetur aliquantò majus ac diſtinctius.*

VI. *Eò erit exactior operatio, quò major fuerit diſtantia inter duas ſtationes A & B, quando latitudo metienda erit magna. At ſi latitudo metienda fuerit parva, meliùs erit aſſumere parvam diſtantiam duarum ſtationum. Ratio eſt utrobique, quia formatur diſtinctior triangulus in Charta, præſertim ſi obſerventur quæ diximus Annotat. præcedenti.*

VII. *Si ſpatium inter A & B non fuerit planum, ſed foſſas ſeu cavitates habuerit atque tubercula, ac proinde pedibus aut decempedâ menſurari ſine errore non poſſit; extende chordam ab uno termino ad alterũ; quæ quidem chorda ſit priùs in ſuos pedes diſtincta, adjunctis etiam numeris. Meliùs tamen erit adhibere catenulam, aut virgas annulis inter ſe connexas: nam chorda facilè extenditur, aut remittitur, plus quàm oportet, præſertim cùm ſiccus fuerit, aut humidus aër, ut diximus ſuprà lib. 1. parte 2. cap. I. Dixi, chortam aut catenam extendi debere, quia ſi in terram proſterneretur, idem error committeretur qui per decempedam proſtratam.*

VIII. *Si inquirenda eſt diſtantia alicujus civitatis, alteriuſque rei amplæ; obſervandum eſt in ea ſignum aliquod determinatum, & quantum fieri poteſt minimum, in utroque loco in quo fit operatio, ſeu in utraque ſtatione A & B.*

IX. *Qua ratione inveniſti diſtantiam inter A & C in pedibus, eâdem ratione invenies illam in palmis, paſſibus, cubitis, & alia quacunque men-*

menſura, ſi nimirum inter duas ſtationes A & B numeres palmos, paſſus &c. & particulis utaris tanquam palmis, paſſibus &c.

X. *Quando Inſtrumentum collocatur in B loco, debet B Inſtrumenti correſpondere loco B, quantum fieri poteſt. Et hoc in aliis etiam ſimilibus operationibus obſervandum eſt ſemper.*

COROLLARIA.

Ex dictis colligitur primò, qua ratione dimetienda ſit latitudo aut longitudo quæcunque horizontalis, aut quæcunque duorum locorum diſtantia, quando ad unum illorum accedi poteſt, & fieri duæ ſtationes queunt; in omnibus enim una & eadem eſt ratio operandi.

Colligitur ſecundò, qua ratione inquirendum, quantùm diſtet navis, aut claſſis à littore, exercitus à mœnibus &c. ſi nimirum operatio inſtituatur modo dicto.

Colligitur tertiò, qua ratione metienda ſit declivitas aut acclivitas alicujus montis: declivitas enim reperitur, ſi in montis ſummitate fiant duæ ſtationes A & B, & ex utraque conſpiciatur per dioptras Regulæ ſignum aliquod C in valle, aut in planitie poſitum, collocato Inſtrumento ſuperficiei obliquæ montis parallelως, ita ut planum Inſtrumenti ſit plano montis parallelum: acclivitas verò, ſi in valle aut planitie fiant duæ ſtationes A & B, & ex utraque conſpiciatur ſignum aliquod C in monte poſitum. Quòd ſi in hoc, ſimilibuſq; caſibus, acus magnetica, propter ſuam inclinationem, incumberet fundo pyxidis, adhiberi debet cautela, de qua in Problemate num. 5. diximus.

Colligitur quartò, qua ratione menſuranda ſit latitudo alicujus foſſæ juxta propugnaculum, ad proiiciendum ſuper eam pontem; ſi nimirum operatio inſtituatur modo dicto in Problemate.

PROBLEMA II.

Duorum extremorum diſtantiam metiri, quando Geometra in uno exiſtens non videt alterum, adeſt tamen altitudo ex qua menſurarì poſſit.

Moni-

Monitio ad Lectorem.

IN ſequentibus figuris, facilitatis ac diſtinctionis gratiâ, Pantometrum ita delineabo, ac ſi ſimplex Quadratum Geometricum eſſet, Regulâ ſuâ dioptricâ inſtructum. Omittam igitur Orbem & Quadratulum in medio, uti & Curſorem, quæ tria ſemper intelligi debent adeſſe, eo modo diſpoſita, quo in Iconiſmo II. ac III. factum vides.

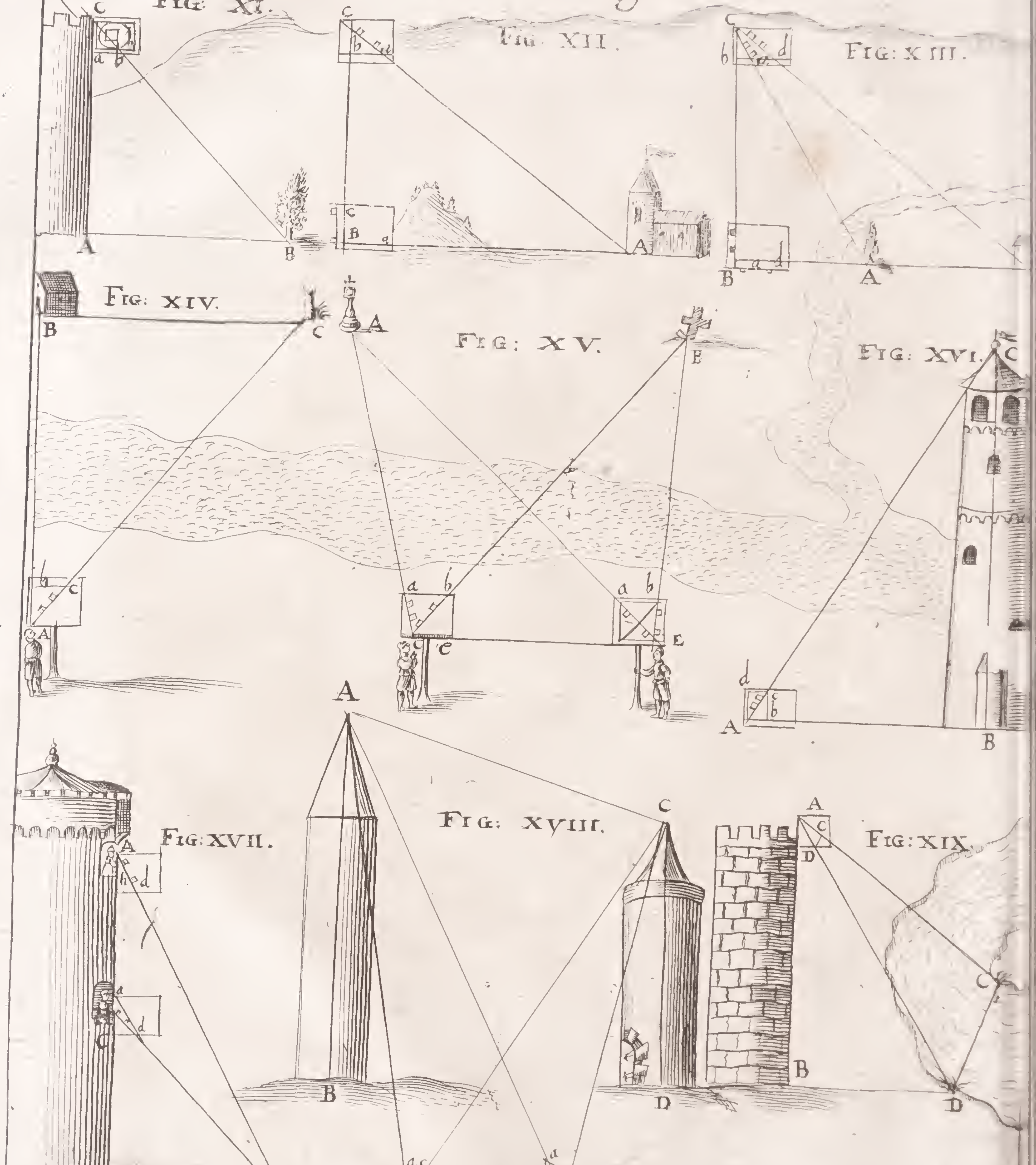
Fig. IX. Icon. IV.

Evenire poteſt, ut deſit planities, in qua fiant duæ ſtationes modo dicto; aut ut inter utrumque extremum interiiciatur tumor, exercitus, aut ſimile impedimentum, ob quod ex uno alterum videri nequeat. Quo caſu elige altitudinem quampiam perpendiculariter in uno extremorum erectam, ut turrim, domum, murum, arborem &c. aut ſi non adſit altitudo, erige perpendiculariter ſcalam, aut quid ſimile, & operare ut ſequitur.

Eſto igitur diſtantia A B, altitudo A C. Primò, conſcende ad ejus ſummitatem, aut ad aliquam ejus feneſtram, portam &c. & demiſſo fune cum pondere affixo, metire quot palmorum &c. ſit altitudo à loco, ubi ſtas, uſque ad planum diſtantiarum A B. Secundò, Habitâ altitudine, colloca inſtrumentum, ſive ſupra pedem accommodatum, ſive ſupra limen portæ aut feneſtræ poſitum, aut aliâ ratione ſuſpenſum, ita ut Regula cum dioptris ſit horizonti perpendicularis; & juxta Curſoris latus duc rectam C *a* in charta tabulæ. Tertiò, Gyra quadratum Inſtrumenti, & per dioptras vide locum B; poſitoque Curſore ſupra punctum C lineæ C *a*, duc juxta latus Curſoris lineam C *b*. Quartò, Ex linea diviſa Curſoris intercipe circino tot particulas, quot inveniſti palmos à C, uſque ad A, hoc eſt, à ſummitate turris uſque ad baſim; eaſque transfer à puncto C, in lineam C *a* chartæ, uſque ad punctum *a* v. g. & per *a* duc perpendicularem ipſi C *a*, interſecantem rectam C *b* in *b*. Dico, diſtantiam A B eſſe tot palmorum &c. quot particulæ continentur in linea A *b* chartæ; quod ita demonſtro.

DEMONSTRATIO.

DVo triangula A B C, a b c, *ſunt æquiangula: nam angulus C eſt communis utrique; angulus A &* a *in utroque eſt rectus, in parvo quidem ex conſtructione, in magno verò ex ſuppoſitione, aut operatione, anguli denique B &* b *ſunt æquales,* per 29, & 32. pri. *Ergo* per quartam Sexti, & decimam ſextam Quinti, *ut C A magni ad C* a *parvi, ita A B magn.*


FIG: XI.
FIG. XII.
FIG: XIII.
FIG: XIV.
FIG: XV.
FIG: XVI.
FIG: XVII.
FIG: XVIII.
FIG: XIX.

magni ad a b *parvi: Cùm ergo C A magni contineat tot palmos, quot particulas* C a *parvi; etiam A B magni continebit tot palmos, quot particulas* a b *parvi; quod erat inveniendum.*

ANNOTATIONES.

I.

E*Andem diſtantiam invenies, ſi in charta tabulæ ducas ante omnia duas lineas* C a, & a b, *interſecantes ſeſe in* a *ad angulos rectos; & collocato Inſtrumento, ut dictum, numeres ab* a *uſque ad* C *tot particulas, quot inveniſti palmos ab A radice uſque ad* C; & *poſito Curſore ſupra* C, *directâque Regulâ cum dioptris in B, ducas rectam* C b.

II. *Altitudini turris, domus &c. ſemper adiici debet altitudo Inſtrumenti uſque ad punctum* C, & *ex utrâque conflanda eſt una altitudo, & operandum, ut dictum.*

III. *Si numeres particulas lateris* C b *parvi trianguli, ſcies quot palmorum ſit linea diametralis C B magni trianguli.*

IV. *Si diſtantia eſt parva, v. g. exigui fluminis, foſſæ &c. ſufficit accommodare Inſtrumentum modo dicto ſupra pedem. Quòd ſi pedem cum Inſtrumento affixo ponas ſupra ſcamnum, aut menſam, certiùs operaberis. In hoc caſu expedit, computare ſingulas particulas pro pluribus, v. g. duabus, tribus, quatuor. Si non poteſt accedi ad unum extremum diſtantiæ, obſerventur ea, quæ dicemus Probl. 4. ſequenti.*

V. *In hac, & ſimilibus operationibus, Magnes, ſeu acus magnetica, nullum habet uſum.*

COROLLARIA:

P*Atet hinc primò, quomodo deprehendi poſſit, quantùm diſtet à mœnibus Civitatis, Caſtris Militaribus &c. navis, claſſis, exercitus, Caſtellum &c. Quod expedit ſcire, quando ejaculandi ſunt globi è tormentis bellicis in hoſtes.*

Patet ſecundò, quomodo deprehendi poſſit, utrum navis, claſſis, exercitus &c. procul apparens moveatur, aut quieſcat; appropinquet, aut recedat. Si enim intra modicum tempus opereris bis ex eodem loco altitudinis, & manente Inſtrumento in eodem ſitu; & in utrâque operatione Curſor interſecet lineam a b *chartæ in eodem puncto* b, *ſignum eſt rem viſam quieſcere: Si in alio viciniori ad* a; *appropinquat: ſi in remotiori, recedit. Patent hæc omnia meliùs ex figura Problematis quarti ſequentis.*

PROBLEMA III.

Duorum locorum diſtantiam metiri, quando Menſor in uno exiſtens nec videt alterum, nec adeſt altitudo.

Fig.XII. Icon. IV. SIt ex B menſuranda diſtantia inter B A, inter quæ ſit tumor interjectus, ita ut ex B non poſſis videre baſim loci A, ſed ſolùm altitudinem aliquam in ipſo, aut prope ipſum exiſtentem; neque in B ſit altitudo, ſed ſolùm poſſis ex ipſo B recedere ad dexteram, aut ſiniſtram, verſus C, facto quocumpue angulo ABC, indeque videre locum A; ſic operare.

Colloca Inſtrumentum in B, ita ut ſit horizonti parallelum; & dirige dioptricam Regulam unà cum Curſore verſus locum A, quem tibi altitudo viſa indicat; & juxta latus Curſoris duc rectam B *a* in charta. Gyrato deinde quadrato, dirige Regulam cum Curſore verſus ſignum quodcunque C, ductâ in charta rectâ B *c* juxta latus Curſoris. Fixo dein baculo in B, metire ſpatium inter B C; & transfer in rectam B *c* chartæ, ex B uſque ad *c*, tot particulas, quot palmos v. g. numeraſti inter ſigna B & C. Colloca jam Inſtrumentum in loco C, ita ut C Inſtrumenti correſpondeat C loci; & quieſcente acu magneticâ ſupra meridianam lineam, pone curſorem ſuper punctum C chartæ; gyra quadratum, & dirige Regulam dioptricam in A, ductâ rectâ C *a* juxta latus Curſoris. Dico, diſtantiam B A locorum eſſe tot palmorum, quot particulæ continentur in *b a* parvi trianguli. Similiter & C A tot palm. quot particularum C *a*.

DEMONSTRATIO.

HUjus rei demonſtratio patet ex dictis ac demonſtratis Problemate primo: eſt enim utrobique eadem ratio; quare ſupervacaneum duxi eam hîc repetere.

PROBLEMA IV.

Duorum locorum diſtantiam metiri, quando ad neutrum accedi poteſt.

SIt dimetienda diſtantia inter loca A, D, ad quorum neutrum poſſis accedere, poſſis tamen recedere in directum verſus B, & ex B verſus C (ſive ad dextram, ſive ad ſiniſtram) indeque videre utrumque extremum A & D; ſic operare. Fig. XIII. Icon. IV.

Colloca Inſtrumentum horizonti parallelum in B; & acu magneticâ quieſcente ſupra meridianam, dirige Regulam dioptricam, Curſoremque, verſus utrumque locum A & D, ita ut B A D ſint in eadem linea recta; & in chartâ juxta Curſoris latus duc lineam B *a d*. Iterum dirige regulam atque Curſorem in C, ductâ lineâ B *c*. His factis, inquire diſtantiam inter B & C; transfer ex puncto B uſque ad punctum *c* particulas tot, quot inter B & C, ſtationem geminam, inveniſti palmos; colloca Inſtrumentum in C, & dato ipſi debito ſitu magnetico, dirige Regulam & Curſorem, ſupra C punctum collocatum, primò in A, deinde in D, ductis rectis C *a*, & C *d*. Dico, diſtantiam A D in palmis, indicari à particulis inter *a d* parvorum triangulorum.

DEMONSTRATIO.

Dvo triangula parva C b a, *&* C b d, *ſunt æquiangula duobus triangulis magnis CBA, & CBD, ut ex dictis patet. Ergo ita ſe habent palmi inter B A magni ad particulas inter* b a *parvi, ſicut palmi inter B C magni, ad particulas inter* b C *parvi: item, ita ſe habent palmi inter B D magni, ad particulas inter* b d *parvi, ſicuti palmi inter B C magni, ad particulas inter* b C *parvi. Si igitur particulas inter* b a *parvi ſubtrahas à particulis inter* b d *parvi, & conſequenter palmos inter B A magni à palmis inter B D magni; remanebunt particulæ inter* a d *parvi pares numero palmis inter A D magni*, juxta 3. Axio. lib. prim. Euclidis. *Aliis etiam modis demonſtrari poteſt hoc Problema, quos omitto.*

ANNOTATIO.

Particulæ C a, *&* C d *parvi trianguli dant palmos C A, & C D, magni trianguli, ut jam ſæpe dictum eſt, & demonſtratum.*

PROBLEMA V.

Duorum locorum diſtantiam metiri, quando ad neutrum accedi poteſt, ex altitudine.

PRo hoc Problemate ſervit figura præcedentis Problematis. Sit igitur invenienda eadem diſtantia inter duo loca A & D, ad quorum neutrum accedi poſſit, adſit tamen altitudo C B, ab utroque remota, & in eadem recta linea cum ipſis conſtituta; ſic operare.

Ex loco C altitudinis inquire primò diſtantiam B A; deinde diſtantiam B D, per dicta Problemate 2. Quibus habitis, ſubtrahe diſtantiam B A, à diſtantiâ B D, & remanebit diſtantia A D. Ratio patet ex demonſtratis Probl. præcedenti.

ANNOTATIO.

R Ectæ C a & C d Inſtrumenti dant diametrales C A, & C D. Ratio patet ex dictis.

COROLLARIUM.

E X his patet ratio illius, quod diximus ſuprà Probl. 2. Corollario 2. quomodo ſcilicet deprehendere poſſimus, utrum navis, exercitus &c. moveatur, accedat, aut recedat.

PROBLEMA VI.

Aliter duorum locorum diſtantiam metiri, quando ad neutrum accedi poteſt.

Fig. XIV. Icon. IV. SIt ex A dimetienda diſtantia B C. Inquire per Problema I. aut aliquod aliud ex præcedentibus, diſtantias A B, & A C. Quibus habitis, colloca Inſtrumentum in A, & dirigendo primò Regulam cum Curſore in B, obſerva per diopras ipſum B, ductâ rectâ A *b*, in charta tabulæ quadratæ Inſtrumenti. Deinde dirigendo eandem regulam dioptricam in C, obſerva per dioptras ipſum C; Curſorem verò pone ſupra punctum A in linea A *b* chartæ electum, & duc rectam A *c*. His factis, numera ex A puncto, in quo lineæ A *b*, A *c* ſeſe interſecant, uſque ad *b*, in linea A *b* ducta in chartâ, tot particulas, quot palmos continet diſtantia A B: item ex eodem puncto A, uſque ad *c*, in linea A *c* ducta in chartâ; numera tot particulas, quot palmos continet diſtantia A C. Duc deinde ex

b in *c*

b in *c* chartæ rectam *bc*. Dico, diſtantiam B C eſſe tot palmorum, quot particularum erit linea *bc* prædicta; quod ſic demonſtro.

DEMONSTRATIO.

R*Ecta* b c *Chartæ ſecat latera A B, A C, majoris trianguli proportionaliter in puncto* b & c, *ex operatione facta; Ergo* per ſecundam Sexti *eſt parallela alteri rectæ inter duo loca ductæ; ergo bina triangula A B C, A* b c, *ſunt ſimilia, id eſt, habent angulos ſingulos ſingulis æquales, & latera circum æquales angulos proportionalia: Ergo cùm A* b *parvi trianguli contineat tot particulas, quot A B magni palmos; &* b c *parvi continebit tot particulas, quot B C magni palmos; quod erat inquirendum.*

COROLLARIUM.

E*X his colligitur, quomodo ex eodem loco A explorari poſſint plurium locorum diſtantiæ inter ſe, ad quorum nullum accedi poſſit; ſi nimirum etiam diſtantiæ aliorum locorum ab A priùs inveſtigentur, & deinde modo prædicto procedatur.*

PROBLEMA VII.

Adhuc aliter duorum locorum diſtantiam metiri, quando ad neutrum accedi poteſt.

SIt menſuranda diſtantia A B. Colloca Inſtrumentum in C, ita ut horizonti ſit parallelum; & per dioptras Regulæ reſpice primò in A, ductâ rectâ C *a* juxta latus Curſoris: deinde reſpice in B, ductâ rectâ C *b* juxta latus Curſoris: tandem reſpice in ſignum quodcunque E, ductâ rectâ C *e*, juxta Curſoris latus, quod ſemper debet poni ſupra punctum C. His factis, relinque baculum in C; metire in paſſibus ſpatium inter C & E, transferque Inſtrumẽtum in E, & in linea C *e* Inſtrumenti numera tot particulas, incipiendo à C verſus *e*, quot inveniſti paſſus inter C & E ſtationes. His etiam factis, colloca Inſtrumentum in ſtatione E, ita ut punctum *e* Inſtrumenti correſpondeat ſigno E ſpatii, & acus magnetica habeat eundem ſitum, quem habebat in C; & per dioptras Regulæ reſpice primò in baculum C; deinde in A, & poſito Curſore ſupra punctum *e* vel E Inſtrumenti, correſpondens E loco,

Fig. XV. Icon. IV.

duc lineam E *a*; tandem in B, & poſito Curſore in eodem puncto E, duc rectam E *b*. Nota jam puncta *b* & *a*, in quibus lineæ E *b*, & E *a* interſecant in charta lineas C *b*, & C *a*; & à puncto interſectionis *b*, uſque ad punctum interſectionis *a*, duc rectam *b a*. Dico, tot eſſe paſſus inter duo loca B & A, quot particulas continet linea *b a* chartæ.

DEMONSTRATIO.

D*Vo triangula, C E A majus, & c E* a *minus, ſunt æquiangula: nam angulus C E A, ſeu* c E a, *eſt communis utrique; angulus E C A, ſeu E* c a, *eſt idem in utroque; angulus E A C majoris, eſt æqualis angulo E* a c *minoris*, per 32. primi. *Ergo* per quartam Sexti, *proportio lateris E* c *minoris trianguli, ad latus E* a *ejuſdem minoris, eſt ſicuti proportio lateris E C majoris ad latus E A ejuſdem majoris: & permutando* juxta decimã ſextam Quinti, *proportio lateris E* c *minoris, ad E C majoris, eſt ſicuti proportio lateris E* a *minoris ad latus E A majoris: & è contrario. Quia igitur particulæ lateris E* c *minoris ſunt tot, quot ſunt paſſus lateris E C majoris; ideo & particulæ lateris E* a *minoris erunt tot, quot ſunt paſſus lateris E A majoris. Iterum*

Duo triangula, b *E* c *parvum, & BEC magnum, ſunt æquiangula: nam angulus B E C, ſeu* b *E* c, *in utroque eſt communis; angulus E C B, vel E* c b, *eſt idem in utroque; & reliqui duo ſunt æquales*, per 32. primi. *Ergo* per quartam Sexti, *proportio lateris E* b *parvi ad latus E B magni, eſt ſicuti proportio lateris E* c *parvi, ad latus E C magni: & quia particulæ lateris E* c *parvi ſunt tot, quot ſunt paſſus lateris E C magni: etiam particulæ lateris E* b *parvi erunt tot, quot ſunt paſſus lateris E B magni. Iterum*

Duo triangula, b a *E parvum, & B A E magnum, ſunt æquiangula: nam latera E B, & E A magni ſunt ſecta proportionaliter in punctis* b *&* a, *eò quòd, ſicut ſe habet E* b *parvum, ad E B magnum, ita ſe habet E* a *parvum ad E A magnum, ex demonſtratis: Ergo* per ſecundam Sexti *latus* b a *parvum eſt parallelum lateri B A, magno: Ergo* per 29. primi, *anguli E* b a, *& E* a b *parvi, ſunt æquales angulis E B A, & E A B magni; & angulus B E A, ſeu* b *E* a, *eſt utrique communis. Quam ergo proportionem habet E* b *parvi, ad* b a *parvi; vel quam proportionem habet E* a *parvi, ad* a b *parvi; eandem habet E B magni ad B A magni, vel E A magni ad B A magni. Cùm ergo E* b, *& E* a *parvi contineant tot particulas,*

quot

quot paſſus continent E B. & E A magni, ut probavimus; etiam b a *parvi continebit tot particulas, quot paſſus continet B A magni; quod erat inveniendum.*

ANNOTATIO.

SI adſint plura loca, quorum diſtantiæ ab invicem ſint inveſtigandæ; dirige ex utraque ſtatione lineas viſuales in omnia loca, & puncta interſectionum in charta conjunge rectis lineis modo dicto, & habebis intentum.

PROBLEMA VIII.

Metiri diſtantiam duorum extremorum, ad quorum unum accedi poteſt, mediâ altitudine menſuræ cognitæ erectâ in altero extremo, ſive alterum extremum videatur, ſive non.

DIſtat locus A à loco B; exiſtis in A, & in B erecta eſt perpendiculariter turris C B notæ altitudinis; vis ſcire quanta ſit diſtantia inter A & B, ſive videas ipſum B, ſive non; ſic operare. Fig. XVI. Icon. IV.

Colloca Inſtrumentum ſupra pedem ſuum accommodatū ita, ut ſit ad horizontem perpendiculare, unumque quadrati latus ſit parallelum altitudini C B, alterum ſit parallelum horizonti, ſeu lineæ diſtantiæ A B. Deinde in Charta Inſtrumenti duc lineam A *b* parallelam horizonti, & aliam *b c* perpendicularem horizonti. In linea *b c*, à *b* uſque ad *a*, numera tot particulas, quot palmorum eſt altitudo B C. Gyra quadratum Inſtrumenti, manente immobili orbe cum charta, & per dioptras Regulæ aſpice ſummitatem C altitudinis. Quâ viſâ, promove Curſorem ſupra punctum *c* lineæ *b c*, & juxta latus ipſius duc rectam *c* A. Dico, diſtantiam A B eſſe tot palmorum, quot particularum eſt A *b* linea Inſtrumenti.

DEMONSTRATIO.

DVo triangula, A C B, A c b, *ſunt æquiangula: nam angulus A eſt communis utrique; anguli C & c ſunt æquales* per 29 primi, *utpote internus & externus facti à rectâ ſecante duas parallelas; anguli B &* b

ſunt

ſint recti. Ergo per quartam Sexti, ut c b *ad* b *A, in parvo triangulo, ita C B ad B A in magno.*

ANNOTATIONES.

I.

EAndem diſtantiam A B invenies, ſi poſito Inſtrumento ut dictum, ducas in Charta lineam d *A horizonti perpendicularem, & per dioptras Regulæ gyratæ videas ſummitatem C, & poſito Curſore ſupra punctum A, ducas rectam* c *A, & ab A in* d *numeres particulas æquales ſeu pares palmis altitudinis C B, & per* d *ducas ad angulos rectos lineam* d c. *Quot enim particulas continebit linea* d c, *tot palmos continebit diſtantia A B. Ratio eſt, quia parvum triangulum A* d c *eſt æquiangulum magno A C B, ut patet, ideoque ut A* d *ad* d c, *ita C B ad B A.*

II. *Si numeres particulas comprehenſas inter A* c *Inſtrumenti, habes palmos diametralis A C à loco A ad ſummitatem C.*

III. *Quomodo eadem diſtantia A B inveniri poſſit, etiamſi altitudo B C eſſet ignota, patebit ex dicendis cap. ſequenti Problem. 2.*

PROBLEMA IX.

Duorum locorum diſtantiam metiri ex altitudine, etiamſi ignoretur quanta ſit tota altitudo.

SUprà Problemate ſecundo diximus, quomodo inveniri poſſit diſtantia inter duo loca ex altitudine juxta alterutrum exiſtente, ſi ſciatur quanta ſit altitudo. Quoniam verò contingere poteſt, ut totius altitudinis menſura ex ipſâ altitudine haberi non poſſit, propter ædificia, aliaque impedimenta, juxta baſin exiſtentia; alia arte utendum eſt.

Fig. XVII Icon. IV. Eſto igitur turris A C, à cujus baſe C ad ſignum D, intervallum ſit explorandum. Inſtrumento turri ad A ſuperiùs applicato, ut vides, duc in chartâ Inſtrumenti juxta Curſoris latus rectam A C, parallelam lateri A C turris; & demiſſo fune inquire partem altitudinis, v. g. ab A uſque ad H inferiùs, nempe uſque ad feneſtram, aut portam turris; in lineam verò A C Inſtrumenti, ab A uſque ad H v. g. transfer tot particulas, quot palmos inveniſti inter A & H turris. Dirige deinde radium viſualem per dioptras

Regu-

Regulæ in D, & applicato Curſore ad punctum A, duc rectam A D in Charta Inſtrumenti. Transfer deinde Inſtrumentum in feneſtram H, ibique colloca ut antea, ita tamen, ut H Inſtrumenti correſpondeat H turris, quantum fieri poteſt; & dirige Regulam dioptricam iterum in D, applicatoque Curſore ſupra punctum H, duc rectam H D, quæ interſecet rectam A D in puncto D. Tandem à puncto interſectionis D ad rectam AC, duc lineam DC perpendicularem. Dico, particulas lineæ D C dare palmos diſtantiæ D C; ſimulque altitudinem totius turris A C, & altitudinem HC, & duas diametrales A D, & H D.

DEMONSTRATIO.

Triangulum A H D parvum, & A H D magnum, ſunt æquiangula: quia angulus ad H eſt communis utrique, angulus ad A eſt idem in utroque, & reliqui ſunt æquales, tum per 29, tum per 32. primi. *Ergo*, per quartam Sexti, & decimam ſextam Quinti, *quam proportionem habet A H parvum ad A H magnum; eandem habet A D parvum, ad A D magnum: ſed particulæ A H parvi ſunt pares numero palmis ipſius A H magni, ex operatione facta; Ergo etiam particulæ ipſius A D parvi ſunt pares numero palmis ipſius A D magni.*

Iterum triangulum A C D parvum, & A C D magnum ſunt æquiangula: quia anguli C in utroque ſunt recti, ex ſuppoſitione in uno, & ex conſtructione in altero; angulus A in utroque eſt idem; anguli reliqui ſunt æquales, per 32. primi. *Ergo*, per quartam Sexti, *quam proportionem habet A D parvum ad D C parvum, eandem habet A D magnum, ad D C magnum: & permutando*, juxta decimam Sextam Quinti, *quam proportionem habet A D parvum, ad A D magnum, eandem habet D C parvum, ad D C magnum: ſed particulæ A D parvi ſunt pares numero palmis ipſius A D magni, ut oſtenſum eſt; Ergo etiam particulæ ipſius D C parvi, erunt pares numero palmis ipſius D C magni; quod erat inveniendum.*

ANNOTATIONES.

I.

Altitudinem totius turris A C dant particulæ lateris A C parvi trianguli A C D. Nam duo triangula, A D C parvum, & A D C magnum, ſunt æquiangula, ut paulò antè probavimus: ergo ſicut ſe habet

F *A D, ad*

A D, ad A C in parvo: ita ſe habet A D, ad A C in magno; & permutando, ſicut ſe habet A D in parvo ad A D in magno, ita ſe habet A C in parvo ad A C in magno: ſed A D in parvo continet tot particulas, quot palmos continet A D in magno, ut probavimus; Ergo etiam A C in parvo continebit tot particulas, quot palmos continet A C in magno; quod demonſtrare volebam.

Si jam à tota altitudine inventa ſubtrahas altitudinem A H, remanebit altitudo H C.

II. *Aliter etiam eandem altitudinem A C, & H C, ſic invenies, ſuppoſitâ demonſtratione præmiſſa. Duo triangula, H C D parvum, & H C D magnum, ſunt æquiangula; quia angulus ad H eſt utrique communis; angulus C eſt in utroque rectus; anguli reliqui ſunt æquales,* per 32. primi. *Ergo H C parvi ad H C magni, ſe habet, ſicuti C D parvi, ad C D magni: ſed C D parvi continet particulas pares numero palmis C D magni, ut demonſtratum fuit; Ergo etiam H C parvi continebit particulas pares numero palmis H C magni. Et ecce altitudo portionis H C; cui ſi addas portionem H A, habebis totam altitudinem turris.*

III. *Si turris non eſt ſita juxta alterutrum extremorum, ſed ab utroque remota; inquire primò, modo jam dicto, diſtantiam turris ab extremo proximiori, deinde à remotiori; & minorem ſubtrahe à majori, & habebis diſtantiam duorum extremorum.*

IV. *Diametrales lineas A D, & H D, dant particulæ laterum A D & H D in parvis triangulis, propter rationes jam dictas.*

V. *Si turris ſit impoſita monti, à quo proſpici poſſit in planum monti proximum; poteris per hunc modum explorare, & altitudinem perpendiculi à turri uſque ad planum, cui mons inſiſtit; & diſtantiam alicujus ſigni in plano poſiti uſque ad baſim perpendiculi; & declivitatem montis; & diſtantiam inter duo loca in plano poſita.*

PROBLEMA X.

Diſtantiam cacuminum duarum turrium inæqualium metiri.

Fig. XVIII. Iconiſ. IV. SInt duæ turres A B, C D, inæqualis altitudinis, poſitæ in eodem plano horizontali, quarum diſtantia A C ſit inquirenda; ſic operare.

In

In plano horizontali elige duas ſtationes, E & F, quantumvis inter ſe diſtantes; & pone Inſtrumentum in E, ita ut planum ipſius imaginatione tranſeat per utriuſque turris cacumen; directâque dioptricâ Regulâ in A & in C, Curſore verò poſito in eodem puncto E chartæ, duc juxta ipſius latus duas rectas E A, & E C; & præterea directâ Regulâ in F, duc juxta Curſoris latus rectam E F. Numera deinde in linea E F chartæ, ab E uſque ad F, tot particulas, quot palmos numeraſti inter ſtationes E & F; & transfer Inſtrumentum in F, ibique datô ipſi priori ſitu, ita ut F Inſtrumenti correſpondeat F loci, dirige Regulam iterum in A & C; & poſito Curſore ſupra F punctum, duc rectas F A, & F C, quæ duas priores E A & E C, interſecent in A & C. Tandem per puncta interſectionum duc rectam A C. Dico, rectam A C in particulis manifeſtare diſtantiam A C in palmis.

DEMONSTRATIO.

DVo triangula, E A F parvum, & E A F magnum, ſunt æquiangula. Nam angulus E F A eſt communis utrique; angulus F E A eſt idem in utroque; & reliqui, per 32 primi, *ſunt æquales. Ergo,* per quartam Sexti, *ut in parvo E F ad E A, ita in magno E F ad E A; & permutando, ut E F parvi ad E F magni, ita F A parvi, ad F A magni; ac proinde quot particulæ ſunt in F A parvi, tot palmi ſunt in F A magni.*

Iterum duo triangula, E C F parvum, & E C F magnum, ſunt æquiangula. Nam angulus E F C eſt communis utrique; angulus F E C eſt idem in utroque; & reliqui duo, per 32. primi, *ſunt æquales. Ergo,* per quartam Sexti, & decimam Sextam Quinti, *ut E F parvi ad E F magni, ita E C parvi ad E C magni; ac proinde cum E F parvi contineat tot particulas, quot palmos E F magni, etiam F C parvi continebit tot particulas, quot F C magni palmos.*

Tandem, duo triangula, F A C parvum, & F A C magnum, ſunt æquiangula. Nam cùm duo latera magni F A, & F C, ſint ſecta proportionaliter in A & C, ut ex demonſtratis patet, (nam F A parvi continet tot particulas, quot F A magni palmos; ſimiliter & F C parvi continet tot particulas, quot F C magni palmos) erunt, per ſecundam Sexti, *latera A C utriuſque parallela; ac proinde,* per 29. primi, *anguli externi F A C, & F C A, æquales internis F A C, & F C A; eſt autem & angulus ad F utrique triangulo communis; æquiangula ergo ſunt dicta duo triangula*

F A C, ut dicebam; ac proinde, per quartam Sexti, & decimam ſextam Quinti, *ut F C parvi, ad F C magni, ita C A parvi, ad C A magni; Atqui quot particulas continet F C parvi, tot palmos continet F C magni; ergo &c.*

PROBLEMA XI.

Ex turri metiri latitudinem foſſæ, aut fluvii ante turrim extenſi.

Fig. XIX. Icon. IV. SIt turris A B, foſſa, aut fluvius ante ipſam extenſus C D, cujus latitudo ſit inquirenda. Inquire ante omnia duas diametrales A D, A C, in palmis, aut paſſibus, per Problema V. hujus Capitis. Quibus habitis, colloca Inſtrumentum in A ita, ut planum Inſtrumenti tranſeat per C & D foſſæ; & directâ Regulâ in C & D, duc juxta latus Curſoris in A poſiti rectas A C, A D. Numera deinde in A C & A D chartæ tot particulas, ab A uſque ad C, & D, quot palmos aut paſſus inveniſti in diametralibus A C, A D; & per puncta C & D duc rectam D C, quæ dabit in particulis diſtantiam D C deſideratam.

DEMONSTRATIO.

CUm diametrales A D, & A C, ſint ſectæ proportionaliter in D & C, eò quòd ut A D parvi, ad A D magni, ita A C parvi, ad A C magni; erit, per ſecundam Sexti, *recta D C parvi trianguli A D C, parallela rectæ D C magni trianguli A D C; ac proinde erit, ut A D ad D C parvi, ita A D ad D C magni.*

PROBLEMA XII.

Eâdem operâ invenire diſtantiam inter duos terminos ad quos accedi non poteſt, & quantum utenque à loco ſtationis electo diſtet.

PUlcherrimum eſt quod ſequitur Problema, & ad multa utile, præſertim in rebus militaribus, hoc eſt, in oppugnandis urbibus, collocandis caſtris &c.

Sint

Sint igitur duo loca quælibet, & quantumlibet diſtantia inter ſe, & à te, A & B, ad quorum neutrum poſſis accedere. Colloca Inſtrumentum in ✣ C, horizonti parallelum; & quieſcente ſuper meridianam lineam acu magneticâ, duc juxta latus Curſoris tres rectas C A, C E, & C B in charta Inſtrumenti. Deinde recede in directum per paſſus v. g. 40, uſque ad D, & collocato Inſtrumento ut antea, numera in linea C E Inſtrumenti, à C uſque ad D, 40 particulas; & per dioptricam Regulam reſpice in A, & B, ducendo duas rectas D A, D B; quæ neceſſariò interſecabunt rectas C A & C B, in duobus punctis, v. g. in A & B. Conjunge ergo hæc duo puncta per lineam rectam A B; & quot particulas invenies in linea A B Inſtrumenti, tot paſſus erunt inter loca A & B. Item, quot particulæ erunt in lineis C B, C E, D E &c. Inſtrumenti, tot paſſus erunt inter loca C B, C E, D E &c. Fig. XX. Iconiſ. V.

DEMONSTRATIO.

IN duobus triangulis, D C B parvo, & D C B magno, angulus ad D eſt cõmunis utriq; anguli ad C ſunt æquales inter ſe, per 13. primi, *eò quòd angulus E C B parvi eſt æqualis angulo E C B magni, nempe unus & idem utrobique; & anguli ad B ſimiliter ſunt æquales,* per 32. primi. *Ergo,* per quartam Sexti, *ut D C parvi ad D C magni, ita tam D B, quàm C B parvi, ad D B & C B magni; ac proinde tot paſſus continebunt latera D B & C B magni, quot particulas latera D B & C B parvi. Eandem ob cauſam latera D A & C A magni continebunt tot paſſus, quot particulas latera D A & C A parvi. Tum ſic. Vt D B parvi ad D B magni, ita D A parvi & D A magni. Ergo in triangulo majori D A B, latera D A, D B, ſunt ſecta proportionaliter in punctis A & B: Ergo,* per ſecundam Sexti, *recta A B parvi eſt parallela rectæ A B magni: Ergo,* per quartam Sexti, *ut D B parvi, ad D B magni; ita B A parvi, ad B A magni; & conſequenter, ut D B parvi, ad B E parvi, ita D B magni ad B E magni.*

Iterum, ut eſt B E parvi, ad E C, aut E D parvi; ita B E magni, ad E C, aut E D magni. Quæ erant invenienda.

COROLLARIUM.

HInc patet, quomodo inveſtiganda ſit diſtantia inter te & locum ante te poſitum, ſeu inter duo loca ad quorum alterum poſſis accedere & retrocedere in directum.

ANNOTATIONES.

I.

NOn eſt neceſſe, ut punctum E inter duo loca, A & B, in quod collimat oculus, ſit in medio lineæ A B.

II. *Neque eſt neceſſe, ut linea E C efficiat cum linea A B angulos rectos ad E.*

PROBLEMA XIII.

Aliter prædicta invenire in iiſdem circumſtantiis.

ORontius Finæus in ſua Geometria practica utitur baculis duobus ad modum crucis ſe decuſſantibus, quorum brevior diſcurrit per longitudinem longioris, ſervato ſemper eodem angulo recto. Idem modus includitur etiam in Radio Aſtronomico Gemmæ Friſii, & Urſini Latini. Quod igitur in prædicto (& in omnibus aliis caſibus) præſtatur prædictis Inſtrumentis, præſtari etiam poteſt noſtro Inſtrumento. Sic igitur procede.

Sit ut antea propoſita diſtantia A B. Per medium chartæ Inſtrumenti duc rectam E C protractam verſus D, & aliam ipſi perpendicularem A E B, cujus pars E A ſit æqualis parti E B, & utraque ſit libitarum particularum, v. g. 30. Elige deinde ſtationem C tali conditione, ut recta C E producta uſque ad lineam diſtantiarum A B, ſit media inter A & B loca, & cum recta inter loca A B efficiat angulos rectos. His factis numera in linea E C Inſtrumenti, à C uſque ad D, tot particulas, quot continet tota linea A B Inſtrumenti, nempe 60; & retrocede in directum, donec poſito Curſore in punctis D A, D B, videas eadem loca A & B, ex eadem ſtatione D. Dico, inter duo loca A & B eſſe tot pedes aut paſſus, quot pedes aut paſſus ſunt inter duas ſtationes C & D.

DEMONSTRATIO.

EX dictis in præcedenti Problemate, eſt ut D C Inſtrumenti ad C B Inſtrumenti, ita D C ſpatii inter duas ſtationes, ad C B ſpatii: & ut B C Inſtrumenti ad C E Inſtrumenti, ita B C ſpatii ad C E ſpatii: & ut C E Inſtru-

Inſtrumenti ad E B Inſtrumenti; ita C E ſpatii ad E B ſpatii. *Ergo*, per 17 Defin. & 22. Propoſ. Libri Quinti Euclid. hoc eſt, per æqualitatem, *erit ut D C Inſtrumenti ad E B Inſtrumenti; ita D C ſpatii ad E B ſpatii. Cùm igitur D C Inſtrumenti ſit duplum ipſius E B Inſtrumenti, ex operatione facta, erit etiam D C ſpatii duplum ipſius E B ſpatii & conſequenter ſpatium inter duas ſtationes D C, erit æquale ſpatio inter duo loca A B.*

ANNOTATIO.

HÆc praxis tunc tantùm eſt legitima, quando linea utriuſque ſtationis excurrens uſque ad lineam diſtantiarum, dividit illam bifariã, & ad angulos rectos, & conſequenter baculus brevior ſeu tranſverſarius eſt parallelus lineæ diſtantiarum. Vtrum verò prædictæ conditiones in praxi de facto obſerventur, nullâ ratione ex operatione colligi poteſt. Nam poteſt quis ex prima (& etiam ex ſecunda) ſtatione aſpicere utrumque locum per utrumque extremum lineæ A B Inſtrumenti aut baculi, & tamen linea diſtantiarum non eſſe parallela tranſverſariæ lineæ A B, nec ſecari bifariam, nec ad angulos rectos, ut conſideranti patet. Vnde meo judicio parallogizat Bettinus Apiario 2. Progym. 3. Propoſ. 1. Schol. 2. dum probat C D, F G, in ſuo ſchemate, hoc eſt, in noſtro ſchemate A B baculum tranſverſarium, & A B lineam diſtantiarum, eſſe parallela, ex eo, quòd triangula à ſe adducta ſint æquiangula: cùm tamen ipſemet in Demonſtratione Propoſitionis ſupponat eſſe parallelas, & factâ hac ſuppoſitione probet, triangula à ſe adducta eſſe æquiangula.

CAPUT SECUNDUM.

De Dimenſione Altitudinum verticalium.

ALtitudines verticales voco illas, quæ inſiſtunt horizonti perpendiculariter, ut ſunt turres, ædificia, arbores, columnæ, & ſimilia.

PROBLEMA I.

Altitudines verticales, ad quas acceſſus patet, metiri.

Fig. XXI. Iconiſ. V.

ESto turris, domus &c. A B, ad horizontem perpendicularis, ad quam liberè accedere poſſis. Numera à B baſi turris uſque ad C, quotlibet pedes, aut palmos; & colloca Inſtrumentum ſupra pedem ſuum accommodatum, ita ut ſit horizonti perpendiculare, prout figura monſtrat, in C; directâque Regulâ dioptricâ in B, fac juxta Curſoris latus lineam C *b* horizonti parallelam; deinde directâ eâdem Regulâ in A, & poſito Curſore ſupra C punctum, duc lineam C *a*. His factis, numera à C uſque ad *b* chartæ tot particulas, quot pedes numeraſti à C ſigno uſque ad baſin B; & ex *b* chartæ erige perpendicularem *b a*, quæ interſecet lineam C *a* in *a*. Dico, particulas lineæ *b a* chartæ dare pedes altitudinis B A.

DEMONSTRATIO.

IN duobus triangulis A B C, a b C *angulus ad C eſt communis utrique, anguli ad B &* b *ſunt recti, ex ſuppoſitione & operatione; anguli ad A &* a *ſunt æquales*, per 29 & 32 primi. *Ergo ut particulæ C* b *ad particulas* b a, *ita pedes C B ad pedes B A*, per quartam Sexti, & decimam ſextam Quinti.

ANNOTATIONES.

I.

ALtitudini A B inventæ, in hoc, & in omnibus ſequentibus caſibus, debes adiicere altitudinem pedis Inſtrumenti, nempe in caſu poſito altitudinem C F, hoc eſt, B G: nam per operationem factam reperitur ſolùm altitudo A B, non altitudo A G.

II. *Particulæ lineæ C* a *parvi trianguli dant pedes lineæ diametri C A magni trianguli.*

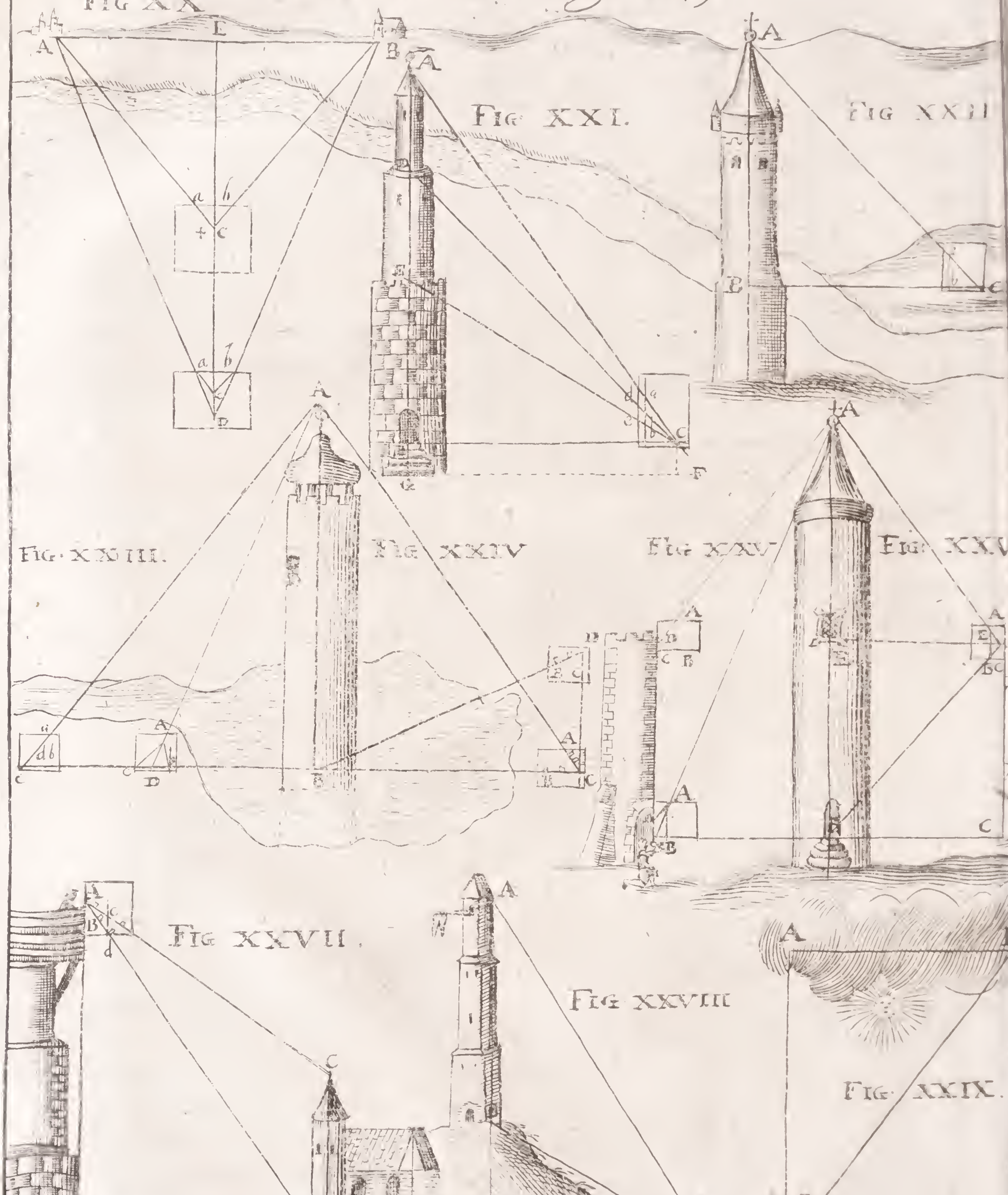
Fig. XXII Iconiſ. V.

III. *Si ſpatium inter baſin B turris & locum C ſtationis tuæ, non eſt æquale, ſed cavitatibus & monticulis plenum; extende chordam à C uſque ad B. Item ſi idem ſpatium eſt declive, dirige Regulam dioptricam horizonti parallelam in turrim, & nota in ipſa turri punctum, ad quod terminetur radius viſualis: factâ enim operatione modo dicto, habebis altitudinem à cacumine uſque ad punctum notatum; cui altitudini, ſi adiicias ſpatium uſque ad terram, (habitâ ratione altitudinis pedis) habebis totam altitudinem turris.*

IV. *Notandum verò hic eſt, per prædictam & ſequentes ſimiles*

præ-

Iconiſmus V. *Pag.* 49.



praxes, tunc tantùm inveniri præcisè altitudines perpendiculares, quando diſtantia inter locum ſtationis, & baſim turris non eſt notabilis; ſi enim notabilis eſſet, committi poſſet error, longèque minor inveniretur altitudo, quàm reverâ eſt, ut acutè notavit Cabæus in Meteor: & Ricciolus lib. 2. Almag. c. 4. n. 8. & lib. 10. ſect. 4. Probl. 31. & 32. ubi etiam remedium adhibet, quod apud ipſum legere poteris.

COROLLARIUM.

Ex his colligitur, quomodo menſuranda ſit portio alicujus altitudinis verticalis, v. g. diſtantia inter feneſtram D, & cacumen A; item diſtantia inter duas feneſtras D & E. ſi enim primò inveſtiges altitudinem majorem à terra, deinde minorem; & minorem ſubtrahas à majori; remanebit diſtantia ſeu differentia inter utramque, v. g. inter D B & E B.

Eaſdem portiones E D, D A, dant particulæ parvi lateris a b *comprehenſæ inter* e d, d a *&c.*

PROBLEMA II.

Altitudines verticales metiri ad quas acceſſus non patet, poteſt tamen in directum retrocedi.

E*ſto* turris A B, ad cujus baſin B accedere non poſſis, propter foſſam, ædes adiunctas &c. utere duabus ſtationibus C & D, ſic. Fig. XXIII Iconiſm. V.

Colloca Inſtrumentum in C horizonti perpendiculare, & juxta Curſoris latus duc in charta lineam C *b* horizonti parallelã. Reſpice deinde per dioptras Regulæ cacumen A turris, & applicato Curſore ſupra punctum C, duc rectam in charta C *a*. His factis procede verſus turrim uſque ad D, & numera pedes inter C & D interiectos; ſimulque in lineâ C *b* chartæ numera ex *c* uſque ad *d* tot particulas, quot pedes numeraſti à ſtatione C uſque ad ſtationem D. His etiam factis, colloca Inſtrumentum in D, ita ut D Inſtrumenti reſpondeat D loci; & dirige Regulam Diopticam iterum in cacumen A, Curſorem verò pone ſupra punctum D, & fac lineam D *a*, quæ interſecet lineam C *a* in *a*. Poſt hæc à puncto interſectionis *a* demitte perpendicularẽ *a b* ad lineã *c b* chartæ. Dico jam, turrim A B continere tot pedes, quot par-

ticulas continet perpendicularis *a b* chartæ. Dico præterea, rectam *b* D dare latitudinem foſſæ, ſi D fuit prope foſſam; *b c* diſtantiam primæ ſtationis à turrri; D *a*, & *c a* lineas diametrales à locis ſtationum ad cacumen A. vide etiam ſequens Problema.

DEMONSTRATIO.

D*Vo triangula* A C D *majus, &* a c D *minus, ſunt æquiangula, propterea quòd angulus* A D C *eſt communis utrique; & angulus* A C D *eſt idem cum angulo* a c D; *& reliqui ſunt æquales*, per 32 primi. *Ergo*, per quartam Sexti, & decimam ſextam Quinti, *proportio lateris* D a *minoris, ad latus* D A *majoris, eſt ſicuti proportio* D c *minoris, ad* D C *majoris. Quia ergo latus* D c *minoris continet tot particulas, quot pedes continet latus* D C *majoris, & è contrà; ſequitur quòd etiam latus* D a *minoris contineat tot particulas, quot pedes continet latus* D A *majoris, & è contrà.*

Iterum duo triangula A D B *majus, &* a D b *minus, ſunt æquiangula, propterea quòd angulus* B *&* b *in utroque eſt rectus; angulus* A D B *eſt communis utrique; & reliqui ſunt æquales*, per 32. primi. *Ergo*, per quartam Sexti, & decimam ſextam Quinti, *proportio lateris* a b *minoris ad latus* A B *majoris, eſt ſicuti proportio lateris* a D *minoris, ad* A D *majoris, & è contrà. Quoniam igitur* A D *majoris continet tot pedes aut palmos, quot particulas continet* a D *minoris; ſequitur quòd etiam* A B *majoris contineat tot pedes aut palmos, quot particulas continet* a b *minoris; quod erat inquirendum.*

ANNOTATIONES.

I.

S*I primam ſtationem facias in* D, *& ſecundam in* C, *& ex* d *chartæ uſque ad* c *numeres particulas, & reliqua omnia præſtes, ut dictum; invenies eandem altitudinem, propter eandem rationem hactenus explicatam.*

II. *Non eſt neceſſe, ut videatur baſis turris, ſed ſufficit ut Regula & Curſor in baſim directi, ſint paralleli horizonti.*

III. *Si numeres particulas lateris* D b *trianguli* a D b *parvi, habebis diſtantiam* D B, *nempe à* D *uſque ad baſim turris* B. *Ratio eſt, quia duo triangula* A B D, a b D *ſunt æquiangula, & habent latera homologa proportionalia; ac proinde ut particulæ* a b *parvi ad* palmos *A B magni, ita particulæ* b *D parvi ad palmos B D magni.*

IV. S

IV. *Si verò numeres particulas* cb *parvi trianguli* acb, *habebis diſtantiam C B, nempe à C remotiori ad B baſin turris; à qua diſtantia C B ſi ſubtrahas diſtantiam duarum ſtationum C & D, remanet diſtantia inacceſſibilis D B. Ratio ex dictis patet, quia utrobique triangula minora ſunt ſimilia majoribus.*

COROLLARIA.

I.

Ex dictis colligitur primò, qua ratione menſuranda ſit altitudo perpendicularis alicujus Montis, etiamſi ad baſim perpendicularis accedi non poſſit propter montis acclivitatem. Si enim primam ſtationem facias in C à monte remotiori, alteram in D monti propinquiori, & ex utroque loco aſpicias verticem montis, aut ſignum aliquod vertici impoſitum, & reliqua præſtes ut dictum; habebis perpendicularem à vertice montis uſq; ad planum cui mons inſiſtit, & in quo operationem inſtituiſti.

Eandem altitudinem habebis, ſi invenias declivitatem montis juxta dicta Cap. 1. Probl. 1. Coroll. 3. & à ſummitate ad lineam horizontalem demittas perpendicularem; hæc enim dabit tibi in particulis altitudinem quæſitam.

II. *Colligitur ſecundò, qua ratione invenienda ſit diſtantia à loco ſtationis, ſeu primæ, ſeu ſecundæ, uſque ad perpendicularem montis, aut turris, arcis &c. monti impoſitæ. Vnde ſi perforandus eſſet mons, & arci impoſitæ ſupponendus pulvis pyrius; quantum perforandum ſit, ſcies.*

III. *Colliges tertiò, quomodo invenienda ſit acclivitas montis ſecundùm lineam rectam: ſi enim ſecundam ſtationem facias prope montem, & numeres particulas* D a *parvi trianguli* D a c; *habebis intentum.*

IV. *Colliges quartò, quomodo menſuranda ſit portio alicujus altitudinis verticalis, ad quam non poſſis accedere; ſi nimirum primò inveſtiges majorem, deinde minorem altitudinem, demum ſubtrahas minorem à majori, ut dictum in Corollario Problematis præcedentis.*

V. *Colliges quintò, quomodo menſuranda ſit diſtantia duorum locorum, quando in altero extremo erecta eſt altitudo ignotæ menſuræ; quod monuimus Cap. præcedente Probl. 8. Annotat. 3.*

ANNOTATIO.

Hic modus inveniendi altitudinem inacceſſam per duplicem ſtationem, eſt omninò ſimilis modo inveniendi diſtantiam inacceſſam duorum locorum tradito ſuprà Cap. 1. Probl. 12. & 13.

PROBLEMA III.

Metiri altitudines verticales, ad quas neque accedi poteſt, neque in directum retrocedi, ſed tantùm ad latus.

Fig. XXIV. Iconiſ. V. SIt metienda turris A B præcedentis figuræ inacceſſibilis, veliſque eam metiri ex loco C, ex quo tamen non poſſis retrocedere, ſed ſolùm in tranſverſum ire verſus D, unde videre poſſis baſim turris B, & locum C; ſive ex loco C poſſis videre baſim B, ſive non. Per Problema aliquod Capitis primi præcedentis inveſtiga ex D intervallum C B: deinde ex C, per dicta Problemate primo hujus Capitis inveſtiga altitudinem A B.

ANNOTATIONES.

I.

HAc ratione inveſtigare etiam poteris portionem alicujus turris, ſi nimirum priùs inveſtiges diſtantiam C B, & deinde opereris modo dicto in præcedenti Corollario 4.

II. *Poteris etiam hac ratione inveſtigare diſtantiam diametralem à C uſque ad A. Item ex diſtantia C A altitudinem turris invenire.*

PROBLEMA IV.

Altitudinem verticalem metiri ex alia altitudine, per duas ſtationes.

Fig. XXV. Iconiſ. V. SIt turris A B, quam velis metiri ex loco C; ſed neque in directum, neque in tranſverſum recedere poſſis ex C ad faciendas duas ſtationes in plano. Elige, aut erige in loco C altitudinem D C; & conſcensâ ejus ſumitate, ſtatue Inſtrumentum horizonti perpendiculare, & in charta duc duas rectas, C B horizonti parallelam, & D C interſecantem priorem in C ad angulos rectos. Deinde fune aliquo explora altitudinem D C, & in lineam D C chartæ transfer ex D in C tot particulas, quot palmorum eſt altitudo D C. Poſthæc per dioptras Regulæ aſpice ſummitatem A, &

Cur-

Curſore ad punctum D applicato duc rectam D A. Deſcende jam, & colloca Inſtrumentum in C eo modo, quo antea collocaveras in D; ita tamen, ut punctum C Inſtrumenti correſpondeat loco C. Reſpice deinde per dioptras in A ſummitatem turris; & poſito Curſore ſupra punctum C, duc rectam C A, interſecantem in A rectam D A. Tandem ex A puncto in lineam C B duc rectam perpendicularem A B. Dico, turrim A B continere tot palmos, quot particulas continet linea A B Inſtrumenti.

DEMONSTRATIO.

DVo triangula, A D C majus, & A D C minus, ſunt æquiangula: quia angulus D C A eſt communis utrique; angulus ad D eſt idem in utroque; & anguli D A C ſunt æquales, per 32. primi. *Ergo*, per quartam Sexti, & decimam ſextam Quinti, *ut D C majus, ad D C minus; ita C A majus, ad C A minus: Sed D C majus continet tot palmos, quot D C minus particulas; Ergo & C A majus continebit tot palmos, quot C A minus particulas.*

Iterum duo triangula C A B majus, & C A B minus, ſunt æquiangula: quia anguli ad B ſunt recti; angulus A C B eſt communis utrique; & reliqui ſunt æquales, per 32. Primi. *Ergo*, per quartam Sexti, & decimam ſextam Quinti, *ut A C majus, ad A C minus; ita A B majus, ad A B minus: Sed A C majus continet tot palmos, quot A C minus particulas; Ergo & A B majus continet tot palmos, quot A B minus particulas.*

ANNOTATIONES.

I.

PArticulæ C B minoris trianguli dant intervallum inter duas turres: & particulæ C A ejuſdem minoris dant diametralem C A majoris in palmis.

II. *Hic modus inſervit etiam ad inveniendam altitudinem perpendicularem alicujus montis: & etiam diſtantiam horizontalem à loco ſtationis uſque ad baſim perpendicularis, ut conſideranti patet.*

III. *Vt hic ex minori altitudine invenimus majorem, ita ex majori inveniri poteſt minor.*

IV. *Quomodo ex unica ſtatione turris inveniri poſſit altitudo alterius turris, dicemus Capite 5. Problem. 2.*

PROBLEMA V.

Altitudinem verticalem majorem metiri ex minore, per unicam ſtationem.

Fig.XXVI. Iconiſ. V. SIt turris A B major metienda ex turri B C minore. Metire diſtantiam inter C & B, per modum aliquem ex Capite 1. v. g. per Problema ſecundum prædicti Capitis. Deinde colloca Inſtrumentum in D, prout figura monſtrat, & dirige Regulam atque Curſorem in ſignum E quodcunque, & duc rectam D E in charta juxta latus Curſoris. Iterum dirige Regulam in A, & in B; poſitoque Curſore ſupra punctum D, duc rectas D A, D B. Tandem à puncto D, uſque ad punctum E chartæ numera tot particulas, quot palmos inveniſti inter B C; & per punctũ E duc rectam A B, turri A B parallelam, hoc eſt, rectæ D E perpendicularem. Dico, hanc rectam A B in particulis dare tibi altitudinem turris A B.

DEMONSTRATIO.

DVo triangula D A E, & duo alia D B C, ſunt æquiangula. Nam cùm recta A B ſit parallela turri A B, erunt anguli E E, A A, item E E, B B, æquales, per 29. primi; *eſt autem angulus ad D communis: Ergo ut D E parvum, ad D E magnum; ita E A, & E B parva, ad E A, & E B magna; hæc autem duo dant totam altitudinem.*

COROLLARIUM.

EX his colligitur, qua ratione dimetiri poſſis quamcunquè altitudinem verticalem per unicam ſtationem, ſi nimirum è loco ſtationis erigas perpendiculariter haſtam, vel ſcalam, ſive notæ, ſive ignotæ altitudinis; & Inſtrumentum ita ad eius ſummitatem applices, ut operatio modo dicto inſtitui poſſit.

PROBLEMA VI.

Altitudinem verticalem minorem ex majori metiri.

Fig.XXVII Iconiſ. V. SIt ex turri A B notæ altitudinis metienda turris C D. Colloca Inſtrumentum in A, ut vides; & duc in charta duas rectas, A B, B D,

B D, quarum illa ſit horizonti perpendicularis, hæc parallela. Numera deinde ex B uſque ad A tot particulas, quot palmos continet turris A B; & directâ Regulâ in C & in D, poſitoque Curſore in A, duc rectas A C, A D. His factis, ex puncto D, ubi linea A D interſecat lineam B D, erige rectam D C, perpendicularem rectæ B D. Dico, particulas rectæ D C dare altitudinem C D.

DEMONSTRATIO.

Bina triangula A B D, ſunt æquiangula, cùm angulus ad A ſit communis, & ad B rectus; Ergo cùm A B minoris contineat tot particulas, quot palmos A B maioris; etiam A D minoris continebit tot particulas, quot palmos continet A D maioris.

Iterum, bina triangula A C D ſunt æquiangula: nam angulus ad A eſt communis utrique, anguli tam ad D, quàm ad C, ſunt æquales, per 29. primi: *Ergo ut ſe habet in minori latus A D ad D C, ita ſe habet in maiori latus A D ad D C; & viciſſim; Sed A D maioris continet tot palmos, quot A D minoris particulas; ergo etiam D C maioris continet tot palmos, quot D C minoris particulas.*

PROBLEMA VII.

Altitudines verticales in monte poſitas, ad quas acceſſus patet, metiri.

ESto turris A B in monte poſita, obſervanda ex C dorſi montis; ſitque diſtantia à C uſq; ad B per rectam lineam 40 verbi gratiâ palmorum. Colloca Inſtrumentum in C; dirige dioptricam Regulam in B, & in A; poſitoque Curſore in puncto quocunque C chartæ, duc rectas C *b*, C *a*. Numera deinde ex C uſque ad *b* Inſtrumenti particulas 40, & per *b* duc rectam *a b* perpendicularem horizonti, ope perpendiculi. Dico, rectam *a b* continere tot particulas, quot palmos A B. F. XXVIII. Iconiſm. V.

DEMONSTRATIO.

Bina triangula A B C, & a b *C ſunt æquiangula, quia turris A B, & recta* a b, *ſunt parallelæ,* per Sextam undecimi, *cùm utraque ſit ad horizontem recta; & lineæ* a C, b C, *incidentes in ipſas, efficiunt angulos exter-*

ternos æquales internis; & angulus C eſt communis utrique. Habent ergo circa æquales angulos latera proportionalia, & eſt, ut C b parvum, ad C B magnum, ita B a parvum, ad B A magnum,

PROBLEMA VIII.

Altitudines in monte poſitas, ad quas acceſſus non patet, metiri.

ESto ut antè turris A B ſupra montem poſita, ad quam non poſſis accedere.

Si exiſtis in planitie infra montem; cape per Problema II. hujus Capitis primò altitudinem B D, deinde altitudinem A D; & ſubtrahe minorem à majori, remanebitque altitudo A B.

Si es in montis dorſo, ubi non potes recedere in directum; aut in planitie, & ſimiliter non potes recedere; cape per Probl. IV. hujus capitis primò altitudinem ſolius montis B D, deinde montis & turris ſimul; & ſubtractâ minore ex majori, remanebit altitudo turris. Demonſtratio patet ex citatis locis.

PROBLEMA IX.

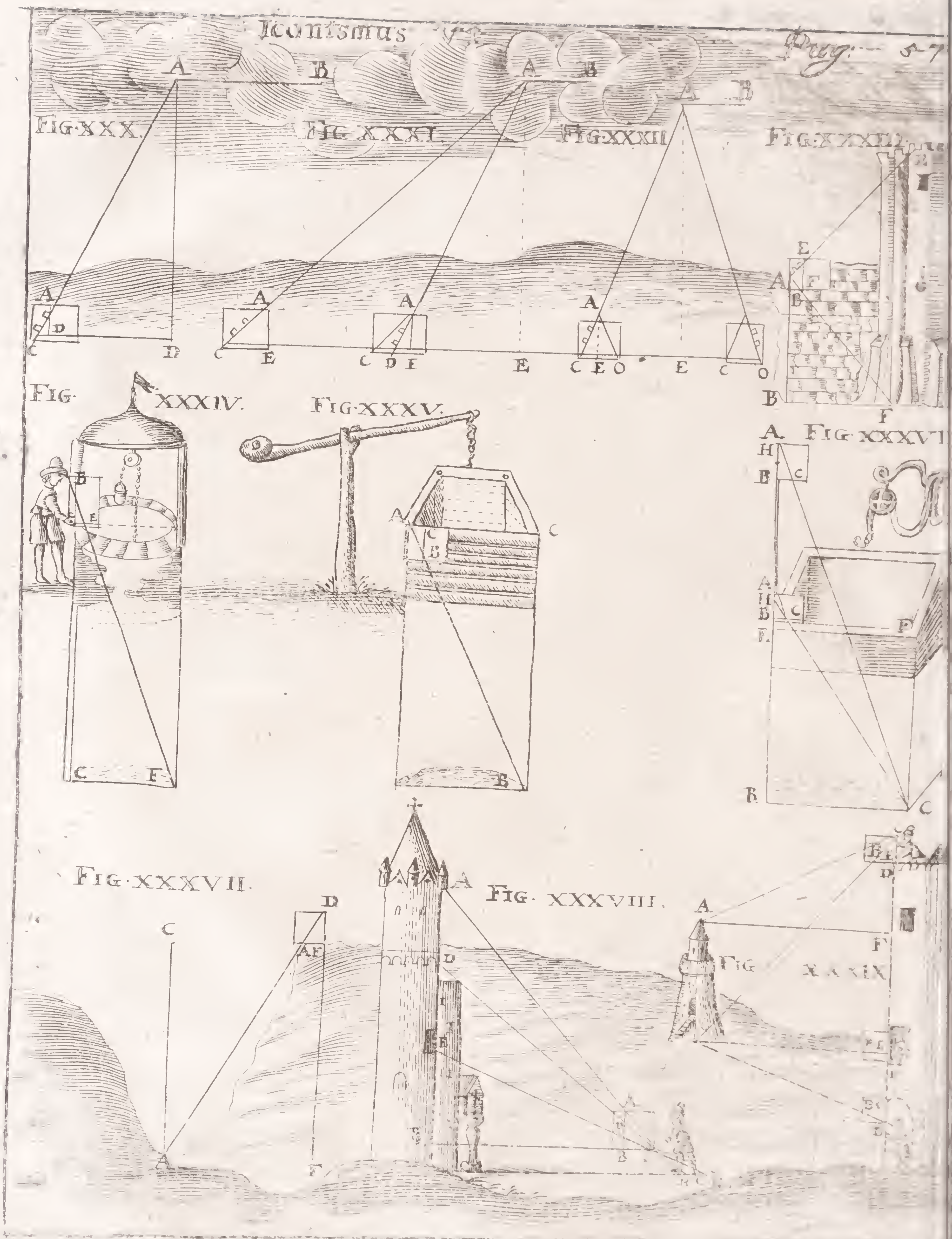
Metiri altitudinem turris ex ipſa turri, quando baſis turris non poteſt videri.

UTere modo dicto Capite primo, Problemate 9, & habebis intentum.

PROBLEMA X.

Altitudinem nubium verticalium metiri.

Fig. XXIX. Iconiſm. V. SIt nubes verticalis, hoc eſt, quæ vertici tuo immineat, A B, & ſit quieſcens. Quære locum C, ex quo per lineam horizonti perpendicularem aſpicere poſſis extremitatem A nubis. Colloca ergo Inſtrumentum in C, & per Regulam aſpice extremitatem A, ductâ ſecundùm latus Curſoris rectâ C A. Iterum aſpice per Regulam extremitatem B, & Curſore poſito in puncto C Inſtrumenti, duc rectam C B. Quære jam alium locum D, vel per te ipſum,


Iconiſmus
Pag. 57
FIG·XXX.
FIG·XXXI.
FIG·XXXII
FIG·XXXIII
FIG·XXXIV.
FIG·XXXV.
FIG·XXXVI
FIG·XXXVII.
FIG·XXXVIII.
FIG XXXIX

ipſum, vel per ſocium, ex quo per lineam perpendicularem aſpici poſſit altera nubis extremitas B. Numera jam palmos inter loca C & D interiectas, & in rectam C D Inſtrumenti, ex C in D, transfer tot particulas, quot palmos inveniſti; atq; ex D erige perpendicularem D B. Dico, D B in particulis dare altitudinem nubis in palmis.

DEMONSTRATIO.

Duo triangula B C D ſunt æquiangula, ut patet; eſtque ut C D parvum ad D B parvum, ita C D magnum ad D B magnum.

PROBLEMA XI.

Altitudinem nubium non verticalium metiri.

SIt nubes non verticalis A, & tu exiſtas in C. Colloca Inſtrumẽtum in C, ut vides, & ductâ rectâ C D horizonti parallelâ, dirige Regulam in A, & juxta latus Curſoris duc rectam C A. Procede deinde, vel alium mitte verſus D, donec punctum A fiat tibi aut ipſi verticale; & numera palmos inter loca C & D; in lineam verò C D Inſtrumenti transfer tot particulas, quot inter C & D loca inveniſti palmos, & ex D erige perpendicularem, quæ ſecet rectam C A, in A. Dico, rectam D A in particulis dare tibi altitudinem D A nubis. Fig. XXX. Iconiſ. VI.

DEMONSTRATIO.

Duo triangula C A D ſunt æquiangula, ut patet, ac, proinde eſt C D intervallum ad D A ãltitudinem, ut C D particulæ ad D A particulas. Vide plura infrà.

PROBLEMA XII.

Aliter metiri altitudinem nubium non verticalium.

SIt nubis A altitudo perpendicularis A E dimetienda ex locis C & D. Colloca Inſtrumentum in C, & ductâ rectâ horizontali C E, aſpice per dioptras nubis extremitatem ſeu punctum quodcunque determinatum A; & applicato Curſore puncto C, duc rectam C A in Inſtrumento. Procede deinde ad ſtationem D, & ex Fig. XXXI. Iconiſ. VI.

C Inſtrumenti uſque ad D numera tot particulas, quot pedes numeraſti ex loco C ad locum D; poſitoque puncto D Inſtrumenti in loco D, aſpice iterum per dioptras punctum A nubis; applicatoque Curſore puncto D Inſtrumenti, duc rectam D A, ſecantem priorem lineam C A in A. His factis, demitte ex puncto A Inſtrumenti perpendicularem A E; & hujus particulæ indicabunt tibi numerum pedum altitudinis A E nubis.

DEMONSTRATIO.

Duo triangula C A D ſunt æquiangula, quia angulus ad C, eſt idem in utroque, angulus ad D, communis utrique, & anguli ad A æquales, per 32. primi. *Ergo ut C D parvi, ad C D magni; ita D A parvi ad D A magni.*

Iterum, duo triangula D A E ſunt æquiangula, quia angulus ad D eſt communis utrique, angulus ad E eſt rectus in utroque, & anguli ad A æquales, per 32. cit. *Ergo ut D A parvi ad D A magni; ita A E parvi ad A E magni.*

ANNOTATIONES.

I.

Poteſt eodem tempore, quo tu ex C aſpicis punctum A, & formas rectam C A, alius ex D aſpicere idem punctum A, & formare rectam D A, in aliquo aſſerculo ritè collocato: ſi enim tunc in charta aliqua ducatur recta C E, fiat angulus æqualis angulo A C E, numerentur particulæ à puncto C uſque ad punctum D tot, quot ſunt palmi inter C & D, fiat angulus A D E, demittatur perpendicularis A E; habebis idem quod antea.

II. *Si una ſtatio fiat in C, altera in O, & à C Inſtrumenti uſque ad*
F. XXXII. Iconiſ. VI. *O ſumantur tot particulæ, quot pedes ſunt inter loca C & O, & à puncto interſectionis A Inſtrumenti demittatur perpendicularis A E, dabit hæc altitudinem A E nubis. Demonſtratio facilis eſt, & ex dictis colligitur.*

PROBLEMA XIII.

Altitudinem turris in foſſa poſitæ metiri.

Sit foſſa A B C D, turris E F. Metire profunditatem A B foſſæ fune demiſſo. Colloca Inſtrumentum in A, ut vides; dirige
F. XXXIII. Iconiſ. VI. Regulam in E, & in F, ductis juxta Curſoris latus rectis A E, A F. Numera deinde ex A in B chartæ tot particulas, quot palmorum

eſt

eſt profunditas A B foſſæ; & ex B duc perpendicularem B F, interſecantem A F in F; & ex F erige perpendicularem F E, quæ dabit tibi altitudinem turris.

DEMONSTRATIO.

Duo triangula A E F, ſunt æquiangula, per 29. primi; *ſicut & duo A B F: (ſuppono enim rectus E F eſſe inter ſe parallelas, & horizonti perpendiculares) Ergo, ut A B ad F A in parvo, ita A B ad F A in magno: Item ut A F ad F E in parvo, ita A F ad F E in magno.*

ANNOTATIO.

Diametralem A E in palmis, dat A E Inſtrumenti in particulis. Idem dicendum de diametrali A F, & horizontali B F.

PROBLEMA XIV.

Metiri altitudinem verticalem ex ſummitate ipſius, quando nota eſt diſtantia quædam horizontalis à baſi altitudinis.

Utere modo dicto Capite primo, Problemate ſecundo, & invenies quod quæris. Utere inquam modo dicto, non ut ibi habetur, ſed accommodatè ad hunc caſum.

CAPUT TERTIUM

De Dimenſione Profunditatum.

Profunditates hîc appello lineas perpendiculariter deſcendentes è loco ſuperiori, vel aſcendentes ex inferiori; cujuſmodi ſunt profunditates puteorum, vallium &c. quæ etiam vocari poſſunt verticales profunditates, & eandem ferè dimetiendi rationem habent cum verticalibus altitudinibus.

PROBLEMA I.

Profunditates puteorum metiri.

Eſto puteus D F E C, æqualem habens latitudinem, ſuperiùs D C, & inferiùs F E, cujus profunditatem uſque ad aquæ ſu- F. XXXIV. Iconiſ. VI.

 per-

perficiem ſcire velis. Metire primò ejus latitudinem D C, quæ ſit v. g. 20 palmorum: deinde applica Inſtrumentum, ut vides, & duc in charta duas, B C, F C, interſecantes ſe orthogonaliter in C. His factis, numera ex C uſque ad F chartæ 20 particulas, & dirige Regulam in : putei; poſitoque Curſore in puncto F Inſtrumenti, duc rectam F B. Dico, profunditatem putei eſſe tot pedum, quot particulæ continentur in B C chartæ.

DEMONSTRATIO.

DEmonſtratio fundatur in proportione laterum homologorum duorum triangulorum ſimilium B F C, & ex jam ſæpe dictis patet.

ANNOTATIO.

SVbtrahendum tamen eſt latus B C Inſtrumenti. Quod ſi B Inſtrumenti eſſet in C lineæ D C, nihil eſſet ſubtrahendum.

PROBLEMA II.

Aliter puteorum profunditates metiri.

F. XXXV. Iconiſ. VI. APplica Inſtrumentum ut vides, & directâ Regulâ in B, applicatoque Curſore in A, duc in Inſtrumento rectam A B. Numera deinde ex A Inſtrumenti uſque ad punctum C tot particulas, quot palmos continet latitudo A C putei, & ex C demitte perpendicularem C B; quæ dabit tibi profunditatem putei. Demonſtratio fundatur in duobus triangulis ſimilibus A C B.

PROBLEMA III.

Profunditatem puteorum, aliarumque rerum depreſſarum aliter metiri.

F. XXXVI. Iconiſ. VI. ERige ſupra os putei, ubi E, haſtam E A ad perpendiculum; & applicato Inſtrumento in A, ductiſque in charta rectis A B, C B, ſecantibus ſeſe orthogonaliter in B, dirige Regulam in C putei, & ſimul applicato Curſore ad punctum A, duc rectam A C. His præſtitis, numera in haſta ex A uſque in H inferius v. g. 30 palmos, totidemque particulas ex A uſque ad H Inſtrumenti; punctum-

ctumque H Inſtrumenti applica ad punctum H inferius haſtæ; iterumque per Regulam aſpice punctum C putei, applicatoque Curſore puncto H, duc rectam H C, interſecantem rectam A C in C: à quo puncto C ſi duces perpendicularem C B, ad latus A B Inſtrumenti; dabunt particulæ A B totam lineam A B, nempe à ſummitate haſtæ uſque ad imum putei; particulæ verò H B dabunt profunditatem putei ab H uſque ad B.

DEMONSTRATIO.

Demonſtratio fundatur in triangulis A B C, & A H C, prout explicatum eſt in ſimili ſuprà Capite I. Probl. 9.

ANNOTATIO.

Hac eâdem ratione menſurari poteſt profunditas vallium ex monte, aliarumque profunditatum ex altitudinibus.

PROBLEMA IV.

Profunditatem vallis metiri.

Sit vallis A, cujus profunditas ſit menſuranda ex monte D F, videndumque quanta ſit perpendicularis C A. Elige in planitie montis, aut in ejus dorſo, duas ſtationes, ex quibus videre poſſis ſignum A; & inveſtiga per dicta Capite 1. Probl. 1. Coroll. 3 diſtãtiam diametralem D A. Quâ habitâ, erige Inſtrumentum in mõte, ut vides, & per dioptras reſpice in A, poſitoque Curſore in D, duc rectam D A; in qua ex D, uſque ad A, numera tot particulas, quot palmos inveniſti inter D & A. Deinde ex A inſtrumenti ad ejus latus D F, duc perpendicularem A F. Dico, tot palmorum eſſe perpendicularem montis D F, & conſequenter vallis C A, quot particularum eſt linea D F Inſtrumenti. Auferri tamen debet altitudo Inſtrumenti ex profunditate inventa.

Iconiſ. VI. F. XXXVII

DEMONSTRATIO.

Demonſtratio fundatur in ſimilitudine duorum triangulorum D A F, uti jam ſæpe diximus in præcedentibus.

ANNOTATIONES.

I.

EÆdem particulæ D F dant palmos à D uſque ad F centrum montis. Particulæ verò F A dant diſtantiam F A.

II. *Si monti ſit impoſita turris, poteris per duas ſtationes in ipſa factas indagare vallis profunditatem, modo dicto Problemate præcedente.*

III. *Si in ipſa valle fieri poſſint duæ ſtationes, poterit eadem profunditas, ſeu potiùs altitudo D F, ſeu C A menſurari per Problema ſecundum cap. 2. Et etiam declivitas.*

CAPUT QUARTUM.

De Dimenſione diſtantiarum diametralium.

DIſtantias ſeu lineas diametrales voco, diſtantias à termino quopiam in planitie conſtituto uſque ad alium in eminentiori loco ſitum; qualis eſt diſtantia C A in figura ſequentis Problematis. Eſt porrò hujus diſtantiæ diametralis inventio ſummè utilis atque neceſſaria Belli ducibus ad fabricandas ſcalas, aut pontes, in propugnaculorum oppugnationibus. Scimus enim ex Polybio, Philippum Regem Macedonum gravi clade affectum ex eo, quòd ad Melitæorum urbem capiendam ſcalas non ſatis longas muris admoverat. Idem contigit Gallis ad Mediolanum, & Auſtriacis ad Caniſam. Inſervit eadem res miſſilibus ignitis in arcem monti impoſitam proiiciendis.

PROBLEMA I.

Diſtantiam diametralem invenire, quando ad baſim altitudinis accedi poteſt, aut nota eſt ipſa altitudo.

F. XXXIIX Iconiſ. VI. SIt invenienda diſtantia C A, aut C D, aut C E. Metire in palmis v. g. 50 intervallum C B; & collocato Pantometro in C, ductiſque in Inſtrumenti charta rectis A B, C B, numera ex B uſque in C particulas 50, & dirige regulam in A, aut D, aut E; poſitoque

toque Curſore ſupra punctum C Inſtrumenti, duc rectam C A, aut C D, aut C E. Dico, particulas in C A Inſtrumenti dare diſtantiam quæſitam in palmis. Vide Probl. 8. cap. I.

DEMONSTRATIO.

Demonſtratio conſtat ex dictis Capite I. Probl. 1. & alibi paſſim toto hoc Libro.

COROLLARIUM.

Ex his colligitur, quotieſcunque nota eſt diſtantia aliqua ab altitudine, aut ipſa altitudo, inveniri nullo negotio lineam diametralem.

ANNOTATIO.

Si Inſtrumentum fuit accommodatum ſupra ſuum pedem, addenda eſt ad diagonalem diſtantiam inventam, diſtantia diagonalis ab Inſtrumento uſque ad terram, nempe à C uſque ad F, aut G, aut H; quæ habetur, ſi filum juxta latus Curſoris extendatur rectà uſque ad terram, ut figura monſtrat.

PROBLEMA II.

Diſtantiam diametralem invenire, quando ad baſim altitudinis non poteſt accedi, neque nota eſt ipſa altitudo.

Utere modo dicto Capite 2. Probl. 2. & particulæ linearum C A, vel D A inſtrumenti, dabunt tibi quæſitum.

PROBLEMA III.

Diſtantiam diametralem invenire ope Inſtrumenti, ſine obſervatione, quando nota eſt altitudo, & diſtantia ab ipſa.

Si ſcias tam altitudinem turris A B præcedentis figuræ, Problematis primi, quàm diſtantiam B C à baſi turris; invenies diametralem ſine ulla obſervatione ſic. In charta duc duas rectas

AB, CB, interſecantes ſe orthogonaliter in B, prout in prædicta figura factum vides: à B verſus A transfer tot particulas, quot palmos continet altitudo nota; ab eodem B verſus C transfer tot particulas, quot continet diſtantia nota à baſi turris: fines particularum utriuſque lineæ conjunge lineâ rectâ CA, & in ipſa invenies diſtantiam diametralem in particulis Curſoris.

PROBLEMA IV.

Declivitatem & acclivitatem alicujus montis invenire, quando non eſt valdè inæqualis.

UTere modo dicto in Corollario 3. Cap. 1. Probl. 1. & invenies quod quæris, ob rationem ibidem dictam.

PROBLEMA V.

Diagonale intervallum ex ipſa altitudine metiri.

Utere modis dictis Capite 1. Probl. 2. 5. 9.

CAPUT QUINTUM.

De Dimenſione variorum intervallorum.

PRoponam hoc capite nonnullos caſus dimetiendi varia intervalla ſeu diſtantias, quas ſimul notas eſſe quis deſiderat; licet ſingulæ earum diſtantiarũ ex traditis jam modis inveniri poſſint.

PROBLEMA I.

Duarum altitudinum verticalium inæqualium, & non in eodem plano horizontali exiſtentium diſtantiam inter ſe, & diametralem alterutrius unà cum altitudine invenire ex alterutra.

F. XXXIX. Iconiſ. VI. SIt turris, arx &c. AB minor, & altiori loco ſita; CD turris, aut arbor, aut navis major, & depreſſiori loco ſita; veliſque ex CD invenire prædicta; ſic operare.

Primò,

Primò, diſtantias C B, & D B habebis ſic. Applica Inſtrumentum in D, verticaliter erectum, & directâ regulâ in B, duc in charta juxta latus Curſoris rectam D B, aliamque verticalem D C. Deinde conſcende in C, & metire in palmis, demiſſo fune, altitudinem C D; applicatoque Inſtrumento verticaliter in C, numera ex D chartæ in C uſque tot particulas, quot palmorum eſt altitudo C D; & dirigendo in B Regulam cum Curſore poſito in C Inſtrumenti, fac lineam C B, quæ interſecet priorem D B in B. His factis, dabunt particulæ D B diſtantia D B à baſi ad baſim; particulæ verò C B dabunt diſtantiam diametralem C B, à puncto B uſque ad punctum C.

DEMONSTRATIO.

QVia duo triangula C B D, *ſunt æquiangula, eò quòd angulus ad C ſit communis, ad D idem in utroque, ad B unus alteri æqualis*, per 32. primi. *ut ergo C D nota in particulis, ad C D notam in palmis; ita C B nota in particulis, ad C B ignotam in palmis*, per quartam Sexti, & decimam ſextam Quinti. *Item, ut C D parvi, ad C D magni trianguli, ita D B parvi, ad D B magni.*

Secundò, diſtantiam horizontalem E B habebis, ſi ex loco aliquo altitudinis C D, nempe ex E dirigas in B lineam viſualem horizontalem; & applicato Inſtrumento, metiaris intervallum E D, numereſque in linea D C Inſtrumenti, ex D in E, tot particulas, quot palmos inveniſti in intervallo E D; ducaſque rectam E B, interſecantem D B in B: particulæ enim E B Inſtrumenti dabunt palmos E B intervalli horizontalis. Vel ſine alia operatione, ex punctis interſectionis B ad latus C D Inſtrumenti duc perpendicularem E B.

DEMONSTRATIO.

QVia triangula E B D *ſunt æquiangula, cùm angulus ad E ſit communis utrique, angulus ad D idem in utroque, reliqui æquales*, per 32. primi. *ut ergo D E nota in particulis, ad D E notam in palmis; ita E B nota in particulis, ad E B ignotam in palmis.*

Tertiò, altitudinem A B habebis, ſi ex alio loco altitudinis C D, nempe ex F, dirigas in A, aliam horizontalem F A, metiariſque diſtantiam inter F & E: hæc enim diſtantia ſeu altitudo F E, erit æqualis altitudini A B.

DEMONSTRATIO.

QVoniam enim in quadrilatero A B F E, duæ rectæ A B, F E, parallelæ ſunt ex ſuppoſitione; ſuntque anguli ad F & E recti, ex conſtructione; erunt etiam anguli ad A & B recti, utpote æquales angulis F & E, per 29. primi. *Parallelogrammuum ergo eſt, quadrilaterum A B F E,* per Scholium Clavii trigeſimæ quartæ primi, *eò quòd oppoſitos angulos habeat æquales, vel eò quòd omnes angulos habeat rectos; ac proinde adverſa latera F A, E B ſunt æqualia,* per 34. primi.

ANNOTATIO.

EAndem altitudinem A B invenies, ſi ex D & C, opereris modo dicto Capite ſecundo Probl. 4. Simili præterea modo invenies diametralem D A.

PROBLEMA II.

Ex una turris ſtatione metiri alterius turris altitudinem, & diſtantiam horizontalem, & Diametralem.

Fig. XL. Iconiſ. VII. EX loco C turris C D, ſit invenienda turris A B altitudo, diſtantia horizontalis D B, & diametralis C B, C A. ſic operare.

Fune demiſſo metire altitudinem C D, & applicato Inſtrumento in C, duc juxta directionem Regulæ & Curſoris rectas C B, C D. Ex C uſque ad D Inſtrumenti numera particulas tot, quot inveniſti ex C in D turris palmos; & ex D puncto duc rectam perpendicularem D B, ſecantem C B in B; dabitque D B in particulis diſtantiam horizontalem D B in palmis; & C B in particulis, dabit diſtantiam diametralem C B in palmis.

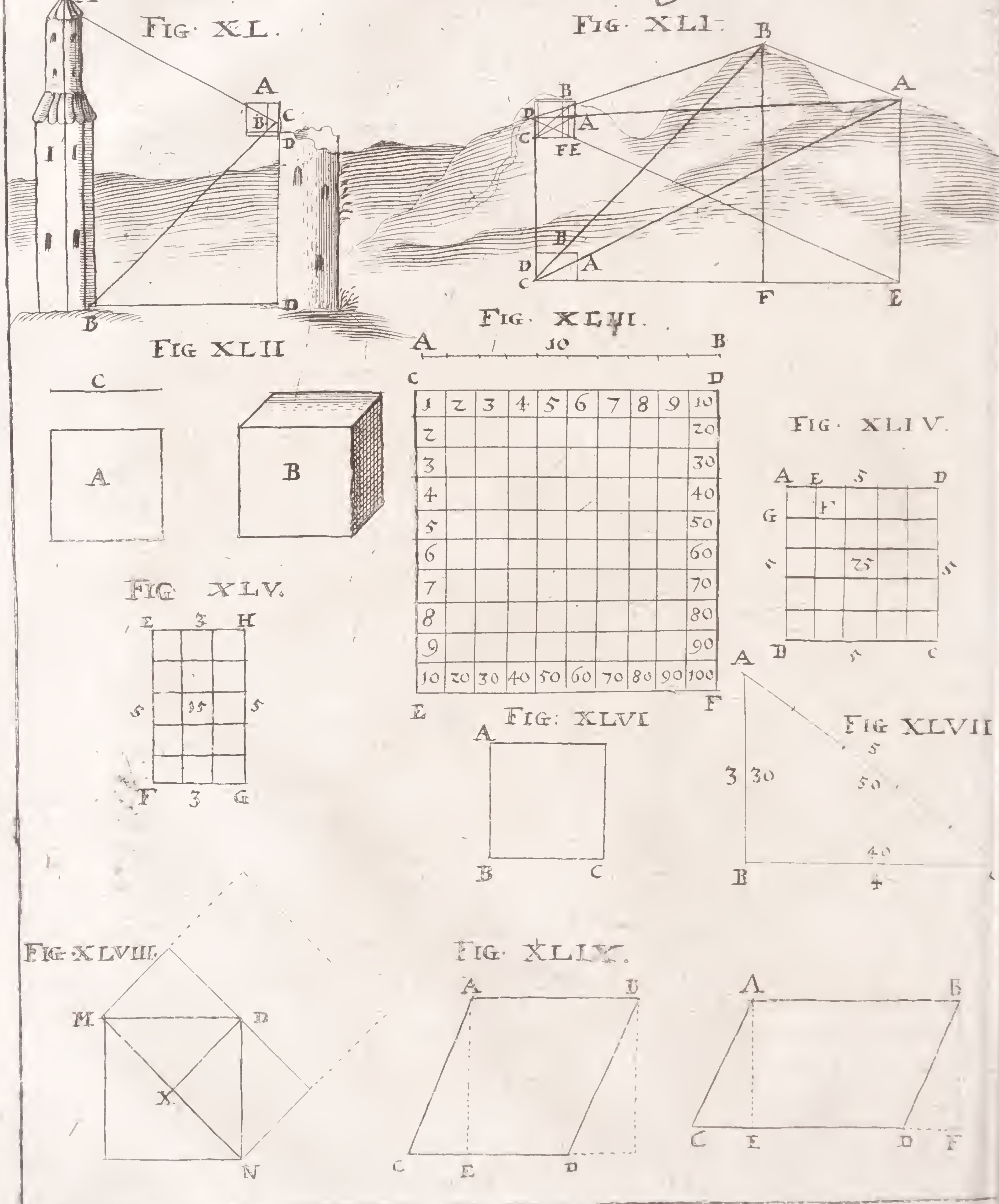
DEMONSTRATIO.

Duo triangula C B D, ſunt æquiangula; ergo habetur intentum.

Altitudinem porrò A B, & diametralem C A, ſic invenies. Duc rectam C A, juxta directionem Regulæ & Curſoris in A; & ex puncto B Inſtrumenti erige perpendicularem B A, ſecantem C A in A; dabitque B A altitudinem, C A diametralem quæſitam.

DE-

Iconiſmus VII. Pag: 67.



DEMONSTRATIO.

Duo triangula C A B, ſunt æquiangula, quia angulus C eſt communis, anguli A & B ſunt æquales angulis A & B, per 29. primi. *Ergo ut C B ad C B, ita C A, ad C A; vel ut A B ad A B, ita C A ad C A.*

PROBLEMA III.

Trium montium aut turrium diſtantias ab invicem, unà cum altitudine, determinare.

Sint tres montes, aut turres A E, B F, D C. In monte D C elige duas ſtationes, C & D. In ſtatione C colloca Inſtrumentum ita, ut planum ipſius tranſeat per cacumina B & A ſimul, & directâ in A, & in B Regulâ, cum Curſore poſito ſupra punctum C, duc rectas C B, C A, C D. Deinde transfer Inſtrumentum in D, & colloca iterum ut antea; & à puncto C Inſtrumenti ad punctum D numera tot particulas, quot palmis diſtat ſtatio D, à ſtatione C; & directâ iterum Regulâ cum Curſore in A, & in B, duc rectas D A & D B, interſecantes rectas C B, C A, in punctis B & A, & duc rectam B A. Dabunt particulæ D B, diſtantiam D B; particulæ B A, diſtantiam B A; particulæ D A, diſtantiam D A; particulæ C A, diſtantiam C A; particulæ denique C B, diſtantiam C B. Fig. XLI. Iconiſ. VII.

DEMONSTRATIO.

Duo triangula D A C ſunt æquiangula: nam angulus D eſt communis, angulus A C D eſt idem in utroque, reliqui ſunt æquales, per 32. primi. *Ergo ſicuti diſtantia D C continet tot palmos, quot linea D C particulas; ita diſtantiæ C A, & D A, continent tot palmos, quot linea C A & D A particulas.*

Iterum, duo triangula D C B, ſunt æquiangula: nam angulus ad D eſt communis, angulus B C D eſt idem in utroque; reliqui ſunt æquales, *per 32. primi.* Ergo ſicuti C D diſtantia continet tot palmos, quot D C linea particulas; ita C B & D B diſtantiæ continebunt tot palmos, quot C B & D B lineæ particulas.

Iterum, duo triangula D A B ſunt æquiangula: nam angulus D eſt communis, latera D A, D B ſunt ſecta proportionaliter,

ac proinde anguli D A B, D B A parvi trianguli, ſunt æquales eiſdem magni trianguli, *per 29. primi*, cùm lineæ A B parvi, & A B magni, ſint parallelæ, *per ſecundam Sexti*. Ergo ſicuti A D diſtantia continet tot palmos, quot A D linea particulas, ut probavimus; ita A B diſtantia continet tot palmos, quot A B linea particulas, *per 4. Sexti*.

ANNOTATIO.

Altitudo A E colligitur ex particulis lineæ D E ejuſdem parvi trianguli, demiſſâ perpendiculariter ex puncto A in lineam C E Inſtrumenti, ſi turres ſint in eodem plano horizontali. Similiter altitudo B F colligitur ex linea B F Inſtrumenti. Diſtantia D E, ex particulis lineæ D E ejuſdem parvi trianguli colligitur. Ratio patet ex dictis. Si turres non ſint in eodem plano horizontali, inveſtigentur diſtantiæ C F, C E in palmis, & ex puncto C Inſtrumenti uſque ad puncta F & E, tranſferantur totidem particulæ, & ducantur rectæ A E, B F; dabuntque hæ turrium A E, B F altitudines.

LIBER

LIBER III.

EMBADOMETRICVS,

ſive

De Dimenſione ſuperficierum.

Superficies apud Mathematicos eſt magnitudo longa ac lata, carens profunditate. Geometræ tamen practici ſeu Agrimenſores, nomine ſuperficierum intelligunt planities camporum, hortorum, vinearum, pratorum, & ſimilium rerum; item ſylvas per planities extenſas; & quidquid denique in longum, in latum, in circulum, & in quamcunque figuram planam eſt extenſum, & ſecundùm ſuperficiem ſuam menſurabile. De ſuperficierum itaque dimenſione, ut non ſolùm methodicè ac ordinatè, ſed clarè ac breviter agamus, nonnulla præmittenda duximus, præſertim in gratiam Tyronum. Duas ergo partes habebit hic Liber; Prima continebit Prolegomena; altera Problemata.

PARS PRIMA
CONTINENS
PROLEGOMENA.

AGetur in his Prolegomenis de variis ſpeciebus ſeu diviſionibus ſuperficierum, de famoſis menſuris Geometrarum, tandemque de calculo Geometrico, ſeu de Arithmetica Geometrica. Licet enim in dimenſione ſuperficierum per noſtrum Inſtrumentum non ſit omninò neceſſaria Arithmeticæ cognitio atque operatio, ut ſuo loco indicabimus; tamen faciliùs & certiùs cum illa, quàm ſine illa, dimenſiones prædictæ peraguntur, ſaltem in aliquibus caſibus.

CAPVT PRIMVM
De variis Superficierum ſpeciebus

SUperficies dividitur in planam, cavam, & convexam. Plana dividitur in rectilineam, curvilineam, circularem, & mixtam. Rectilineæ ſuperficies ſunt, quæ rectis circumſcribuntur lineis, ſeu quorum omnia latera ſunt recta.

Dividuntur rectilineæ ſuperficies in trilateras, quadrilateras, & multilateras; ſive in triangulares, quadrangulares, & multangulares; quæ etiam vocantur græcè trigonæ, tetragonæ, & polygonæ. Trilateræ, ſeu triangulares appellantur triangula, & dividuntur in triangula rectangula, & obliquangula; & hæc in acutangula, & obtuſangula. Hæ tres triangulorum ſpecies appellantur græcè triangula orthogonia, oxygonia, & amblygonia.

Quadrilateræ ſuperficies dividuntur in quadrata, oblonga, rhombos, rhomboides, & trapezia. Multilateræ dividuntur in regulares, & irregulares. Regulares ſunt, quæ habent & latera æqualia & angulos æquales. Irregularia ſunt, quæ aut latera, aut angulos, aut utraque inæqualia habent.

Cur-

Curvilinearum ſuperficierum variæ ſunt ſpecies. Inter illas cenſentur ellypticæ (quas aliqui vocant ovales) hyperbolicæ, & parabolicæ. Circulares ſunt circuli: Mixtæ ſunt, quæ habent latera partim recta, partim curva, cujuſmodi ſunt circulorū ſegmenta, & ſimilia.

Superficies Cavæ ſunt interiores ſuperficies ſphærarum, cylindrorum, conorum, & ſimilium rerum intus cavarum. Convexæ ſunt exteriores ſuperficies earundem rerum, & quorumcunque ſolidorum ſphæricorum, cylindraceorum, & conicorum.

Omnium ſuperficierum hactenus enumeratarum figuræ propriis locis exhibentur.

CAPUT SECUNDUM

De variis ſuperficierum menſuris.

IN ſuperficiebus menſurari poſſunt ac debent latera, & area ſeu capacitas lateribus concluſa. Utraq' menſurantur palmis, pedibus, paſſibus, cubitis, ulnis, perticis, milliaribus, & ſimilibus majoribus minoribuſvè menſuris; cum hac tamen differentia, quòd latera menſurentur ſimplicibus palmis, pedibus, paſſibus &c. area verò ſeu capacitas, palmis, pedibus, paſſibus &c. quadratis.

Ut hæc intelligantur, ſciendum eſt, pedem geometricum Fig. XLII.
(quod dico de pede, intelligendum etiam eſt de palmo, paſſu, cu- Iconiſ. VII.
bito, pertica, milliari &c.) triplicem eſſe. Primus dicitur ſimplex, & eſt linea uno pede longa; qualem refert linea C, ſi ſit uno pede longa. Secundus dicitur pes quadratus; & eſt ſuperficies uno pede longa, & uno pede lata; qualem refert figura A, ſi ſingula ejus latera ſint longa integro pede. Germanicè vocatur Creutz Schue / pes cruciatus, hoc eſt, ſuperficies ſecundùm longitudinem & latitudinem, ſeu quaſi per crucem, habens menſuram unius pedis. Tertius dicitur pes cubicus; & eſt corpus aliquod habens ſex ſuperficies, quarum quælibet eſt longa & lata uno pede; qualem refert figura B, ſi ſingula ejus latera ſeu ſuperficies ſint longæ ac latæ uno pede, ſeu contineant unum pedem quadratum.

Horum

Horum trium pedum primo metimur lineas, eoque hactenus uſi ſumus in præcedenti Libro noſtræ Geometriæ practicæ; Secundo metimur ſuperficies, eoque utimur in hoc tertio Libro, & in quarto ſequenti, tertio metimur corpora, eoque utemur in Libro quinto & ſexto. Itaque lineas metimur lineis, ſuperficies ſuperficiebus, corpora ſeu ſolida corporibus ſeu ſolidis.

Menſuræ porrò communiſſimæ apud Agrimenſores ſeu practicos Geometras ſunt duæ, pes, & pertica. Pedis magnitudo apud varias nationes varia eſt, & nunc major, nunc minor, ut vidimus Lib. 1. par. 2. Pertica apud nonnullos continet 16 pedes, apud alios 12, apud pleroſque 10, ut ibidem diximus. Et hæc diviſio perticæ in decem pedes etiam apud Antiquos in uſu erat; unde Decempeda dicebatur; & Agrimenſores, qui eâ utebantur, Decempedatores. Eſt etiam hæc diviſio commodiſſima, præ cœteris, & miram in arithmeticis operationibus, ad ſuperficierum dimenſionem neceſſariis, facilitatem affert, ut poſtea videbimus. Quare ſuaſerim, ut omnes utantur perticâ diviſâ in decem æquales partes, quæ pedes, aut palmos, aut aliàs menſuras perticâ minores repræſentent; præſertim cùm quævis aliæ perticæ in Decempedas facilè converti poſſint, ut docet Eraſmus Rheinoldus in ſuo de Geometria Libro germanica lingua ſcripto.

Fig. XLIII. Iconiſ. VII. Decempeda igitur, ut & aliæ menſuræ ſuprà nominatæ, triplex eſt; Simplex, quadrata, & cubica. Simplex continet decem pedes ſimplices, eſtque nihil aliud, quàm linea decem pedibus longa; qualem repræſentat linea A B hîc poſita. Decempeda quadrata continet centum pedes quadratos, eſtquæ nihil aliud, quàm ſuperficies longa decem pedibus ſimplicibus, & totidem pedibus ſimplicibus lata; qualem repræſentat figura C D E F appoſita: ſi enim ſingula ejus latera dividantur in decem pedes, & puncta diviſionum oppoſita conjungantur rectis lineis; reſultat ſuperficies continens centum pedes quadratos, ut figura monſtrat. Decempeda cubica eſt corpus longum, latum, & profundum ſeu altum, unâ Decempedâ.

Campi, horti, prata, vineæ, ſylvæ, & ſimilia dividi ſolent, ac menſurari, alia majori menſura, quæ apud antiquos dicebatur Jugerum, quia tantum erat terræ ſpatium, quantum uno die jugum boum arare poteſt. Apud nonnullos populos adhuc in uſu eſt huj-

juſmodi menſuræ genus, & variis nominibus appellatur, & in varias minores menſuras dividitur, præcipuè tamen in perticas, & pedes. Jugerum ſemper habet longitudinem ac latitudinem, ideoque non dividitur in ſimplex & quadratum, ſed ſemper eſt quadratum, aut æquivalens quadrato.

Tandem notandum eſt, pedem dividi ſolere in duodecim æquales partes, quas uncias vocant (germanicè Zoll;) & has in alias duodecim, quas vocant minuta; quorum quodlibet ſubdividi poteſt in alia duodecim, quæ appellentur minuta ſecunda. Meliùs tamen & commodiùs erit, ſi pes dividatur in decem partes, ſeu uncias; & uncia in decem minuta; & minutum in decem ſecunda, & ſic deinceps, ſi opus fuerit; ſic enim longè faciliùs peragentur operationes arithmeticæ, ut videbimus. Itaque.

Decempeda ſimplex	continet	decem	pedes ſimplices
Pes ſimplex			uncias ſimplices
Uncia ſimplex			Minuta ſimplicia
Minutum ſimplex			Secunda ſimplicia
Secundum ſimplex			Tertia ſimplicia.

Decempeda quadrata	continet	centum	pedes quadratos
Pes quadratus			uncias quadratas
Uncia quadrata			Minuta quadrata
Minutum quadratum			Secunda quadrata
Secũdum quadratnm			Tertia quadrata.

Alia tamen & commodior appellatio nonnullarum partium ex prædictis, afferetur in capite ſequenti.

CAPUT TERTIUM

De Numero, & Calculo Geometrico, ſeu de Operationibus Arithmeticis in Geometria practica uſitatis, in genere.

IN hoc tertio, & quarto ſequenti libro, licet non omnino neceſſariæ, utiliſſimæ tamen ſunt quatuor vulgatæ ſpecies Arithmeticæ practicæ, quæ ſunt Additio, Subtractio, Multiplicatio, Divi-

ſio; & præterea Extractio radicis quadratæ. Bene ergo in illis exercitatum eſſe oportet Geometram. Quoniam verò, ſi per uſitatam viam incedatur, ſolent plurimùm negotii faceſſere numeri fracti; excogitarunt Recentiores Mathematici numeros, quos vocant Geometricos; quorum ope facillimè, & ſine ulla fractionis moleſtia, prædictæ operationes abſolvuntur. Operationes verò Arithmeticas hujuſmodi Numerorum ſubſidio peractas appellant calculum Geometricum.

Ut verò ſcias, quid Numerorum Geometricorum, & quid calculi Geometrici nomine Mathematici intelligant, recolendũ eſt id, quod in præcedenti capite diximus, nempe Recentiores Geometras dividere Decempedam in decem æquales partes, eaſque appellare Prima; deinde ſingula hujuſmodi Prima ſubdividere in decem alias æquales partes, eaſque Secunda appellare; rurſus ſingula Secunda diſtribuere iterum in decem æquales partes, eaſque appellare Tertia. Poteſt ulteriùs, ſi lubet, aut expedit, quodlibet Tertium dividi in decem Quarta, quodlibet Quartum in decem Quinta, & ſic deinceps.

Ex his conſtat primò, Decempedas eſſe Integra, Prima eſſe pedes, Secunda eſſe uncias, Tertia eſſe minuta. Conſtat ulteriùs, Prima ſeu pedes eſſe partes decimas Decempedarum; Secunda centeſimas, Tertia milleſimas. Et tametſi in agrorum dimenſionibus raró ultra Prima ſeu Pedes procedatur; tamen in aliis dimenſionibus, præſertim ſtereometricis, de quibus in ſequenti quinto & ſexto libro, ſæpe accidit ut ultra Prima & Secunda progredi ſit neceſſe.

Compendii porrò causâ Geometræ, exemplo Aſtronomorum, hos ſuos Geometricos numeros peculiari ratione ſignare ſolent: nam ſupra numerum integrarum Decempedarum notare ſolent cyphram, ſupra Prima unam virgulam, ſupra Secunda duas, ſupra Tertia tres, ſupra Quarta quatuor virgulas, & ita deinceps. Exempli gratia, numerum ſignificantem decem decempedas, 8 Prima, 6 Secunda, 4 Tertia, ita ſcribere & ſignare ſolent: $\overset{0}{10}, \overset{\prime}{8}, \overset{\prime\prime}{6}, \overset{\prime\prime\prime}{4}$. Item hunc alium numerum: $\overset{0}{20}, \overset{\prime}{3}, \overset{\prime\prime}{0}, \overset{\prime\prime\prime}{7}, \overset{\prime\prime\prime\prime}{5}$, ſic ſignant & enuntiant; viginti Decempedæ, tria Prima, nulla Secunda, ſeptem Tertia; quinque Quarta.

Nota hìc, quod diximus ſuprà de menſuris ſimplicibus quadratis, & cubicis, applicandum etiam eſſe præſentibus menſuris: ſunt enim Decempedæ, Prima ſeu pedes, Secunda ſeu unciæ, Tertia ſeu minuta &c. ſimplicia, quadrata & cubica.

CAPUT QUARTUM.

De Additione Numerorum Geometricorum

IN ſuperficierum dimenſionibus addi ſolent, ſeu in unam colligi ſummam, Decempedæ, Prima, Secunda &c. Simplicia, & quadrata. Recolendum igitur eſt, decem Prima Simplicia efficere unam Decempedam Simplicem; & decem Secunda Simplicia unum Primum Simplex; & decem Tertia ſimplicia unum ſecundum Simplex. At verò centum Prima quadrata efficiunt unam Decempedam quadratam; & centum Secunda quadrata unum Primum quadratum; & centum Tertia quadrata unum Secundum quadratum. Quod bene notandum eſt, alioquin enormes committi poſſunt errores in Additione, & in aliis ſequentibus Operationibus.

In Additione igitur Simplicium Numerorum ſcribantur Integra ſub Integris, Prima ſub Primis, Secunda ſub Secundis, Tertia ſub Tertiis &c. Deinde inſtituatur operatio ut in vulgari modo, nempe incipiendo à dextra verſus ſiniſtram, & colligendo numeros in dextima columna repertos in unam ſummam, & deinde numeros reliquarum columnarum. Quoties verò repereris 10. in ſumma aliqua alicujus columnæ collecta, toties pone unum ad proximè ſequentem numerum, & reſiduum pone infra numeros additos. Sed in Exemplis res meliùs patebit.

Sint igitur addendi hi tres numeri: $\overset{\circ}{24}, \overset{\prime}{6}, \overset{\prime\prime}{3}; \overset{\circ}{20}, \overset{\prime}{2}, \overset{\prime\prime}{4}; \overset{\circ}{8}, \overset{\prime}{4}.$ Scribe illos ut in exemplo vides: deinde incipiendo à dextra collige in unam ſummam 3 & 4 Secunda; quæ quoniam efficiunt ſolùm 7, ſcribe 7 infra lineam. Collige deinde 4, & 2, & 6 Prima: quæ quoniam efficiunt 12 Prima, & decem Prima efficiunt unam Decempedam; ſcribe infra lineam ſolùm 2, & pro reliquis decem adde unum numeris ſequentis columnæ. Collige tandem 8 & 4

°	′	″
24,	6,	3.
20,	2,	4.
8,	4.	
53	2	7

 Inte-

Integra, quæ faciunt 12, & addito uno priùs retento, 13; ſcribe ergo 3 infra lineam, & unum adde numero ſequenti, qui eſt 2, & 2, quæ addito uno faciunt 5, infrà ſcribenda. Erit igitur totalis ſumma, $\overset{\circ}{53},\overset{\prime}{2},\overset{\prime\prime}{7}$, id eſt, Quinquaginta tria Integra, duo Prima, & Septem Secunda.

°	'
04	17.
18,	2.
9,	0.
20,	40.
36,	73
88,	32.

In Additione quadratorum Numerorum ſcribe numeros ut antè, & incipe à ſiniſtra, & quoties ſumma collecta unius ſeriei excedit 100, appone unum ſequentis ſeriei numeris, & reſiduum ſcribe infra lineam. Exempli gratia, ſint addendi numeri hîc in exemplo poſiti. Prima addita efficiunt 132; ſcribe ergo infra 32, & adde unum Integris; quæ ſimul cum hoc efficiunt 88.

CAPUT QUINTUM.

De Subtractione Numerorum Geometricorum.

POſſunt ac ſolent ſubtrahi numeri Simplices à ſimplicibus, & quadrati à quadratis; non verò ſimplices à quadratis, & è contra.

Utrobique numeri eodem ſigno notati, ſeu ejuſdem ſpeciei, ſibi invicem ſupponuntur, nempe Integra ſub Integris, Prima ſub Primis, Secunda ſub Secundis &c. Incipitur à dextra verſus ſiniſtram; operatio fit, ut in vulgata Subtractione; reſiduum quod ſcribitur infra lineam, eandem denominationem accipit, quam habent numeri ſupra lineam ſcripti.

Exempla.

Primum

°	'	''
8.	7.	5.
3.	5.	2
5.	2.	3.

Secundum.

°	'	''	'''	''''
8.	9.	3.	4.	2
3.	0.	0.	8.	
5.	9.	2.	6.	2

QUando ſubtrahendæ ſunt partes, ſcilicet Prima, Secunda, Tertia &c. ab Integris, & numeri ſunt Simplices; tunc numero

mero Integrorum addi debent tot cyphræ, quot virgulas habet ſupra ſe numerus partium, qui primus eſt à dextera in ſerie partiũ. Exempli gratia, ſi ab 8 Integris ſubtrahenda ſunt 2 Prima, addi debet ad 8 una cyphra: ſi 2 Prima, & 3 Secunda; addi debent duæ cyphræ; ſi 2 Prima, 3 Secnnda, 4 Tertia; addi debent ad 8 tres cyphræ. Sic ergo ſtabunt ſequentia Exempla.

primum.	Secundum.	Tertium.
$8^{0}\ 0$	$8^{0}\ 0\ 0$	$8^{0}\ 0\ 0\ 0$
$2'$	$2'.3''$	$2'.3''.4'''$
$7^{0}.8'$	$7^{0}.7'.7''$	$7^{0}.7'.6''.6'''$

Ratio hujus rei eſt, quia ut Prima ſubtrahantur ab Integris, item Secunda & Tertia ab Integris; debent Integra converti in Prima, Secunda, Tertia &c. quod fit per additionem cyphrarum modo prædicto: & hoc ideo, quia multiplicatio fit per 10.

Eodem modo ſi à Primis ſubtrahenda ſunt Secunda, aut Tertia; addi debent Primis, una, aut duæ cyphræ, & operatio inſtitui, ut dictum.

Quando verò ſubtrahendi ſunt numeri quadrati à numeris quadratis, ſcilicet partes ab integris, aut partes plurium virgularum à partibus pauciorum virgularum; tunc loco unius cyphræ addi debent duæ, & loco duarum quatuor, & loco trium ſex &c. verbi grati, ſubtrahenda ſint 2 Prima quadrata ab 8 Integris quadratis; aut 2 Prima, & 3 Secunda quadrata ab 8 Integris &c. debent ſtare exempla, ut ſequitur.

Primum	Secundum	Tertinm
$8^{0}\ 0\ 0$	$8^{0}\ 0\ 0\ 0\ 0$	$8^{0}\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0$
$2'$	$2'.3''$	$2'.3''.4'''$
$7^{0}.9'.8''$	$7^{0}.9'.9''.7'''.7''''$	$7^{0}.9'.9''.9'''.7''''.6^{V}.6^{VI}$

RAtio verò hujus rei eſt, quia unum Integrum quadratum æquivalet 100 Primis quadratis, & 10000 Secundis quadratis, & 100000 Tertiis quadratis; quæ quidem æquivalentia habetur per additionem cyphrarum modo dicto.

Eodem modo ſi à Primis quadratis ſubtrahi debent Secunda quadrata, aut Tertia &c. addi debent ad Prima duæ, aut quatuor cyphræ; idque ob eandem rationem jam dictam.

CAPUT SEXTUM

De Multiplicatione Numerorum Geometricorum.

MUltiplicatio in hac præſenti Geometriæ practicæ ſpecie, quæ de ſuperficierum dimenſionibus agit, maximè eſt neceſſaria, & in omnibus operationibus adhibenda; ideoque valde familiarem ſibi reddat ipſam Geometra neceſſe eſt.

Sciendum autem eſt, ac bene notandum, quandò multiplicantur inter ſe numeri ſimplices, ſeu ſignificantes menſuras ſimplices, produci numeros quadratos, ſeu ſignificantes menſuras quadratas; ut ſi 4 Decempedæ ſimplices multiplicentur per 3 Decempedas ſimplices, producuntur 12 decempedæ quadratæ.

Quid porrò producatur, dum multiplicantur perticæ per pedes, & pedes per uncias, aut perticæ & pedes per pedes &c. alii multis docent Regulis; nos qui diviſione denaria Integrorum, Primorum, Secundorum &c. utimur, nulla peculiari Regula indigemus, niſi ſequente unica, quæ univerſalis eſt pro omnibus menſurarum ſpeciebus, ſuppoſita prædicta denaria diviſione.

Pro Multiplicatione Numerorum Geometricorum Simplicium (de quibus ſolùm hîc agimus) hæc duo obſervabis.

Primò, ſcribe multiplicatorem ſub multiplicando, prout fieri ſolet in vulgata multiplicatione; deinde operationem inſtitue eo penitus modo, quo fieri ſolet in eadem multiplicatione vulgari, nulla omnino adhuc habita ratione Primorum, Secundorum &c. ac ſi omnes numeri eſſent integri, aut omnes unius cujuſcunque ſpeciei, v. g. Prima, Secunda &c.

Secundò, peracta operatione, ac deſcripto infra lineam totali producto, vide quot virgulis ſignata ſit dextera figura tam

Mul-

Multiplicandi, quam Multiplicatoris; & totidem virgulis, quot in utraq; figura reperies, ſignabis dextimam figuram totalis producti, reliquas verò ejuſdem producti figuras verſus ſiniſtram nota unâ ſemper virgulâ minùs. Sed in exemplis res clariùs apparebit.

Sint igitur multiplicandæ 3 Decempedæ, & 2 Prima, per 2 Decempedas, & 4 Prima. Scribe numeros ſub ſe invicem, ut vides in primo Exemplo, & duc vulgari modo 24 in 32; producentur 768. Quia igitur duæ dextimæ figuræ, nempe 2, & 4 (quæ ſunt dextimæ figuræ Multiplicandi & Multiplicatoris) habent ſingulæ unam virgulam; notabis ſupra 8, quæ eſt dextima figura producti, duas virgulas, hoc eſt, denominationem Secundorum (ſed quadratorum;) at ſupra proximè ſequentem figuram, 6, notabis unam virgulam, ſeu ſignum Primorum; & ſupra, 7, notabis cyphram, ſeu ſignum Integrorum (ſed quadratorum.) Si igitur detur ſuperficies quadrilatera rectangula, cujus unum latus ſit longum 3 decempedas, & 2 Prima, hoc eſt, 32 pedes ſimplices; alterum verò latus ſit latum 2 decempedas, & 4 Prima, id eſt, 24 pedes ſimplices; continebit tota area ſeu capacitas ipſius 7 decempedas quadratas, 6 Prima, & 8 Secunda quadrata. Sed hæc meliùs intelligentur ex dicendis infrà in Problematis.

Primum

$$\begin{array}{rr} 3^{0}. & 2'. \\ 2^{0}. & 4'. \\ \hline 12 & 8 \\ 64 & \\ \hline \end{array}$$

$7^{0}.6'.8''$

Sint iterum multiplicandæ $6^{0}, 3', 4''$, per $4^{0}, 2'$, hoc eſt, ſex decempedæ, tria prima, quatuor ſecunda, per quatuor decempedas, & duo ſecunda. Scribe numeros ut vides in ſecundo Exemplo, operare ut in præcedenti Exemplo, & producentur $2\,6^{0}, 6', 2'', 8'''$. Ubi vides, dextimam figuram producti, nempe 8, eſſe ſignatam ſigno Tertiorum, quia duæ dextimæ figuræ ſupra lineam habent ſimul tres virgulas.

Secundũ.

$$\begin{array}{rrr} 6^{0}. & 3'. & 4''. \\ & 4^{0}. & 2'. \\ \hline 1 & 2\ 6 & 8 \\ 2\ 5 & 3\ 6 & \\ \hline \end{array}$$

$2\,6^{0}.6'.2''.8'''$

Sint denique multiplicandæ 3 Decempedæ, & 4 Prima, per 2 Prima: ſtabit Exemplum, ut vides in margine, dabitque productum $6', 8''$. In hoc Exemplo videtur productum eſſe minus quam Multiplicandus numerus, cùm in hoc ſint Integra, in illo minimè; non tamen ita res ſe habet, quia in producto ſunt Prima & Secunda quadrata, at in Multiplicando ſunt Integra & Prima ſimplicia.

Tertium.

$$\begin{array}{rr} 3^{0} & 4' \\ & 2' \\ \hline \end{array}$$

$6'.8''$

Ratio

Ratio verò prædicti modi operandi eſt, quòd propter denariam Decempedæ diviſionem ac ſubdiviſionem hac ratione idẽ præſtatur, ac ſi Integra Multiplicandi ac Multiplicatoris reſolverentur in partes; & partes majores in partes minores, ac deinde productum divideretur, ut fieri ſolet per aliorum Regulam multiplicandi, prout conſideranti patebit.

CAPUT SEPTIMUM

De Diviſione Numerorum Geometricorum.

IN Diviſione Numerorum Geometricorum, dividendus numerus ſignificat ſuperficies, ſeu numeros ſignificantes menſuras quadratas; Diviſor ſignificat unum latus ſuperficiei illius, quam exprimit numerus dividendus; Quotiens denique proveniens ſignificat alterum latus ejuſdem ſuperficiei. Verbi gratia, ſint propoſitæ 24 Decempedæ dividendæ per 3 Decempedas; ſenſus eſt, quòd ſit ſuperficies aliqua continens 24 Decempedas quadratas in ſua area, & habens in latitudine 3 Decempedas ſimplices, quæritur igitur alterum latus quot decempedarum ſimplicium ſit in longitudine?

Poſſunt dividi numeri ejuſdem ſpeciei, id eſt, ſignificantes vel ſola Integra, vel ſola Prima, vel ſola Secunda &c. Poſſunt etiam dividi numeri diverſarum ſpecierum, ut Integra, Prima, & Secunda &c. Diviſor præterea poteſt ſignificare res ejuſdem ſpeciei, & res diverſarum ſpecierum.

In omni porrò diviſione proceditur ut in diviſione vulgari, obſervando ſolùm duo.

Primum eſt; Quando prævidetur fore, ut peractâ diviſione remaneat aliquod reſiduum, adeoque occurrat aliqua fractio; adjungantur Dividendo numero duæ, aut tres cyphræ cum notis partium convenientium; ut ſi Dividenda ſint 25 Integra, proximè ſequens cyphra ſignificet Prima, altera verò cyphra ſignificet Secunda. Hoc autem ideo fit, ut numerus Dividendus reducatur ad numerum ſignificantem minores partes, ſaltem Secunda: ſi enim habentur Secunda, ſatis præciſa & exacta erit diviſio, etiamſi remaneant Tertia & Quarta; quia hæc ordinariè ſunt tam exigua, ut ſine errore poſſint negligi.

Secun-

Secundum eſt, ut peractâ diviſione modo communi, videatur quot virgulis ſignata ſit dextima figura tam Diviſoris, quàm Dividendi; ac deinde minor numerus virgularum ſubtrahatur à majori; & denique tot virgulis ſignetur dextima figura Quotientis, quot poſt factam ſubtractionem remanſerunt, ſequentes verò figuræ poſt dextimam ſignentur ſemper unâ virgulâ minùs

Sint dividenda 1′. 8″. 4‴, per 8′. Collocentur numeri, ut vides hîc, & fiat diviſio more ordinario; dabitque Quotiens 2′. 3″. Nam cùm Diviſor 8′. ſignetur tantùm unâ virgulâ, dextima autem figura Dividendi tribus: ſi unam ſubtrahas à tribus, remanebunt duæ, quæ poni debent ſupra 3 dextimam Quoti, & ſupra ſequentem numerum 2 debet poni una.

2
1′. 8″. 4‴.
8′. 8
(2′. 3″.

Quòd ſi eundem numerum 1′. 8″. 4‴. dividas per, 8″, provenient in Quotiente 2°. 3′.

2
1′. 8″. 4‴.
8″ 8″
(2°. 3′.

Si verò hunc numerum 1°. 8′. 4″. dividas per 8″; provenient in Quotiente 23 Integra.

1°. 8′. 4″.
8″
(23°.

Si denique dividas 1°. 8′. 4″ per 8°; provenient in Quotiente 2′. 3″.

1°. 8′. 4″.
8°
(2′. 3″.

Sint dividenda 8°. 4′, per 9′. Quoniam factâ diviſione numeri 84 per 9, remanent 3′; addatur ad 84 una cyphra, & remanebunt, factâ primâ diviſione, 3°: quoniam verò factâ ſecundâ diviſione remanent iterum 3′, addatur altera cyphra, & remanebunt 3″; quæ ferè negligi poſſunt: ſi tamen vis exactiorem diviſionem, addere poteris plures cyphras.

3′ 3″ 3‴
8°. 4′. 0″. 0‴.
9′ 9′ 9′
(9°. 3′. 3″.

Ex his patet, tum potiſſimùm adjungendas eſſe cyphras ad Dividendum, quando Diviſor continet plures figuras, aut quomodocunque major eſt, quàm Dividendus; quod contingere poteſt, ſi Dividendus ſignificat Integra, Diviſor partes.

CAPVT OCTAVVM

De Extractione Radicis Quadratæ.

Radicis quadratæ extractio aliquando, licet rariùs, neceſſaria eſt in dimenſionibus ſuperficierum, ſeu in areis, capacitatibuſvè earundem indagandis. Quare de illa hoc loco breviſſimè agendum, nè Tyro extra hunc Librum, quod neceſſarium eſt ad

Practicam Geometriam, quærere cogatur. Clariùs tamen atque diſtinctiùs eandem Regulam trademus in Arithmetica.

Numerus quadratus eſt, qui reſultat ex aliquo numero in ſeipſum ducto; quales ſunt numeri ſecundæ columnæ in appoſita tabella. Numerus autem ille, ex cujus in ſe multiplicatione producitur numerus quadratus, appellatur latus ſive radix quadrati, aut radix quadrata, & ab Arabibus zenſus, ab Italis coſa.

Rad.	Quad.	Cub.
1	1	1
2	4	8
3	9	27
4	16	64
5	25	125
6	36	216
7	49	343
8	64	512
9	81	729

Extrahere igitur, ſive invenire radicem quadratam, aut latus quadrati alicujus numeri, eſt, numerum indagare & invenire, qui in ſe ductus efficiat propoſitum numerum, ſi quadratus eſt; vel ſi non eſt quadratus, maximum numerum quadratum in ipſo contentum.

Ad extrahendam igitur inveniendamvè propoſiti numeri radicem quadratam, ſic operare. Primò. Colloca numerum propoſitum, ut in diviſione fieri ſolet, & ſub prima figura verſus dexteram pone punctum, & prætermiſsâ unâ figurâ pone aliud punctum ſub tertia, rurſuſque unâ prætermiſsâ aliud ſub quinta, & ſic deinceps; & ſcias quòd in quoto, ſive in Radice, tot figuræ debeant eſſe, quot ſunt puncta.

Secundò. Incipe operationem ab ultimo ad ſiniſtram puncto, & vide (ex tabula appoſita) an numerus illo puncto incluſus uſque ad finem ſit quadratus; & ſi non eſt quadratus, vide quis numerus quadratus proximè minor in tabula appoſita ipſi reſpondeat: accipe deinde ejus radicem (quæ non poteſt eſſe major quàm 9.) eamque pone pro quoto poſt lunulam, & ſimiliter pro diviſore ſub ultimo puncto, & operare ut in diviſione. Videndum autem eſt, nè reſiduum ſit majus radice inventâ duplicatâ.

Tertiò. Pro novo diviſore duplica quotum jam antea inventum, (quotcunque figurarum is ſit;) productum enim erit novus diviſor (& hoc ſemper obſerva, quando inveniendus eſt novus diviſor;) quem pones ſub dividendo, modo dicto in diviſione, id eſt, ſub illa figura dividendi, quæ ſequitur proximè illam ſub qua poſitus erat primus diviſor.

Quar-

Quartò. Vide quoties novus diviſor contineatur in dividendo ſupra ipſum poſito; & quotum novum pone poſt lunulam, & ſimiliter ante novum diviſorem verſus dexteram, ut ex hoc quoto & figuris antea ſub dividendo poſitis fiat unus integer diviſor; & operare ut antè. Providendum autem eſt, ut totus hic diviſor non ſit major numero illo, ſub quo collocatus eſt; alioquin figura ultimò apppſita tam Radici poſt lunulam, quàm novo diviſori, erit minuenda unâ vel pluribus unitatibus, prout res exiget. Eundem hunc ordinem ſerva uſque ad finem diviſionis.

Exemplum. Eſto numerus 119025, cujus latus quadratum, ſive radix quadrata quæritur. Operare ut dictum eſt, & factâ operatione invenies pro radice 345; quæ ſi ducas in ſe, reſultat totus prior numerus; quod ſignum eſt operationem fuiſſe bonam.

Si peracta extractione radicis manet aliquod reſiduum, ſignum eſt, numerum propoſitum non eſſe perfectè quadratum, ac proinde non fore radicem, ut vocant, rationalem, id eſt, quæ numero exprimi poſſit. Invenienda igitur tunc eſt radix propoſiti numeri propinquior, cujus nimirum numerus quadratus à propoſito numero non quadrato inſenſibili ferè differentia diſtet. Hoc autem fit duplici via. Priori reperitur radix propinquior quidem in infinitum, ſed tamen minor quàm vera; adeo ut ejus quadratus numerus ſemper à numero propoſito ſuperetur. Poſteriori invenitur radix propinquior quoq; in infinitum, ſed quæ veram excedat; ita ut ejus numerus quadratus major ſit ſemper numero propoſito. Indicabo ſolùm priorem viam.

234
119025
36485
256
2 6 85
34
(345

Prior igitur via hæc eſt. Inventâ radice maximi quadrati in propoſito numero comprehenſi, (quę eſt ille ipſe numerus quem pro Quoto reperiſti) adiiciatur ad eam fractio, cujus numerator eſt reſiduum extractionis (quo nimirũ propoſitus numerus quadratum numerum proximè minorem, quem radix inventa in ſe multiplicata producit, ſuperat) denominator verò duplum radicis inventæ, & præterea unitas (qua nimirum radix numeri quadrati, qui proximè major eſt propoſito numero, ſuperat radicem inventam numeri quadrati, qui proximè minor eſt numero propoſito.) Hac enim ratione compoſita erit radix multò propinquior quàm inventa, minor tamen quàm vera. vide Clav. in Arith. cap. 27. ubi etiam invenies ſecundam viam.

Nota, ſi numerus qui ex radice poſt primam aut ſecundam operationem inventa duplicata reſultavit, non continetur in numero illo, ſub quo collocatur velut diviſor; ponendus eſt pro radice zerus, & procedendum ut antea ad inveniendas reliquorum numerorum radices.

CAPVT NONVM

De Extractione Radicis Cubicæ

CUbicæ Radicis extractio non pertinet ad embadometriam, ſeu ſuperficierum dimenſionem, ſed ad ſtereometriam, de qua agitur libro quinto. Hìc tamen annectere placuit hoc caput, ut totus calculus Geometricus eodem in loco reperiretur propoſitus.

Numerus Cubicus dicitur ille, qui fit ex ductu numeri alicujus primò in ſeipſum, & deinde ex ejuſdē numeri ductu ſeu multiplicatione in productum: ut ſi 10 ducantur in ſe, hoc eſt, in 10, fiunt 100; quæ iterum multiplicata per 10, producunt 1000. Hic igitur numerus, 1000, dicitur cubicus, ſeu cubus; 10 verò, ejus radix cubica, ſeu latus cubicum.

Hiſce præcognitis, Radicem cubicam ex quolibet numero oblato facilè erues, ſi ſequentia obſervaveris præcepta.

I. Habenda eſt præ manibus Tabella decem primorum cuborum, eorundemque Radicum. Hæc autem fit ex multiplicatione cubica primorum ſimplicium numerorum ab unitate uſque ad numerum denarium continuatorum, ut apparet in tabella.

Rad.	Quad.	Cub.
1	1	1
2	4	8
3	9	27
4	16	64
5	25	125
6	36	216
7	49	343
8	64	512
9	81	729
10	100	1000

II. Numerus datus diſtinguatur, antequam operatio incipiatur, in aliquot membra punctis, à dextra ſiniſtram verſus, ita ut ſub prima dextima figura ponatur primum punctum, ſecundum ſub quarta lęvam verſus, tertium ſub ſeptima, quartum ſub decima verſus eandem ſiniſtram, ac ita deinceps, quoad numeri ſuffecerint, notentur puncta, duabus figuris ſemper intermiſſis, ut hìc apparet.

3 4 2 5 8 6 3 0 9 2 1

III. Ex tabella prædicta cape radicem numeri à primo puncto ad ſiniſtram intercepti, ſive is unâ figurâ conſtet, ſive duabus, ſive tribus ∴ hoc eſt, quære numerum hunc in tabella ſub titulo cub. (quod ſi non reperiatur, ſume proximè minorem cubum) ejuſque radicem cubicam colloca extra lunulam. Ut in ſuperiori exemplo paulò antè poſito, quære radicem numeri 34; qui cùm in tabula cuborum exactè non inveniatur, accipe proximè minorem, nempe 27, ejuſque radicem cubicam, 3, annota poſt lunulam hoc modo:

3 4 2 5 8 6 3 0 9 2 1 (3

IV. Radicis hujus cubum, 27, ſubtrahe ex numero ſub dicto primo puncto intercepto, nempe ex, 34; reſiduumque 8 ſupra ſcribe, eo planè modo, ut in vulgari diviſione fieri ſolet, & apparet in ſequenti exemplo.

0 7
3 4 2 5 8 6 3 0 9 2 1 (3

V. Tripla radicem modò inventam, & triplum hoc ſubijce figuræ proximè antecedenti figuram ſequenti puncto notatam: ſi autem plures fuerint figuræ hujus tripli, collocentur ex ordine lævam verſus, eo modo, quo infrà apparet.

VI. Para diviſorem hoc modo. Duc quotientem (hoc eſt, Radicem poſitam poſt lunulam) in triplum jam inventum: productum ſcribe uno loco deinceps remotiùs, lævam verſus, quàm triplum incæperis, & loco inferiori, ut ſint jam duo numeri diſtincti, quorum unus Triplum, alter Diviſor à nobis poſt hac appellabitur. Per hunc diviſorem ſi numerum ipſi ſupraſcriptum dividas, habebis ſecundam figuram Radicis in Quotiente poſt lunulam collocandam. Exemplum habes infrà.

VII. Totum id, quod jam in Quotiente eſt, duc in Triplũ; productum iterum duc in figuram Quotiẽtis per diviſionem modò inventam; huic producto adde cubum ejuſdem numeri, eo tamen ordine, ut ultima iſtius cubi figura dextram verſus nõ ſub-

iiciatur immediatè loco inferiori figuræ ultimæ ſuperioris producti, ſed ad intervallum unius figuræ dexteram verſus reiiciatur.

VIII. Numerorum eorum hoc ordine deſcriptorum aggregatum ſubduc ex numeris ſuperioribus, ſi id fieri poterit, & reſiduum (ſi quod fuerit (ſuprà ſcribe; ſi autem ſubduci non poterit, minuendus erit Quotiens eò uſque, quoad aggregatum dicto modo inventum ſubduci poſſit à ſuperiore, manente ſemper eodem Diviſore & Triplo.

Exemplum.

UT in ſuperiori exemplo, tripla Radicem, 3, fiunt 9; quæ ſcribe ſub 5. Duc deinde 3 in 9, proveniunt 27; quæ colloca inferiùs quàm Triplum, ac unâ deinceps figurâ verſus lævam, nempe ſub 72. Divide jam 72 per 27, habebis quotientem, 2, priori Quotienti, 3, adjungendum, ut fiat totus Quotiens 32. Hunc duc in triplum 9, fit productum 228. Hoc rurſus multiplica per numerum modò inventum, nempe per 2, & habebis productum ſecundum 576. Huic denique adde cubum numeri modò inventi, 2, nempe 8, fiet aggregatum ex numeris eo ordine diſpoſitis, ut in exemplo ſequenti apparet, 5768; quod ex ſuperiori numero, 7258, ſubductum relinquit pro reſiduo 1490.

```
o 7
3̶4̶2 5 8 6 3 0 9 2 1
 .     .     .     . (32
       9 - - - - Triplum quoti
     27 - - - - Diviſor
        32 - - - Radix tota multiplicata per triplum
   ________
     288 - - - Productum
         2 - - - Numerus modò inventus
   ____________
     576 - - - Productum
        8 - - Cubus numeri modò inventi.
   ______________
    5768 - - - Aggregatum.
```

Hæc igitur eſt ſumma totius operationis. Si tamen adhuc numerorum figuræ ſuperſunt (ut in exemplo propoſito) ex quibus Radix cubica extrahi debeat, operatio ulterior inſtituenda eſt eo-

eſt eodem prorſus modo, quo inſtituta fuit proximè præcedens: nempe triplatur Quotiens totus, Triplum ducitur in Radicem immediatè inventam, Producto additur cubus modò inventæ Radicis, Aggregatum denique ſubducitur à numero ſuperiori, reſiduumque (ſi quod fuerit) annotatur ſuperiùs. Ut in noſtro exemplo, quia plures reſtant numerorum figuræ, ex quibus Radix cubica extrahenda eſt; ideo inſtitutâ ulteriori operatione juxta Regulas traditas, habebis Radicem cubicam totam numeri ſuperioris hanc, 3247, manente reſiduo 25490698.

Examen.

TOta Radix inventa cubicetur, cubo deinde adiiciatur numerus ex operatione reſiduus: hoc aggregatum ſi reſpondeat numero, ex quo Radix extracta eſt, nullus error in operatione admiſſus eſt; ſin minùs, iteranda operatio, ut error emendetur. Sic ſi in exemplo poſito ducantur 3247 in ſe, producetur quadratum 10543009; quod ſi multiplicetur per 3247, producetur cubus 34233150223: cui ſi addantur 25480698, producetur numerus à principio propoſitus, nempe 34258630921.

PARS SECUNDA
CONTINENS
PROBLEMATA

OMnis ſuperficies duplicem habet dimenſionem; unam in longum, ſeu ſecundùm longitudinem, alteram in latum, ſeu ſecundùm latitudinem. Quòd ſi quando ſuperficies dimetiendæ proponantur quæ longum & latum perfectè ac propriè ſecundùm communem hominum acceptionem non habent, cujuſmodi ſunt triangula, & figuræ multilateræ; priùs ad figuras parallelogrammas rectangulas (quæ propriè habent longitudinem & latitudinem) revocandæ ſunt, ut ſuo loco videbitur. Meritò ergo de his primo loco tractamus.

PRO-

PROBLEMA I.

Parallelogrammorum rectangulorum areas metiri.

PArallelogrammum eſt figura plana quadrilatera, cujus bina oppoſita latera ſunt parallela, ſeu æquidiſtantia. Euclid. lib. 1. Elem. Defin. 35. Sunt autem ſolùm quatuor parallelogrammorum ſpecies; Quadratum, Figura alterâ parte longior, ſeu oblongum, Rhombus, & Rhomboides: quorum priora duo appellantur rectangula, quòd omnes angulos habeant rectos; poſteriora verò duo non rectangula vocantur, quòd nullus in eis angulus rectus exiſtat. Hìc inquirimus aream parallelogrammorum rectangulorum, nempe Quadrati & Oblongi. Dicitur autem area cujuslibet figuræ planæ ſeu ſuperficiei, capacitas ſeu ſpatium intra latera ipſius contentum.

Ut igitur ſcias aream ſeu capacitatem in menſuris quadratis cujuſcunque ſuperficiei quadrilateræ rectangulæ, metire Inſtrumento noſtro, aut certa aliqua menſura, ut pertica, aut catenula in perticas ac pedes geometricos diviſa, duo quęcunque ejus latera circa eundem angulum rectum: Deinde duc unum latus in alterum, hoc eſt, multiplica unius lateris numerum per alterius lateris numerum: productum enim erit area figuræ propoſitæ in menſuris quadratis.

Fig. XLIV. Iconiſ. VII. Sit v. g. figura quadrilatera rectangula A B C D, cujus ſingula latera contineant quinque pedes ſimplices; duc latus A B in latus A D, invenies 25; habebit ergo dicta ſuperficies 25 pedes quadratos, hoc eſt, continebit 25 quadratula, quorum quodlibet ſit longum & latum uno pede ſimplici.

Fig. XLV. Iconiſ. VII. Sit iterum ſuperficies parallelogramma rectangula EFGH, cujus unum latus circa angulum rectum, nempe latus E F contineat 5 pedes ſimplices; alterum verò latus F G circa eundem angulum rectum contineat 3 pedes ſimplices; multiplica 5 per 3, producentur 15; ac proinde dicta ſuperficies continebit 15 pedes quadratos.

DEMONSTRATIO.

RAtio hujus rei patet ex ipſis figuris appoſitis: ſi enim in figura EFGH, linea E F dividatur in quinque palmos ſimplices, & linea E H in tres,

& à

& à punctis diviſionum ad oppoſita latera ducantur lineæ parallelæ; reſultant 15 quadratula, quorum unumquodque eſt longum & latum uno palmo ſimplici, ac proinde unumquodque eſt palmus quadratus; quæ quidem 15 quadratula explent totam aream ſeu capacitatem figuræ. Idem autem numerus 15 reſultat, ſi unum latus ducatur in alterum, hoc eſt, ſi 5 multiplicentur per 3, aut ſi 3 multiplicentur per 5. Rectè ergo diximus, figuræ quadrilateræ rectangulæ aream inveniri ex ductu unius lateris in alterum. Et hoc eſt quod vult Euclides, dum lib. 2. Elem. Def. I. ait, Omne parallelogrammum rectangulum contineri ſub rectis duabus lineis, quæ rectum comprehendunt angulum; quia videlicet quælibet hujuſmodi duæ lineæ exprimunt totam parallelogrammi magnitudinem, una quidem longitudinem, ut E F, altera verò latitudinem, ut E H.

Cur autem dicta duo latera debeant in ſe mutuò duci, ſeu inter ſe multiplicari, poteſt adſignari hæc ratio. Superficies, ut Mathematici ajunt, concipitur oriri ex fluxu lineæ. Hinc ſi duæ lineæ palmares, A B, & B C, ita ſibi mutuò inſiſtant in B, ut efficiant angulum rectum; & concipiatur lineam A B moveri in tranſverſum verſus C, ita ut cum linea B C ſemper efficiat angulum rectum B; & relinquat poſt ſe veſtigium ſui; naſcetur ex tali fluxu ſuperficies palmaris quadrata. Eadem ſuperficies naſcetur, ſi linea B C cogitetur elevari uſque ad A ita, ut cum A B ſemper conſtituat angulum rectum B. Simili igitur ratione, ſi duæ lineæ E F, F G, quarum prior ſit 5 pedum, altera 3, moveantur dicto modo, orietur ſuperficies 15 pedum quadratorum. Atque hoc eſt, duci unam lineam in aliam. Fig. XLVI. Iconiſ. VII.

ANNOTATIO I.

Quod dixi de figuris A B C D, & E F G H, intelligi etiam & dici debet de quibuſcunque figuris quadrilateris rectangulis.

ANNOTATIO II. Catholica.

Si neſcias multiplicare unum latus per aliud in rectangulis figuris, divide oppoſita latera figuræ in Inſtrumento formatæ in particulas ſuas, & duc rectas lineas, ut in duabus præcedentibus figuris factum vides; ſi enim numeres quadratula reſultantia, habebis intentum ſine Arithmetica. Et hoc benè notandum eſt iis, qui neſcinnt Arithmeticam.

COROLLARIA.

I. *Ex dictis ſequitur, quadrati aream reperiri, ſi unum ejus latus ducatur in ſeipſum, quandoquidem omnia ſunt inter ſe æqualia.*

II. *Colligitur hinc, qua ratione, ſi quis pavimentum quadrilaterum rectangulum lateribus ſternere cupit, laterum ad id neceſſariorum numerum invenire poſſit. Si enim lateres ſunt quadrati, id ſciet, ſi uno lateris latere metiatur duo pavimenti latera circa eundem angulum, & deinde duos inventos numeros in ſe invicem ducat; productum enim dabit ſummam laterum neceſſariorum. Si verò lateres ſunt oblongi, metire unum pavimenti latus longitudine, & alterum latitudine lateris; & numerum alterutrum inventum duc in alterum; & producti ſumma dabit ſummam laterum.*

ANNOTATIO III.

Fig. XLVII Iconiſ. VII. *Utrum porrò anguli alicujus planitiei propoſitæ ſint recti, nec nè, dignoſci poteſt, tum ex ipſa planitie prototypa ad menſurandum propoſitâ, tum ex planitiei ichnographia in Inſtrumento noſtro inter menſurandum deſcripta. Ex planitie ſic. Ex uno latere ſume tres pedes, aut paſſus, aut perticas, à puncto angulari incipiendo: ex altero verò latere, incipiendo ab eodem puncto, quatuor; fines connecte lineâ rectâ: ſi hæc linea continet pedes, paſſus, perticas quinque, angulus erit rectus; ſi pauciores, acutus; ſi plures, obtuſus. Ex Inſtrumento ſic. Sume ex uno latere figuræ in ipſo deſcriptæ 30 particulas, ex altero 40, & necte extrema lineâ rectâ: ſi hæc linea continet partes 50, angulus erit rectus; ſi plures, obtuſus; ſi pauciores, acutus. Ratio patet ex 47 Propoſ. lib. pri. Elem. Eucl. Inſpice appoſitam figuram triangularem A B C.*

ANNOTATIO IV.

F. XLVIII. Iconiſ. VII. *Area quadrati invenitur etiam, ſi diagonalis ducatur in ſeipſam; dimidium enim producti dabit quadrati ſuperficiem. Ratio deſumitur ex eadem 47. primi Eucl. cùm quadratum diametri (quod producitur ex multiplicatione diametri in ſeipſam) ſit duplum quadrati laterum. Patet præterea ex eo, quòd, ut mox dicetur, ſi demittas ab angulo recto in diagonalem, perpendicularem lineam, eamque ducas in ipſam diagonalem, producatur parallelogrammum æquale quadrato, vel duplum trianguli conſtituti ex diagonali & lateribus quadrati, ut conſideranti patet, & in primo Eucl. lib. demonſtratur, declaraturque ex appoſita figura.*

PRO-

PROBLEMA II.

Parallelogrammorum non rectangulorum areas inveníre.

PArallelogramma non rectangula ſunt, Rhombus, & Rhomboides. Rhombus habet omnia quatuor latera æqualia, & angulos oppoſitos tantùm æquales, ſed nullum rectum. Rhomboides habet & angulos oppoſitos, & latera oppoſita tantùm æqualia, at nullum angulum rectum.

Rhombi & Rhomboidis eadem eſt dimenſio, idque ope parallelogrammi rectanguli, ſic. Sit dimetienda ſuperficies Rhombi & Rhomboidis A B C D. A latere A B, in latus C D, demittatur perpendicularis A E: inquiratur magnitudo ſeu longitudo tam lineæ A E, quàm lineæ C D: una ducatur in alteram; &, productum dabit capacitatem totius areæ. Fig. XLIX. Iconiſ. VII.

DEMONSTRATIO.

EX ductu A E in A B producitur parallelogrammi rectanguli A E F B area, ut ex præcedenti Problemate patet: ſed hæc æqualis eſt areæ Rhombi aut Rhomboidis A B C D, per 35. primi, *cùm ſint ſuper eadem baſi A B, & inter eaſdem parallelas A B, C D; ergo &c.*

ANNOTATIONES.

I.

SI Arithmeticam multiplicationem non ſcias, divide latus A B & E F, item latus A E & B F, in ſuas particulas, & duc rectas, ut habeas quadratula; & numeratis quadratulis habebis intentum. Hoc autem fieri poteſt in ipſo Pantometro, ſi in ejus chartam projecta eſt figura ex menſuratione in campo facta.

II. *Si ex dimenſione laterum alicujus ſuperficiei quadrilateræ non rectangulæ deprehenderis, aut omnia quatuor latera eſſe æqualia, aut duo quælibet oppoſita; & præterea deprehenderis oppoſitos angulos eſſe æquales; ſcies figuram illam eſſe aut rhombum, aut rhomboidem. Æqualitatem porrò angulorum oppoſitorum deprehendes vel ex ipſa planitie menſurata, vel ex ichnographia ipſius in Inſtrumento deſcripta, ſic. Ex angulis*

gulis oppoſitis B & C, A & D, numera in utroque latere æquales & pares numero partes, & extrema connecte lineis rectis; quæ ſi æquales fuerint, anguli erunt æquales. Colligitur ex Propoſit. 28. lib. 3. Elem. Euclid. ubi demonſtratur, quòd in æqualibus circulis, æquales rectę lineę æquales peripherias auferunt. *Schema non appono, quia res clara eſt.*

III. *Perpendicularem A E, in Inſtrumento quidem invenies vel ope duodecimæ Primi, vel ope normæ, applicando unum ejus latus puncto A, alterum rectæ C D. In planitie verò propoſita invenies eam ope Inſtrumenti noſtri ſic. Colloca Inſtrumentum in latere C D, ita ut latus dioptricum Quadrati ſit ſemper parallelum dicto lateri C D; & tam diù move verſus C & D Inſtrumentum in dicto latere, donec per dioptras Regulæ in Quadrato verſatili videas ex eodem loco, nempe ex E, tam punctum A per unam viſionem, quàm punctum D, aut C per aliam; ſic enim angulus E congruet angulo Inſtrumenti, qui rectus eſt. Aliter verò in planitie invenies, ſi angulo A affigas chordam, lateri oppoſito applices unum latus normæ, eamque tam diu huc illuc moveas, donec alterum latus chordæ extenſæ congruat ad amuſſim & exactiſſimè.*

IV. *Si deprehenderis in quadrilatera planitie, bina & bina latera oppoſita eſſe æqualia, certiſſimò ſcias illa eadem eſſe parallela, & figuram eſſe parallelogrammum, per Schol. 1. Clavii trigeſimæ quartæ Primi Eucl.*

V. *Remanent figuræ quadrilateræ, quæ non ſunt parallelogramma, ſed trapezia; at quia eorum dimenſio non poteſt ſemper commodè fieri, niſi reſolvantur in triangula, de his primò agendum erit. Poſſunt etiam Rhombi & Rhomboides reſolvi in triangula, ac menſurari; ut patebit cùm de trapeziis.*

PROBLEMA III.

Triangulorum areas dimetiri.

TRiangulum omne aut rectangulum eſt, aut obliquangulum. Utrorumque area multis modis inveniri poteſt: tradam primò Regulam unicam pro ſolis rectangulis, deinde binas pro omnibus triangulis in univerſum.

Regula pro Triangulis rectangulis.

MEtire duo latera circa angulum rectum, & duc unum in alterum, dabitque producti ſemiſſis aream quæſitam. Vel duc ſemiſſem unius lateris in totum latus alterum, & totum productum dabit aream.

Eſto

FIG. L.

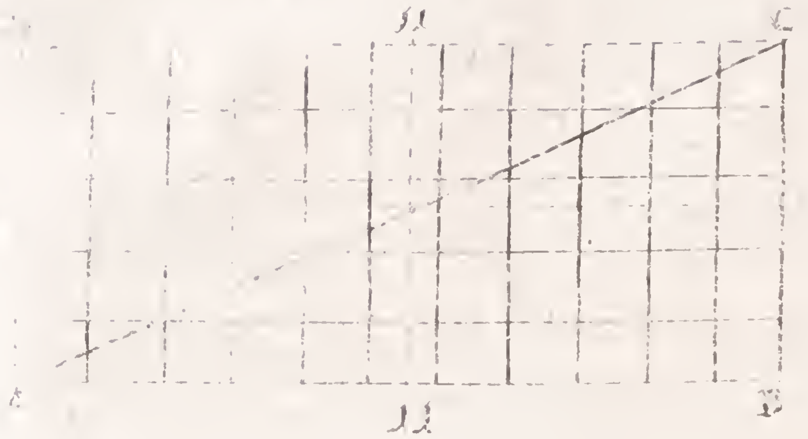


FIG. LI.

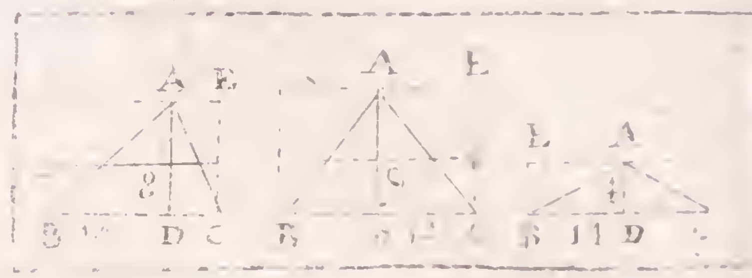


FIG. LII.



FIG. LIII.

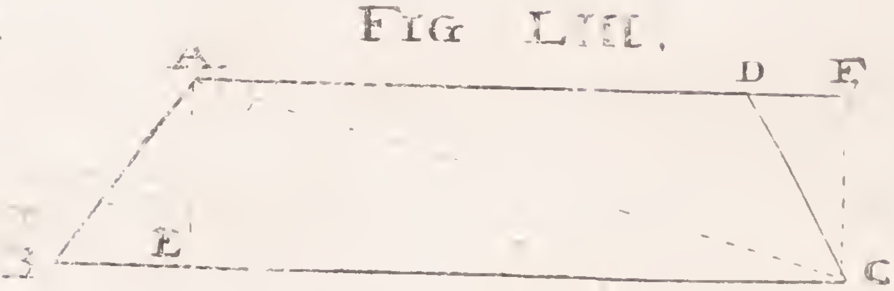


FIG. LIV.

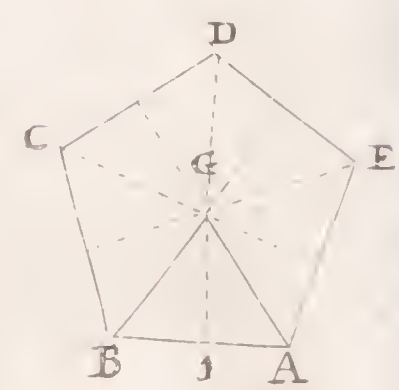


FIG. LV.



FIG. LVI.

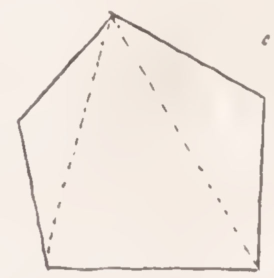


FIG. LVII.



FIG: LVIII.

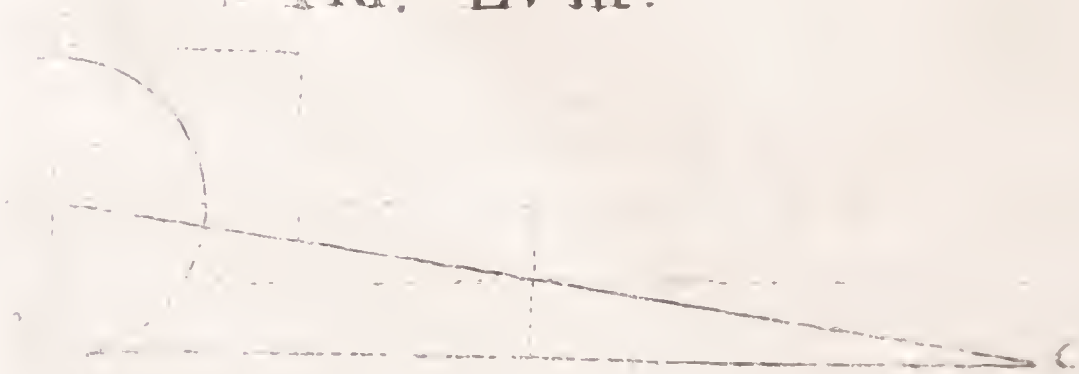
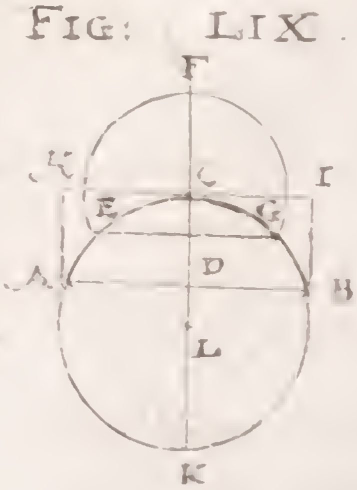


FIG: LIX.



Eſto triangulum A B C, cujus latera A B, B C, rectum angulum ambiant, ſitque latus A B 11, B C 5 pedum geometricorum ſimplicium: duc unum latus in alterum, & prodibunt 55 pedes quadrati; quorum ſemiſſis, nempe $27\frac{1}{2}$, dant aream trianguli. Vel, duc ſemiſſem lateris A B, in latus B C; aut ſemiſſem lateris B C in latus A B; provenient $\frac{55}{2}$, vel $27\frac{1}{2}$. Fig. L. Icon. VIII.

ANNOTATIO I. Catholica.

Vel perfice quadrangulum, ut factum vides; divide latera oppoſita in æquales partes; duc rectas; numera quadratula; & horum medietas dabit tibi aream quæſitam.

DEMONSTRATIO.

Hujus operationis evidentia manifeſta eſt, ſi parallelogrammum A B C D perficiatur: nam ſi latus A B ducatur in latus B C, proveniet area totius parallelogrammi A B C D, per dicta Probl. 1. quod cùm diameter A C biſariam ſecet, per 34. primi, *aut cùm ſit duplum trianguli habentis eandem baſim & altitudinem,* per quadrageſimam primam Primi; *ſequitur trianguli A B C aream eſſe dimidium areæ parallelogrammi A B C D.*

Eſt etiam parallelogrammum ex alterutro latere dimidio, alteroque integro deſcriptum, triangulo rectangulo æquale, *per Schol. Clavii quadrageſimæ primæ primi Euclid.*

Regula Prima generalis pro omnibus triangulis.

Duæ ſunt generales Regulæ ad omnium triangulorum, etiam rectangulorum, areas inveniendas. Prima ſic ſe habet. Demitte ex quocunque angulo perpendicularem in latus oppoſitum, etiam protractum, ſi opus fuerit (quanquam ut ex maximo angulo demittatur, ſive ex angulo majori lateri oppoſito, conſultius eſt; quia tunc cadit ſemper intra triangulum, nec opus eſt latus producere;) & quot pedum geometricorum ſimplicium ſit, explora: Habitam perpendicularem duc in ſemiſſem lateris in quod cadit; aut contrà duc latus illud in ſemiſſem perpendicularis; & erit quod provenit, area trianguli. Eandem aream invenies, ſi perpendicularem duxeris in totum latus, in quod cadit, & producti dimidium ſumpſeris.

Fig. LI. Icon. VIII. Eſto triangulum A B C quodcunque, cujus latus B C, in quod cadit perpendicularis, ſit 14 pedum, perpendicularis v. g. 8. Duc 8 in 14, producuntur 112; cujus dimidium, 56, eſt area trianguli. Vel, duc 8 in 7, vel 14 in 4, & provenient 56, pro area totius trianguli.

ANNOTATIO II. Catholica.

VEl perfice quadrangulum A D C E, divide biſariam in duo quadrangula, & accipe medietatem pro area quæſita.

DEMONSTRATIO.

EX ductu perpendicularis in latus in quod cadit, producitur parallelogrammum, habens eandem baſim cum triangulo, & intra eaſdem parallelas cum ipſo, ut ex figuris patet: Sed hujus parallelogrammi dimidiũ eſt triangulum, per quadrageſimam primam Primi; *ergo. Ex ductu verò ejuſdem perpendicularis in dimidium lateris, gignitur parallelogrammum æquale triangulo,* per ſchol. ejuſdem 41æ. Primi. *Ex ductu denique dimidiæ perpẽdicularis in totum latus, oritur parallelogrammum æquale triangulo,* per ſchol. Clavii ad primam Sexti.

Hæc eadem tria demonſtrat Clavius lib. 7. Geomet. pract. Propoſ. 1.

ANNOTATIO III.

PErpendicularis, tam in Inſtrumento, quàm in propoſita & menſurata planitie, reperitur modo dicto Annot. 3. Problematis præcedentis.

Magnitudo ejuſdem perpendicularis in menſura laterum trianguli reperitur tum mechanicè, tum geometricè. Mechanicè in Inſtrumento, ſi intercepta, perpendicularis circino applicetur lineæ Curſoris diviſæ, & videatur quot particulæ ipſi reſpondeant. In planitie verò, vel per perticam, chordam, catenulam &c. vel per dimenſionem. Quomodo repeperiatur geometricè, docet Clavius Propoſ. 9. Triang. rectilin. & lib. 1. Geometr. pract. cap. 3. num. 9. & lib. 4. cap. 2. num. 2. & alii paſſim.

ANNOTATIO IV.

AD vitandas fractiones in multiplicatione perpendicularis per latus, ita procedere potes. Si numerus lateris eſt par, perpendicularis impar; accipe ſemiſſem lateris: ſi numerus lateris eſt impar, perpendicularis par;

par; accipe ſemiſſem perpendicularis: ſi tam lateris, quàm perpendicularis numerus eſt impar; duc unum in alterum, & producti accipe ſemiſſem.

Regula Secunda generalis pro omnibus triangulis.

ALtera generalis Regula ſic ſe habet. Primò, Collige omnia tria latera trianguli in unam ſummam: deinde divide totam ſummam in duas æquales partes, & ex ſemiſſe ſummæ ſubtrahe ſingula latera, ut habeas tres differentias inter illam ſemiſſem & latera ſingula: poſtremò multiplica inter ſe mutuò tres has differentias & ſemiſſem ſummæ; ultimi enim producti numeri radix quadrata dabit aream trianguli quæſitam. Sit v. g. triangulum aliquod, cujus latera ſint 10, 12, & 14; eritque ſumma ex illis collecta 36, & ſemiſſis ſummæ 18; differentiæ autem inter hanc ſemiſſem & latera, erunt 8, 6, & 4. Hæ differentiæ & ſemiſſis ſummæ inter ſe multiplicatæ faciunt 3456: nam 18 ducta in 8, producunt 144; hæc ducta in 6, producunt 864; hæc denique ducta in 4, producunt 3456. cujus numeri quadrata radix $58\frac{92}{117}$ erit area dicti trianguli. Demonſtrationem vide apud Clavi. lib. 4 Geometr. pract. cap. 2.

ANNOTATIO V.

ALias Regulas lubens volens omitto, quoniam quidquid Inſtrumento noſtro per ipſas fieri poteſt, per has quoque ſolas præſtatur.

PROBLEMA IV.

Trapeziorum areas invenire.

TRapezia appellantur omnes figuræ quadrilateræ non parallelogrammæ, id eſt, quæ non habent bina & bina latera oppoſita parallela, ſicuti habent Quadratum, Oblongum, Rhombus, & Rhomboides. Poſſunt autem Trapezia habere varias formas, tum ratione angulorum, tum ratione laterum. Poſſunt enim habere vel unum tantùm angulum rectum, vel duos, vel nullum; ſed vel unum tantùm obtuſum, alios acutos; vel duos obtuſos, & alios acutos. Item, poſſunt habere vel duo tantùm latera parallela, vel nulla; præterea vel aliqua inter ſe æqualia, vel nulla &c. Ad inveniendam Trapeziorum aream trademus duas Re-

gulas

gulas, unam communem omnibus, alteram propriam illis quæ habent latera duo parallela.

Regula pro omnibus Trapeziis.

Fig. LII. Icon. VIII. TRapeziorum quorumcunque area reperitnr, ſi ductâ diametro dividatur quadrangulum in duo triangula, & utriuſque capacitas inquiratur per dicta Problemate III. præcedente; nam ſumma utriuſque dat aream totius trapezii, ut patet in figura FGHI.

ANNOTATIO.

DEmonſtratio eſt eadem cum illa, quam adduximus Probl. 3. Diameter poteſt duci & menſurari in ipſa planitie ad menſurandum propoſita, vel in Inſtrumento poſt deſcriptam planitiei ichnographiam.

Regula pro Trapeziis habentibus duo latera parallela.

Fig. LIII. Icon. VIII. SI duo oppoſita trapezii latera ſunt parallela, ut in trapezio A B C D ſunt latera A D, B C; inveniri poteſt area, ſi perpendicularis A E inter duo latera parallela ducatur, & multiplicetur in ſemiſſem ſummæ ex lateribus parallelis conflatæ.

DEMONSTRATIO.

IN Trapezio A B C D ducatur Diameter A C, & dividatur figura in duo triangula A B D, A D C. Producatur deinde latus A D, trianguli A D C, & ab angulo C demittatur in latus A D productum perpendicularis C F; in latus verò B C demittatur ab angulo A perpendicularis A E, quæ ipſi C F æqualis erit, eò quòd A E C F parallelogrammum ſit ex conſtructione, & per Schol. ſecundum 34æ. primi. *Quoniam igitur, ex demonſtratis Probl. 3, area tam trianguli A B C, quàm trianguli A D C, invenitur ex perpendiculari A E (vel C F ipſi æquali) multiplicata per ſemiſſem laterum B C, & A D; etiam area totius trapetii A B C D invenietur ex perpendiculari ejuſdem A E, in ſemiſſem eorundem laterum A D, & B C.*

ANNO-

ANNOTATIONES.

I.

Perpendicularis porrò, tam in Inſtrumento, quàm in ipſa planitie menſurata, invenitur modo dicto ſuprà Probl. 2. Annot. 3. Diameter etiam invenitur vel ex Inſtrumento, vel menſurando ipſam in planitie data.

II. *Qui multiplicare neſcit, conſtituat ex perpendiculari & ſemiſſe laterum parallelorum quadrilaterum parallelogrammum, ductiſque parallelis conſtituat quadratula. Vel ex perpendiculari & utroque ſemilatere ſeorſim ſumpto conſtituat duo parallelogramma, & factis quadratulis accipiat ipſorum ſummam.*

PROBLEMA V.

Figuras multilateras ordinatas, ſive regulares, dimetiri.

MUltilateræ figuræ ordinatæ ac regulares ſunt figuræ planæ, pluribus quàm quatuor conſtantes lateribus, habentes & omnia latera æqualia, & omnes angulos æquales; cujuſmodi ſunt pentagonum, hexagonum, heptagonum, octagonum &c.

Harum areæ duplici ratione inveniri poſſunt. Primò, ſi reſolvantur in triangula, ut de trapeziis diximus, & ſingulorum triangulorum areæ inveſtigentur modo dicto Probl. 3. Secundò, ſi multiplicetur ſemiſſis ſummæ laterum omnium in perpendicularem ex centro figuræ in quodcunque latus demiſſam; numerus enim productus erit area figuræ. Eandem aream dat ſemiſſis producti ex ductu perpendicularis in ſummam omnium laterum. Inſpice figuram LIV. & LV. Iconiſmi VIII.

Fig. LIV. & LV. Iconiſ. VIII.

ANNOTATIO.

Centrum porrò figuræ ordinatæ imparium laterum eſt in communi ſectione linearum ex angulis ad latera oppoſita perpendiculariter ductarum. Sic centrum figuræ pentagonæ A B C D E eſt in G, ubi concurrunt lineæ D G, C G, E G, &c. ex angulis ad latera perpendiculariter ductæ. Centrum verò figuræ ordinatæ parium laterum eſt in communi ſe-

N *ctione*

ctione linearum ex angulis ad angulos oppoſitos ductarum, ut patet in hexagono A B C D E F Iconiſmi VIII.

DEMONSTRATIO.

QVòd area cujuſcunque polygoni ordinati, ſive figuræ multilateræ regularis, habeatur, ſi reſolvatur in triangula, & horum areæ inveſtigentur; patet ex dictis Probl. 3. Quòd verò eadem area ſit æqualis producto ex ſemiſſe ſummæ laterum in perpendicularem ex centro figuræ in latus quodcunque ductam; patet in utraq; citata figura ex triangulis A G B: nam in utraque, area trianguli A G B creatur ex ductu perpendicularis in ſemiſſem lateris A B, per demonſtrata Problemate tertio. Ergo in pentagono, quinque triangulorum areæ creantur ex ductu perpendicularis G I, in quinque ſemiſſes laterum; in hexagono verò, ſex triangulorum areæ creantur ex ductu perpendicularis G H in ſex ſemiſſes laterum. Ergo &c. Hinc etiam patet ratio, cur ſemiſſis producti ex ductu perpendicularis in ſummam omnium laterum, det aream earundem figurarum.

PROBLEMA VI.

Superficies polygonas irregulares dimetiri.

SUperficies ſeu figuræ polygonæ multilateræve irregulares ſunt, quæ plura habent latera quàm quatuor, nō tamen omnia æqualia, ſed vel aliqua tantùm, vel nulla. Has autem figuras ſic metieris.

Fig. LVI. Icon. VIII. Reſolve ſuperficiem polygonam irregularem propoſitam in triangula, ut vides factum in appoſita figura; & ſingulorum triangulorum areas indaga, per dicta Probl. 3; dabuntque omnium triangulorum areæ aream totiùs ſuperficiei multilateræ.

DEMONSTRATIO.

Demonſtratio hujus praxis patet ex dictis Problem. tertio.

ANNOTATIONES.

I.

REſolvitur quælibet multilatera ſuperficies irregularis in tot triangula, quot ipſa habet angulos, duobus demptis. Nam ex quolibet angulo ad reliquos, exceptis duobus proximis, poſſunt duci lineæ rectæ, ut ex appoſita figura patet.

II. Si

II. *Si figura aliqua polygona irregularis ad menſurandum propoſita, non poteſt reſolvi in triangula, eò quòd intra ipſam non poſſunt duci lineæ rectæ, ut accidit aliquando in campis propter arbores, paludes &c. reſolvatur figura in charta Inſtrumenti deſcripta, & indagentur triangulorum areæ.*

III. *Agrimenſores, inquit Clavius lib. 4. Geomet. pract. c. 4. n. 3. nè cogantur totum campum ſæpius perambulare, ut perpendiculares in triangulis ducant; hanc ineunt rationem. In agro (ſive in figura in charta Inſtrumenti deſcripta) conſtituunt quàm poſſunt maximum rectangulum, atque ad ejus latera ex angulis figuræ perpendiculares concipiunt demitti; quod faciunt, applicando unum normæ latus ad latus rectanguli formati, & aliud dirigendo ad angulum figuræ oppoſitum: ita namque tota figura reſolvitur in rectangulum illud conſtitutum, & in trapezia duorum laterum parallelorum, & in triangula rectangula. Deinde metiuntur aream rectanguli, per dicta Probl. 1; triangula verò rectangula, per dicta Probl. 3; & trapezia, per dicta Probl. 4. horum enim omnium areæ in unum collectæ conficiunt aream totius campi. Inſpice appoſitam figuram.* Fig. LVII. Iconiſ. VIII.

IV. *Si in circuitu campi fuerit portio aliqua curva, ſecanda ea erit in tot partes, donec à rectis lineis parum differant, eæque pro lateribus rectis aſſumendæ. Idem fieri poteſt in figura in Inſtrumento deſcripta.*

PROBLEMA VII.

Circulorum areas invenire, cognitâ diametro & circumferentia.

ARchimedes lib. de Dimenſ. circuli Propoſ. 1. demonſtrat, aream circuli eſſe æqualem areæ trianguli rectanguli, cujus unum latus circa rectum angulum ſit æquale ſemidiametro circuli, alterum verò perimetro ſeu circumferentiæ ejuſdem circuli. Ut ſi in appoſito circulo ſemidiameter ſit A B, peripheria verò ſit æqualis rectæ B C; ſi angulus B ſit rectus, erit area circuli æqualis areæ trianguli A B C. Fig. LVIII. Icon. VIII.

Igitur ſi dato quocunque circulo accipias ſemidiametrum ipſius, & invenias lineam rectam æqualem circumferentiæ ejuſdem circuli, & has duas lineas componas ad angulum rectum, ſubtensâque hypothenusâ (ita vocatur tertium latus in triangu-

lis rectangulis) efficias triangulum rectangulum, ejuſque aream inveſtiges juxta dicta Probl. 3; habebis aream circuli dati.

COROLLARIUM I.

Hinc ſequitur primò, aream circuli produci etiam ex multiplicatione Semidiametri in ſemiſſem peripheriæ; vel ex ductu totius peripheriæ in ſemiſſem ſemidiametri; vel denique ex ductu totius diametri in quartam partem peripheriæ. Ratio patet ex Probl. 3. citato. Prodeſt autem, nunc uno, nunc altero ex dictis modis uti, ad vitandas fractiones in operationibus arithmeticis, dum nimirum partibus integris adhærent non integra, nempe $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, unius pedis &c.

Poteſt etiam diameter duci in peripheriam, & producti pars quarta ſumi; vel in ſemiperipheriam, & producti ſemiſſis accipi.

COROLLARIUM II.

De Semicirculi, & Quadrantis dimenſione.

Sequitur præterea aream ſemicirculi produci ex ſemidiametro in quartam partem circumferentiæ: Item aream Quadrantis circuli procreari ex ſemidiametro in octavam partem circumferentiæ: & aream octavæ partis circuli ex ſemidiametro in ſextam decimam partem circumferentiæ; & ſic deinceps.

ANNOTATIO.

Tota difficultas conſiſtit in linea peripheriæ circuli æquali invenienda; ſeu in invenienda proportione inter diametrum & circumferentiam circuli: quæ quidem ſi habeatur, habebitur etiam quadratura circuli, cujus inveſtigatio adeo torſit hactenus multorum ingenia; ſed fruſtra. Archimedes libro citato Propoſ. 3. demonſtrat, cujuslibet circuli peripheriam eſſe triplam diametri, & adhuc ſuperare parte, quæ quidem minor ſit decem ſeptuageſimis diametri, major verò decem ſeptuageſimis primis ejuſdem diametri. Cùm igitur $\frac{10}{70}$ ſint $\frac{1}{7}$, & $\frac{10}{71}$ ſint plus quàm $\frac{1}{8}$; ſequitur, circumferentiam circuli continere diametrum ter, & minùs quàm unam ſeptimam diametri, plùs verò quàm unam octavam ejuſdem: atque adeo veram proportionem circumferentiæ ad diametrum conſiſtere inter triplam ſeſquiſeptimam, & triplam ſeſquioctavam.

Itaque proportio perimetri ſeu circumferentiæ circuli ad diametrum eſt minor quàm 220 ad 70, ſive 22 ad 7; major verò quàm

quàm 223 ad 71. Datâ igitur diametro circuli, v. g. 28 partium, ſi dicas, 70 dant 220, ſeu 7 dant 22, quid dant 28? reperies numerum paulò majorem perimetro, nempe 88: nam proportio 88 ad 28 eſt tripla ſeſquiſeptima, eadem videlicet quæ 220 ad 70: ſeu 22 ad 7: proportio autem circumferentiæ ad diametrum eſt minor quàm tripla ſeſquiſeptima, ut dicebam. Si verò dicas, 71 dant 223, quid dant 28? reperies numerum paulò minorem perimetro, nempe $87\frac{67}{71}$: nam proportio $87\frac{67}{71}$ ad 28 eſt tripla ſuperdecupartiens ſeptuageſimas primas, nimirum eadem quæ 223 ad 28; proportio autem circumferentiæ ad diametrum major eſt quàm tripla ſuperdecupartiens ſeptuageſimas primas. E contrario verò, datâ circumferentiâ cujuſcunque circuli, v. g. 88 partium, ſi fiat, ut 220 ad 70, ſeu 22 ad 7, ita 88 ad aliud; proveniet numerus 28, minor verâ diametro: nam cùm circumferentia ad diametrum habeat minorem proportionem quàm triplam ſeſquiſeptimam, hoc eſt, quàm 22 ad 7; habebit quoque circumferentia data 88 ad ſuam diametrum proportionem minorem, quàm ad 28; atqne idcirco diameter circumferentiæ 88, major erit, quàm 28. Si verò fiat, ut 223 ad 71, ita 88 ad aliud; dabit productus numerus $28\frac{4}{223}$, diametrum verâ majorem: nam cùm circumferentia ad diametrum habeat majorem proportionem, quàm triplam ſuperdecupartientem ſeptuageſimas primas, hoc eſt, majorem quàm 223 ad 71; habebit quoque data circumferentia 88 ad ſuam diametrum proportionem majorem, quàm ad $28\frac{4}{223}$, ac proinde diameter circumferentiæ 88 minor erit quàm $28\frac{4}{223}$.

Ex quibus patet, diametrum circuli ad circumferentiam non eſſe præcisè ut 7 ad 22; nec circumferentiam ad diametrum ut 22 ad 7. Communiter tamen inter Mathematicos, tàm veteres, quàm modernos, adhibetur prædicta proportio, ad vitandas fractiones. Subtilior tamen eſt ratio ſeu proportio illa, quam invenit Ptolemæus lib. 6. Almag. & adhuc ſubtilior illa, quam invenit Vieta; ſubtiliſſima verò, licet non undequaque vera, quam reperit Ludolphus Collen, & examinavit, approbavitque Chriſtophorus Grüenbergerus. Sunt autem ſequentes.

Circuli diameter ad circumferentiam eſt

Ptolemæo	Ut --- 10, 000, 000, Ad --- 31, 416, 666.
Vietæ	Ut --- 10, 000, 000, 000 Ad --- 31, 415, 926, 535.
Ludolpho & Grüenbergero	Ut --- 100, 000, 000, 000, 000, 000, 000. Ad --- 314, 159, 265, 358, 979, 323, 846$\frac{1}{2}$.

ANNOTATIO

Qui Regulam Trium non callet, utatur praxi tradendâ inferiùs Libro 10. Par. 1. Cap. 2 Probl. 5. ubi dum agimus de uſu linearum polymetrarum in Arithmeticis operationibus, eam tradimus.

PROBLEMA VIII.

Data circumferentia circuli, reperire diametrum.

EX dictis præcedenti Problemate conſtat, ut area circuli reperiatur, neceſſe eſſe, tam ejus diametrum, quàm circumferentiam eſſe cognitam. Quare trademus nonnulla Problemata ſeu Regulas, per quas tam ex data diametro circumferentia, quàm ex data circumferentia diameter cognoſci poſſit, tum major, tum minor, tum media.

Sit igitur data circumferentia 88. v. g. Fiat, ut 220 ad 70, ſeu 22 ad 7, (hoc eſt, ut $3\frac{10}{70}$, ſeu $3\frac{1}{7}$ ad 1,) ita data circumferentia 88 ad aliud: hoc eſt, duc ſeu multiplica datam circumferentiam 88 per 7, & ſummam productam divide per 22; & prodibit in Quotiente diameter paulò minor juſtò. Fiat iterum, ut 223 ad 71, (hoc eſt, ut $3\frac{10}{71}$ ad 1,) ita 88 ad aliud: hoc eſt, duc 88 in 71, & ſummam divide per 223; & prodibit in Quotiente diameter paulò major juſtò. Mediam ergo ex duabus inventis diametris eligito, & habebis vero ſimiliorem. Vel, fac ut 314 ad 100, ita 88 ad aliud; hoc eſt, duc circumferentiam datam in 100, & ſummam divide per 314, & unico actu invenies mediam, ſeu proximè veram diametrum.

ANNO-

ANNOTATIO.

HÆc regula communis eſt omnibus circulis. Cæterùm pro Geometria practica aliqui hanc aliam adſignant Regulam. Multiplica circumferentiam cujuſcunque circuli per 3′, 1″, 8‴; dabitque productum, ejuſdem circuli diametrum. Exempli gratia. Sit circulus, cujus circumferentia ſit 18°, 8′, 5″, 2‴ decemped. In hanc circumferentiam ducito 3′, 1″, 8‴, provenientque pro diametro hujus circuli 5°, 9′, 9″, 4‴, 9^IV, 3^V, 6^VI, hoc eſt, quinque decempedæ integræ, novem prima, cum novem ſecundis; reliquarum verò partium non habetur ratio, præſertim in dimenſionibus camporum.

PROBLEMA IX.

Data diametro circuli, reperire circumferentiam.

SIt data diameter 28 v. g. Fiat ut 70 ad 220, ſeu 7 ad 22, hoc eſt, ut 1 ad $3\frac{10}{70}$, ſeu ad $3\frac{1}{7}$) ita data diameter 28 ad aliud: hoc eſt, duc diametrum 28 per 22, & ſummam divide per 7, fietque circumferentia major juſtâ. Rurſus ergo fiat, ut 71 ad 223 (hoc eſt, ut 1 ad $3\frac{10}{17}$) ita diameter 28 ad aliud; hoc eſt, duc diametrum 28 per 223, & ſummam divide per 71, & fiet circumferentia minor juſtâ. Mediam ergo ex duabus inventis circumferentiis eligito. Vel unico actu duc diametrum per 314, & ſummam divide per 100, & habebis circumferentiam mediam, ſeu veriſimiliorem.

Hæc etiam regula communis eſt pro omni circulorum genere. Pro Geometria verò practica aliqui hanc adſignant Regulam: Multiplica diametrum cujuſcunque circuli per 3°, 1′, 4″, 2‴, & productum dabit ejus circumferentiam. Ex. gr. Detur circulus, cujus diameter ſit 6 decempedarum; hanc multiplicato per 3°, 1′, 4″, 2‴, provenientque pro circumferentia talis circuli 18°, 8′, 5″, 2‴; ſcilicet octodecim decempedæ, octo pedes, cum 5″, 2‴ unius decempedæ.

PROBLEMA X.

Data ſola diametro circuli, reperire ejus aream.

VIdimus Problemate Septimo, qua ratione ex cognita diametro & circumferentia, inquirenda ſit area circuli; nunc videndum,

dum, quomodo eadem invenienda, vel ex ſola diametro, vel ex ſola circumferentia cognita. Primum in hoc, alterum in ſequenti præſtabimus Problemate.

Clavius lib. 4. Geomet. pract. cap. 7. Propoſ. 2. demonſtrat, proportionem quadrati ex diametro cujuslibet circuli deſcripti ad circuli aream, majorem eſſe quàm 14 ad 11, minorem autem quàm 284 ad 223.

Datâ igitur diametro cujuſcunque circuli, ſi fiat, ut 14 ad 11, ita quadratum datæ diametri ad aliud; hoc eſt, ſi data diameter ducatur in ſeipſam (ut habeatur ejus quadratum) & productum multiplicetur per 11, factumque dividatur per 14; dabit productus in Quotiente numerus aream circuli verâ majorem. Si verò fiat, ut 284 ad 223, ita quadratum datæ diametri ad aliud; hoc eſt, ſi data diameter multiplicetur per ſeipſam, & ſumma producta multiplicetur per 223, totumque productum dividatur per 284; dabit numerus procreatus in Quotiente aream circuli verâ minorem. Eligito igitur mediam inter utramque, & habebis proximè verã circuli aream.

ANNOTATIO.

ALii in Geometrico negotio hanc præſcribunt Regulam. Multiplicetur quadratum diametri per $7', 8'', 5'''$; *dabitque productum ipſam circuli ſuperficiem. Ex. gr. Detur circulus, cujus diameter contineat* $4^{\circ}. 8'$; *quadratum hujus diametri faciet* $23^{\circ}, 0', 4''$, *quod multiplicatum per* $7', 8'', 5'''$, *dat pro area propoſiti circuli* $18^{\circ}, 0', 8'', 6''', 4^{IV}$.

Notant hi, præciſiùs adhuc haberi poſſe dictam aream, ſi quadratum diametri multiplicetur per $7', 8'', 5''', 4^{IV}, 3^{V}$.

PROBLEMA XI.

Data ſola peripheria circuli, invenire ejus aream.

CLavius loco proximè citato Propoſ. 3. demonſtrat, proportionem quadrati à circumferentia circuli cujuſvis deſcripti, ad circuli aream, majorem eſſe quam 892 ad 71, minorem autem quam 88 ad 7.

Datâ igitur circumferentiâ circuli, ſi fiat ut 892 ad 71, ita quadratum datæ circumferentiæ ad aliud; hoc eſt, ſi quadratum

datæ

datæ circumferentiæ multiplicetur per 71, & ſumma dividatur per 892; procreatus in Quotiente numerus dabit aream circuli verâ majorem. Si verò fiat, ut 88 ad 7, ita quadratum datæ circumferentiæ ad aliud; hoc eſt, ſi datæ circumferentiæ quadratum multiplicetur per 7, & ſumma dividatur per 88; procreatus in Quotiente numerus dabit aream circuli verâ minorem. Elige igitur mediam inter utramque, & habebis proximè veram circuli aream.

ANNOTATIO.

ALii in menſurandis ſuperficiebus circularibus utuntur hac Regula. Multiplicetur quadratum circumferentiæ dati circuli per $7''$, $9'''$, 5^{iv}, *prodibitque in producto ipſa area talis circuli. Ex gr. Sit exploranda area infima turris rotundæ, cujus ambitus habeat* 15° *decempedas; hujus quadratum faciet 225, quod multiplicatum per* $7''$, $9'''$, 5^{iv}, *dabit productum* 17°, $8'$, $0''$, $7'''$ 5^{iv} *pro area talis turris.*

PROBLEMA XII.

Data circuli area, invenire diametrum.

AReam circuli datam multiplica per 14, productum divide per 11, ex Quoto invento extrahe radicem quadratam; eritque hæc circuli diameter verâ minor. Iterum multiplica eandem aream per 284, productum divide per 223, ex Quoto invento extrahe radicem Quadratam; eritque hæc circuli diameter verâ major. Mediam igitur inter utramque eligito, & habebis diametrum proximè veram. Sequitur ex dictis Probl. x.

Exemplum. Sit area propoſita 616; multiplica hæc per 14, proveniunt 8624; quæ divide per 11, provenient 784; extrahe ex his radicem quadratam, invenies 28 pro diametro minore juſtò. Eodem modo procede ad inveniendam majorem juſtò.

PROBLEMA XIII.

Data circuli area, invenire circumferentiam.

AReam circuli datam multiplica per 88, productum divide per 7, ex Quoto invento extrahe radicem quadratam; eritque hæc circuli peripheria verâ major. Iterum multiplica eandem

dem aream per 892, productum divide per 71, ex quoto invento extrahe radicem quadratam; eritque hæc circuli peripheria verâ minor. Mediam igitur inter utramque elige, & habebis circumferentiam proximè veram. Sequitur ex dictis Probl. XI.

Exemplum. Sit area propoſita 1386; multiplicetur per 88, provenient 121968; divide hanc ſummam per 7, eritque quotus 17424; extrahe ex hoc numero radicem quadratam, & provenient pro circumferentia 132.

PROBLEMA XIV.

Invenire aream circuli, quando nec diameter, nec circumferentia eſt nota.

Fig. LIX. Icon. VIII. SIt circularis baſis alicujus turris A C B K, cujus & diameter & circumferentia ſit ignota; ſitque una tantummodò pars ipſius acceſſibilis, v. g. A C B D; ſic invenies diametrum & circumferentiam, & ex utraque aream circuli.

Metire chordam A B, eamque divide bifariam in D, & duc rectam D C; metire item ſinum verſum D C; multiplica dimidiũ chordæ, nempe A D, per ſeipſum, & ſummam divide per ſinum verſum, prodibitque portio D K totius diametri; cui ſi addas ſinũ verſum D C, habebis totam diametrum. Exempli gratia: ſit chorda A B 24, dimidium verò A D 12, at Sinus verſus D C, ſit 6. multiplica ergo 12 per 12, & ſummam productam 144 divide per 6, prodibit 24; cui ſi addas 6, habebis 30 pro tota diametro C K. Habitâ verò diametro, habebis circumferentiam, & aream quæſitam, per dicta.

DEMONSTRATIO.

A D, eſt media proportionalis inter C D, & D K, per 8 Sexti, & Schol. 13. ejuſdem, ut patet, ſi ducantur occultæ A C, A K, quæ conſtituent triangulum rectangulum ad A, per 31 Tertii; ergo quadratum A D æquaerit rectangulo ex C D & D K, per 17 Sexti, ac proinde diviſum quadratum A D per latus C D, dabit latus D K.

ANNO-

ANNOTATIO I.

Quid faciendum, ſi menſurari non poſſit chorda, & ſinus verſus.

EST turris columnaris, ad quam non patet ingreſſus, nec tota ambiri poteſt, ſed ſolùm poteſt menſurari arcus A C B funiculo circumducto. Divide totum arcum A C B bifariam in C, & ex puncto C deſcribe arcum E F G, eumque divide bifariam in F, ductâ rectâ F G; quæ erit ſemidiameter circuli E F G, continuata cum diametro C K circuli A C B K. Per punctum deinde C ducatur recta H I, ad rectam F C perpendicularis. Erit hæc tangens circulum A C B K in puncto C, per 16 Tertii; & parallela chordæ A B (ſi ea intelligatur ducta) ut mox demonſtrabo. His factis, ex punctis A & B demitte ad tangentem H I perpendiculares A H, B I. Erit H I æqualis chordæ A B; & A H, ſeu B I, æqualis ſinui verſo D C, ut mox demonſtrabo. Metire igitur A H, & H I, & operare, ut antè. Vide Fig. præcedentem.

DEMONSTRATIO.

HI eſt parallela ipſi A B; & A H, B I, parallelæ ipſi D C. Ducantur enim vel rectæ A L, B L, vel rectæ A K, B K; erunt tam anguli A L D, B L D, quàm anguli A K D, B K D, æquales, per 27 Ter. & Scholium 29 Tertii, *cùm arcus A C, B C, ſint æquales ex hypotheſi. Quoniam ergo duo latera A L, L D (ſeu A K, K D) trianguli A L D, æqualia ſunt duobus lateribus B L, L D (ſeu B K, K D) trianguli B L D, utrumque utrique, ut conſtat; ſuntque anguli ad L æquales, ut probatum eſt; erunt* per 4 Primi, *anguli A D L, B D L deinceps æquales, ac proinde uterque rectus,* per 10. Definit. Primi: *ideoque anguli A D C, B D C, erunt recti,* per 15. Primi, *utpote prioribus duobus ad verticem: ſunt autem & anguli H C D, I C D, recti, eò quòd H I perpendicularis ſit ducta ad C D. Ergo* per 28 Primi, *recta H I parallela eſt rectæ A B. Eſt autem & A H parallela tam ipſi B I, quàm ipſi D C,* per eandem 28 Primi, *cùm omnes ſint perpendiculares ad H I. Parallelogrammum ergo eſt A H I B, ac proinde* per 34. Primi *H I eſt æqualis ipſi A B, & A H ipſi D C; quod erat demonſtrandum.*

ANNOTATIO II.

EOdem modo procedes, ſi notus eſſet ſinus K D, & chorda dimidia A D: nam ſi ducas in ſe ſemichordam A D, ſummamque productam dividas per K D, quotoque producto addas ipſum K D; habebis totam K C.

PROBLEMA XV.

Sectorum circuli areas invenire.

QUa ratione inveniatur area ſemicirculi, quadrantis, ſemiquadrantis, & ſimilium proportionalium partium, patet ex dictis Probl. 7. nunc quomodo aliarum partium areas invenire poſſimus, dicendum reſtat, & primò agendum de Sectore.

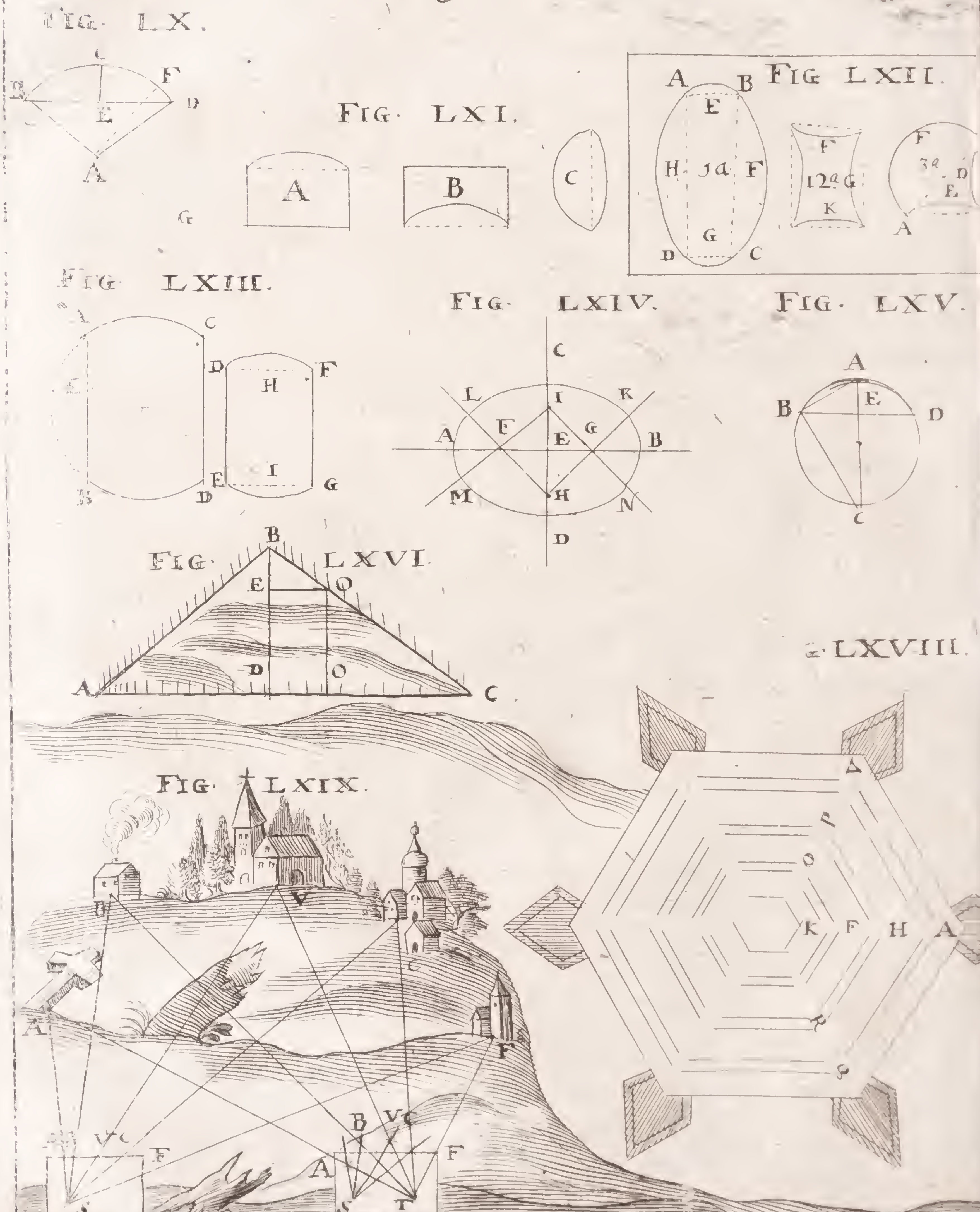
Fig. LX. Iconiſ. IX. Si igitur portio circuli ſit Sector, qualis eſt figura A B C D, comprehenſa duabus ſemidiametris A B, A D, & arcu B C D; ejus area invenitur, ſi nota ſit in certa menſura, v. g. in palmis, tam ſemidiameter, quàm arcus totus: ſi enim ſemidiameter ducatur in ſemiſſem arcus, erit productum area ſectoris in menſuris quadratis. Sit ſemidiameter A B ſex palmorum, arcus B C D 12, & ſemiſſis arcus, nempe B C 6: multiplica 6 per 6, erit productum 36 area ipſius Sectoris. Demonſtrationem infrà apponam.

Quòd ſi neque ſemidiameter, neque arcus ſectoris ſint noti, menſuranda eſt ſemidiameter menſura aliqua nota, & ſecundùm eandem menſuram indaganda eſt circumferentia totius circuli, per Regulas poſitas ſuprà Problem. 9. Menſuranda præterea eſt chorda B D. Ex ſemidiametro enim & chorda notis, inveniri poteſt arcus B C D primò in gradibus, & deinde in menſuris, quibus menſurata eſt ſemidiameter, tandemque ex ſemidiametro & ſemiarcu indaganda area.

Sic autem ex ſemidiametro A B, & chorda B D, notis in certa menſura, v. g. in palmis, invenies arcum B C D, in gradibus, ſi dicas: ut ſemidiameter A B ſex palmorum ad chordam B D 10 palmorum v. g. ita ſinus totus 100000 partium ad aliud; numerus enim procreatus dabit rectam B D cognitam in partibus ſinus totius; medietas autē rectæ B D cognitæ in partibus ſinus totius, erit ſinus ſemiſſis arcus B C D, ac proinde ſinus rectus arcus B C, vel D C, ideoque ex tabula ſinuum ſemiſſis arcus B C D in gradibus nota erit; qua habita, totus arcus B C D non ignorabitur.

Habito arcu B C D noto in gradibus, ſic idem notus fiet in menſura ſemidiametri A B, ſcilicet in palmis, Tota circumferentia circuli à ſemidiametro A B ſex palmorum deſcripti, jam nota facta eſt in aſſumpta menſura, nempe in palmis, per Regulam Problematis Noni; ſi ergo fiat, ut gradus 360 ad totam circumfe-

Iconiſmus IX. *Pag.* 109.



rentiam in aſſumpta menſura cognitam, ita arcus B C D in gradibus cognitus ad aliud; cognoſcetur idem arcus B C D in menſura aſſumpta. Quare ſi multiplices ſemidiametrum in ſemiarcum in dicta menſura repertum, reperietur area ſectoris A B C D, in eadem menſura quadrata.

ANNOTATIONES.

I.

Poſſunt etiam gradus in arcu B C D contenti inveſtigari ope circuli alicujus, aut quadrantis diviſi in gradus, ſic, in aliquo campo. Circulum aut quadrantem in ſuperficie aliqua deſcriptum atque diviſum, pone intra Sectorem ita, ut centrum circuli diviſi correſpondeat centro A ſectoris; deinde ex centro circuli uſque ad punctum B ſectoris extende filum, & nota gradum, quem in circulo diviſo abſcindit: idem filum extende uſque ad punctum D, & nota ſimiliter gradum quem in circulo diviſo abſcindit: quot enim graduum eſt arcus circuli inter bina puncta notatus, totidem graduum erit arcus B C D Sectoris.

II. *Si non poſſes metiri ſemidiametrum A B, & chordam B D, eò quòd non detur aditus intra arcum B C D, adhibenda eſſet praxis Problematis XIV.*

III. *In aliquibus caſibus inveniri poteſt quantitas arcus B C D in certa menſura mechanicè, ſi nimirum circumducatur funis, cujus deinde longitudo inquiratur.*

IV. *In planitierum dimenſionibus, via omnium facillima eſt, ſi inveniatur in certa menſura chorda B D, & bifariam dividatur in E, & ex E erigatur perpendicularis E C, eaque inveniatur in eadem certa menſura; deinde recta B E ducatur in ſeipſam, & productum dividatur per C E, inventoque numero addatur numerus rectæ C E: ſic enim producitur tota diameter, juxta dicta ſuprà Problem. X I, & conſequenter ſemidiameter; ex hac deinde, & chorda invenitur arcus in gradibus, & in menſura ſemidiametri, tandem ex ſemidiametro & ſemiarcu tota area.*

DEMONSTRATIO.

Qvod autem ex ductu ſemidiametri A B in ſemiſſem arcus B C D, hoc eſt, in arcum B C notum in menſura ſemidiametri A B, producatur area Sectoris A B C D, ita probo ex Clavio lib. 4 Geomet. pract. cap. 8. num. 1. Compleatur circulus B C D G, & fiat quadrans A B F, & ſemi-

circulus A B D G. Quoniam igitur, per 33 Sexti, *eſt ut arcus B D, ad quadrantem B F, ita Sector A B D, ad Sectorem A B F; erit quoque* ex Scholio Propoſ. 22. lib. 5. Euclid. *ut arcus B D ad quadruplum quadrantis B F, hoc eſt, ad totam circumferentiam; ita ſector A B D, ad quadruplum Sectoris A B F, hoc eſt, ad totum circulum. Vt autem arcus B D ad totam circumferentiam, ita eſt B C, ſemiſſis arcus B D, ad B D G, ſemiſſem totius circumferentiæ*, per 15 Quinti; *Igitur erit quoque ut B C, ad B D G, ita Sector A B D, ad totum circulum. Sed ut B C ad B D G, ita eſt rectangulum ſub A B, B C, ad rectangulum ſub A B, B D G*, per primam Sexti; *Ergo erit quoque Sector A B D, ad totum circulum, ut rectangulum ſub A B, B C, ad rectangulum ſub A B, B F G. Cùm ergo, ut Probl. 7. tradidimus, circulus æqualis ſit rectangulo ſub A B, B D G; erit quoque*, per 14 Quinti, *Sector A B D æqualis rectangulo ſub A B, B C. quod erat demonſtrandum.*

PROBLEMA XVI.

Aliorum ſegmentorum circuli aream invenire.

SI portio circuli propoſita non ſit Sector, ſed ſegmentum alterius rationis, quale eſt in ſuperiori figura ſegmentum E B C D; ſic ejus area inquiritur. Quære ſegmenti ſeu arcus propoſiti centrum A, *per 25 Tertii*, & ductis rectis A B, A D, inquire per certam aliquam menſuram quantitatem ſemidiametri A B, & arcus B C D, inveſtigaque aream totius Sectoris A B D, modo proximè dicto. Ductâ deinde rectâ B D, inquire aream trianguli A B D, per dicta Probl. 3. Si jam trianguli aream ſubtrahas ab area totius ſectoris; erit quod remanet, area ſegmenti A B C.

COROLLARIA.

I.

Fig. L XI. Iconiſ. I X. *EX his patet, quomodo inveſtiganda ſit area figuræ lenticularis, quæ ſcilicet compoſita eſt ex duobus ſegmentis duorum circulorum, ſive æqualium, ſive inæqualium, ut patet in C.*

II. *Patet præterea, qua ratione inveniatur area ſuperficierum, quibus vel annexum eſt ſegmentum circuli, ut patet in A; vel deeſt ſegmentum circulare, ut patet in B. Sed de hoc iterum in ſequenti Problemate.*

PRO-

PROBLEMA XVII.

Figuras ex variis circulorum ſegmentis coagmentatas metiri.

FIguras ex variis circulorum ſegmentis coagmentatas, ſive omnes circumferentiæ extrorſum vergant, ſive introrſum, ſive partim introrſum & partim extrorſum, ſic metieris. Fig. LXII. Iconiſ. IX.

Arcubus ſubtendæ chordas, & in prima ex tribus appoſitis figuris metire quadrilaterum A B C D, per dicta Probl. 1. & 2; & ſingula ſegmenta, per dicta Problemate præcedenti: ſi enim hæc ſegmenta quadrilatero adiiciantur (quòd omnia extrorſum tendant) conflabitur area totius figuræ ex quatuor arcubus E, F, G, H, compoſita.

In ſecunda figura metire tetragonum, per dicta Problemate quarto, & ſubtrahe ex ipſo quatuor ſegmenta F, G, H, I, (quòd omnia introrſum vergant;) & remanebit reliqua figura ex quatuor arcubus conflata.

In tertia figura adiice trilatero A B C, ſegmentum A F B, extrorſum vergens, & ex compoſito numero aufer duo ſegmenta A E C, B D C, introrſum vergentia; & relinquetur area figuræ propoſitæ.

COROLLARIA.

I.

EX his patet, qua ratione quamcunque figuram irregularem dimetiri debeas.

II. *Patet præterea, quomodo dimetiendi ſint agri plani, habentes latera curva.*

PROBLEMA XVIII.

Segmentum circuli duabus rectis, & duobus arcubus comprehenſum metiri.

SIt menſuranda area ſegmenti A B C D, comprehenſi duabus rectis A B, C D, & duobus arcubus A C, B D. Inveniatur, per dicta Problemate XVI, ſeorſim area utriuſque ſegmenti A E B, C Fig. LXIII. Iconiſ. IX.

E D,

E D, minorque detrahatur à majori, & remanebit area ſegmenti A B C D.

ANNOTATIO III.

Fig. LXIII. Iconiſ. I X. *SI ſegmentum eſſet compoſitum ex rectis, & arcubus inæqualium circulorum, quale eſt D E F G; ducantur chordæ D F, E G; inquiratur ſeparatim area quadranguli D E G F, & area ſegmentorum D H F, E I G; addantur omnes areæ inventæ inter ſe, & reſultabit tota area ſegmenti propoſiti.*

PROBLEMA XIX.

Ovalis, & Ellipticæ figuræ aream invenire.

Fig. LXIV. Icon. IX. ANtequam ovalis, ellipticæque figuræ dimetiendæ rationem tradamus, paucis docebimus quomodo illæ deſcribantur.

Ovalis igitur figura ſic deſcribitur. Ducatur A B indeterminatæ quantitatis, & ad rectos angulos eam ſecans in E alia C D: tum centro E ſecentur utrimq; æquales ad lubitum intervallum E A, E B; item æquales inter ſe ad lubitum intervallum E F, E G; & pro libitu etiam æquales E I, E H. Ex H, & ex I, per F, & per G, educantur, & producantur, ut lubet, rectæ H K, H L, I M, I N. Centris F & G, intervallis F A, & G B, ducantur arcus M A L, K B N. Centris etiam H & I, intervallis H L, vel H K, item I M, vel I N, ducantur arcus L K, & M N; & deſcripta erit figura ovalis, ita Bettinus tom. 1. Apiario 3. Progymn. 10. Propoſit. 13. apud quem vide demonſtrationem.

Notandum tamen ex eodem, futuram figuræ varietatem pro libitu, prout puncta F & G accipientur magis vel minùs diſtantia tum ab A & B, tum ab H & I.

Ovalis itaque figuræ, & ellipſis aream ſic invenies. Quære inter majorem & minorem diametrum A B & C D mediam proportionalem, *per* 13. *Sexti*, & ad mediæ proportionalis medietatem deſcribe circulum, ejuſque aream indaga, per dicta Problemate 7; & habebis aream figuræ ovalis, atque ellipticæ, eò quòd prædictus circulus ſit æqualis prædictæ figuræ ovali; quod ſic demonſtrat Clavius lib. 4. Geomet. pract, cap. 8. num. 5.

DEMON-

DEMONSTRATIO.

Q*Voniam enim eſt*, per Coroll. 20 Sexti, *ut A B, ad C D, ita quadratum ex A B, ad quadratum ex media proportionali inventa; ut autem quadratum ex A B, ad quadratum ex media proportionali, ita eſt circulus diametri A B, ad circulum diametri mediæ proportionalis*, per ſecundam Duodecimi; *Erit quoque ut A B, ad C D, ita circulus diametri A B, ad circulum diametri mediæ proportionalis. Eſt autem*, per propoſit. 5. Archim. de Conoidibus & Sphæroidibus, *ut major diameter A B ad minorem C D, ita circulus diametri A B, ad ellipſin A C B D; Ergo circulus diametri A B habet eandem proportionem ad circulum diametri mediæ proportionalis, & ad ellipſim A C B D*, per 11. Quinti: *ideoque*, per 9. Quinti, *area circuli diametri mediæ proportionalis erit æqualis areæ ellipſis A C B D; quod erat demonſtrandum.*

PROBLEMA XX.

Sphærarum ſuperficies convexas metiri.

DEmonſtrat Archimedes lib. 1. de Sphæra & cylindro Propoſ. 31, Spæræ ſuperficiem convexam eſſe quadruplam areæ circuli maximi ejuſdem Sphæræ. Si igitur Sphæræ propoſitæ circulum maximum invenias, ejuſque aream inquiras, per dicta Problemate 7, & per 4 multiplices; habebis ſuperficiem convexam Sphæræ.

ANNOTATIO I.

Q*Va verò ratione inveniatur Sphæræ circulus maximus, docet Theodoſ. lib. 1. Propoſit. 20. & P. Vincent. Leotaudus Soc. IESV in Elementis Geom. pract. pag.* 465.

Eadem ſuperficies Sphæræ procreabitur, ſi diameter Sphæræ in circumferentiam circuli maximi ducatur; propterea quòd rectangulum ſub diametro & circumferentia maximi circuli comprehenſum, eſt æquale ſuperficiei convexæ Sphæræ, ut colligitur ex dictis Problemate 7, & probat Clavius lib. 5. Geom. pract. cap. 5. Propoſ. 2.

ANNOTATIO II.

I*Taque ſi ſtatuas cum Recentioribus Mathematicis, præcipuè Germanis, diametrum Terraquæ, milliarium Italicorum* 6873 *ferè, circumferen-*

tiam verò circuli maximi ejuſdem milliarium 21600; invenies convexam ſuperficiem totius Terraquæ milliarium quadratorum, 148456800.

ANNOTATIO III.

Est etiam ſphæræ ſuperficies æqualis circulo, habenti ſemidiametrum æqualem diametro ſphæræ. Ita Archimedes in Coroll. Propoſ. cit. & refert. P. Ioannes Bapt. Ricciolus tom. 1. Almag. lib. 1. cap. 6. Proprietate 9. ſphær.

PROBLEMA XXI.

Hemiſphæriorum convexas ſuperficies reperire.

AReа circuli maximi multiplicetur per 2, vel circumferentia circuli maximi multiplicetur in ſemidiametrum; & habebitur intentum. Utrumque colligitur ex dictis Problemate præcedente. Eadem area invenitur ex tota diametro in ſemiſſem circumferentiæ maximi circuli.

ANNOTATIO.

Notandum tamen, in prædicto caſu inveniri ſolam convexam ſuperficiem, excludendo baſim hemiſphærii; quæ eſt circulus.

PROBLEMA XXII.

Portionum ſphæricarum hemiſphærio majorum aut minorum convexas ſuperficies reperire.

AReа ſuperficiei convexæ cujuslibet portionis ſphæræ hemiſpherio minoris vel majoris, dempta baſe, æqualis eſt areæ circuli, cujus ſemidiameter æqualis eſt rectæ lineæ, quæ à vertice portionis ad circumferentiam baſis ejuſdem portionis ducitur. Quæratur igitur prædicta linea modo paulò pòſt dicendo, & ad ipſius intervallum deſcribatur, ſeu deſcriptus cogitetur circulus, ejuſque area reperiatur per dicta Problemate 7; & habebitur intentum. Demonſtrat hoc Archimedes lib. 1. de Sphæra & Cylindro Propoſit. 40. Vide Clavium lib. 5. Geom. pract. cap. 6.

Fig. LXV. Iconiſ. IX. Exemplum. Sit alicujus Sphæræ portio minor BADE, major verò BCDE, ſitque vertex minoris portionis A, majoris C.

Du-

Ducantur rectæ A B, & B C; eritque circulus ſemidiametri B A æqualis ſuperficiei convexæ portionis B A D E, & circulus ſemidiametri B C æqualis ſuperficiei convexæ portionis B C D E.

ANNOTATIO.

Rectæ A B, B C reperiuntur, extendendo circinum à vertice ad circumferentiam baſis.

PROBLEMA XXIII.

Superficiem convexam cylindri, & coni, recti reperire.

Superficies cylindri recti convexa, demptis baſibus, æqualis eſt circulo, cujus ſemidiameter eſt linea media proportionalis inter latus cylindri, & diametrum baſis cylindri ejuſdem. Clavius lib. 5. Geom. pract. cap. ult. ex Archim. lib. 1. de ſphæra & cylin. prop. 13.

Coni recti ſuperficies convexa, ſecluſa baſe, æqualis eſt circulo, cujus ſemidiameter eſt linea media proportionalis inter latus coni, & ſemidiametrum baſis ejuſdem coni. Idem ibidem ex eodem prop. 14.

APPENDIX.

Pro dimenſionibus agrorum, aliarumque planitierum in collibus & montibus poſitarum.

Certum eſt, quòd ſuperficies curva agrorum, ſylvarum, hortorum &c. in collibus & montibus poſitorum, ſit major, quàm baſis ipſius collis ſeu montis; ſicuti majores ſunt duæ lineæ A B, A C, latera montis A B C ambientes, quàm ſola linea A C per baſim montis extenſa, ut ex 20. Primi Euclid. conſtat. Nihilominùs, quia in agrorum venditionibus, emptionibus, permutationibus (& conſequenter in eorundem dimenſionibus, quæ non niſi propter prædictos fines inſtituuntur) non eſt ſpectanda ſola ſoli quãtitas, ſed utilitas in ordine ad frugum, arborumque proventum, vel domorum ædificationem; non eſt attendendum ad capacitatem ſeu aream curvæ ſive convexæ ſuperficiei hujuſmodi planitierum, ſed ſolùm ad capacitatem ſeu aream baſis, cui mons aut collis inſiſtit, Fig. LXVI. Iconiſ. IX.

Ratio hujus rei eſt, quia licet dorſi montani curvitas, ſeu convexa ejuſdem ſuperficies, ſit longè major in menſuris, tam ſimplicibus, quàm quadratis, quàm ſuperficies baſis horizonti parallela, ut dicebam, & quilibet ſponte concedit; tamen in convexa ſuperficie non poſſunt ſeminari plures fruges, plantari plures arbores, ædificari plures domus, &c. quàm in horizontali ſuperficie monti ſubjecta, etiamſi mons ad nubes uſque extenderetur. Et ratio hujus rei eſt, quia omnes fruges, omneſque arbores, quæ in montibus creſcunt, & omnes domus, quæ in iiſdem ædificantur, inſiſtunt ita montis convexę ſuperficiei ut perpendiculariter tendant ad baſim ſubjectam, ac proinde ſi ad baſim uſque protenderentur, omnes caderent intra baſim, & nulla extra, ut patet ex appoſita figura triangulari, in qua omnes lineæ rectæ lateribus A B, & B C inſiſtentes, caduntintra baſim A C. Eadem autem eſt ratio de figura ſemiſphærica, & alterius protuberantis ſuperficiei.

Nec dicas, ſpatium B O in dorſo montis (& eadem eſt ratio de reliquis omnibus ſpatiis) eſſe majus, quàm ſpatium D O, in ſubjecta baſi montis, ut patet, ſi ducatur recta O E, parallela & æqualis rectæ O D; eſt enim recta B O major, quàm recta E O, *per 19, & 47 Primi.* Nè inquam hoc dicas, quia eadem omninò arbor v. g. B O D O, quæ ſtipite ſuo rotundo occupat ſolum ſpatium D O minus; occupat etiam totum ſpatium B O majus. Et eadem eſt ratio de cœteris. Licet ergo majus ſit ſpatium B C, quam ſpatiū D C; tamen non poſſunt ſtare erectæ perpendiculariter plures arbores, domus, fruges &c. in dorſo B C, quàm in baſi D C. vide Villalpandum tom. 3. in Ezechiel. Propoſit. 21. Par. 2. & Bettinū Apiar. 2. Progymnaſ. 2. Propoſit. 5. coroll. 1. & 2. unà cum ſcholio.

Qua porrò ratione inveniatur baſis monti ſuppoſita, colligitur ex dictis cap. 2. Problemate 2. coroll. 2.

LIBER

LIBER IV.

ICHNOGRAPHICUS,

ſive

De Plantarum delineationibus, & locorum planorum deſcriptionibus.

QVoniam Inſtrumento noſtro magnetico Plantarum, ut vocant, delineatio, locorumque quorumcunque planorum deſcriptio fit & facillimè, & acuratiſſimè; de ea hoc loco paulò fuſiùs & accuratiùs integro Libro agendum erit: propter hunc enim uſum Kircherus Inſtrumentum ſuum Pantometrum appellavit Ichnographicum, ab ἴχνος, *quod veſtigium ſeu plantam ſignificat, &* γραφικός. *Trademus igitur primò modum delineandi in charta plantam ſeu ſitum hortorum, camporum, urbium, domuum, locorum ſubterraneorum, Regionum, ſylvarum, lacuum, ſimiliumque locorum: ſecundò modum hæc eadem, & præcipuè fortalitia ſeu muni-*

tiones in charta deſcriptas, delineandi in campo, cum omnibus ſuis proportionibus, lateribus, angulis, & ſimilibus.

PROBLEMA I.

Situm alicujus horti, campi, atrii &c. delineare in charta.

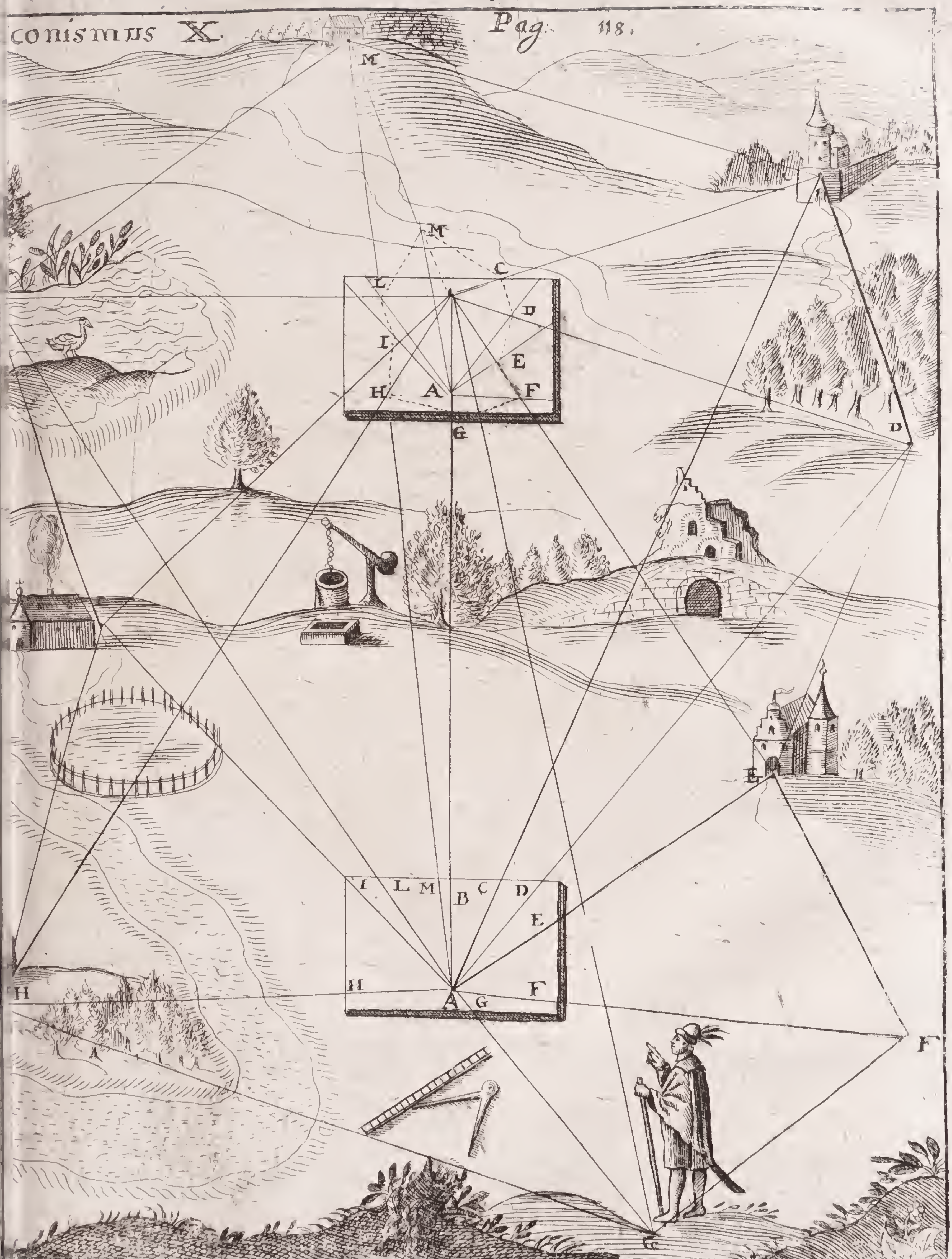
Fig. Iconiſ. X. SIt delineandus hortus C D E F G H I L M. Pone in omnibus ejus angulis, nempe in C, D, E, F, G, H, I, L, M, palos ad horizontem rectos, aliavè ſigna; & elige in ipſo horto duo loca, v. g. A & B, ex quibus pali poſiti videri poſſint; ſintque loca A & B diſtantia inter ſe, v. g. 100 palmis. Colloca primò Inſtrumentum ſupra pedem ſuum accommodatum in loco A; & directâ Regulâ dioptricâ verſus B, pone Curſorem ſupra punctum A chartæ Inſtrumenti, & duc lineam A B in charta. Deinde per ejuſdem Regulæ dioptras obſerva omnes palos poſitos, & juxta Curſorem duc lineas A C, A D, A E, A F, A G, A H, A I, A L, A M.

His factis, perge ad locum B, & in linea A B Inſtrumenti, ex A verſus B numera 100 particulas uſque ad B; & ope Magnetis poſito Inſtrumento ut antea, ita tamen, ut punctum B Inſtrumenti reſpondeat loco B, dirige Regulam rurſus ad omnes palos; & poſito Curſore ſemper ſupra punctum B, duc lineas B C, B D, B E, B F, B G, B H, B I, B L, B M; quæ lineæ ubi ſecuerint lineas ex puncto A ductas, ibi erunt anguli reſpondentes angulis horti.

Si jam interſectiones illas in charta Inſtrumenti factas conjunxeris lineis C D, D E, E F, F G, G H, H I, I L, L M, M C; erit hortus in charta Inſtrumenti deſcriptus ſecundùm omnem ſuum ſitum. Si præterea videas quot particulæ æquales particulis lineæ A B, contineantur in ſingulis lineis figuræ in charta Inſtrumenti deſcriptæ; habebis totum ambitum horti, & omnes ipſius diſtantias in palmis.

DEMONSTRATIO.

DVo triangula A B L, ſunt æquiangula: nam angulus ad B eſt communis utrique; angulus ad A eſt idem in utroque; reliqui ad L ſunt æqua-



æquales; Ergo ut A B parvi, ad A B magni, ita B L parvi ad B L magni; ac proinde, ut A B parvi continet tot particulas, quot A B magni palmos; ita B L parvi continebit tot particulas, quod B L magni.

Iterum, duo triangula A B M, ſunt æquiangula; nam angulus B eſt communis utrique; angulus ad A eſt idem in utroque; reliqui ad M ſunt æquales; Ergo ut A B parvi ad A B magni, ita B M parvi ad B M magni; ac proinde ut A B &c. ita B M &c.

Iterum duo triangula B L M, ſunt æquiangula: nam duo latera B L, B M, ſunt ſecta proportionaliter, ut ex hactenus demonſtratis patet; ac proinde anguli ad L & M parvi, ſunt æquales angulis ad L & M magni; angulus verò ad B eſt communis utrique; Ergo ut B L parvi ad B L magni, ita L M parvi, ad L M magni: cùm ergo B L parvi contineat tot particulas, quot palmos B L magni; etiam L M parvi continebit tot particulas, quot L M magni palmos.

Simili prorſus modo demonſtratur, reliqua latera figuræ in charta deſcriptæ continere tot particulas, quot palmos continent latera homologa horti, ſingula ſingulis; & è contrario.

ANNOTATIONES.

I.

SI charta Inſtrumenti orbi incluſa eſſet nimis parva, & non poſſet commodè recipere omnes lineas, omneſvè linearum interſectiones; poſſet imponi Inſtrumento aſſer longior, & procedi eodem modo.

II. *Poſſunt etiam duo loca aſſumi ubicunque in horto, aut in ejus quibuſcunque duobus angulis, aut etiam extra hortum. Sed commodius videtur, aſſumere illa intra hortum, quia lineæ minùs intricantur. Hoc etiam modo fieri poteſt ichnographia alicujus vivarii, ſi in duobus ejus locis extremis eligantur duæ ſtationes.*

PROBLEMA II.

Ichnographiam Vrbium Inſtrumento Pantometro perficere.

ICHnographia Urbis, ſicuti & cujuſcunque ædificii, alteriuſvè corporis in plano horizontali ſiti, eſt deſcriptio ſeu delineatio veſtigii ſive plantæ urbis, ædificii &c. quod ſcilicet veſtigium ſeu plantam impreſſam relinqueret in plano, ſi inde amoveretur.

De-

Deſcripturus igitur urbis alicujus plantam, ſeu perfecturus ichnographiam ipſius, ſic operare.

Elige in ipſa urbe, aut in ejus extremis finibus, duo loca eminentiora, ex quibus totum urbis ſitum, & omnia ejus loca ac angulos conſpicere poſſis; Inquire horum duorum locorum diſtantiam inter ſe quàm exactiſſimè; & ex utroque operare modo dicto in præcedenti Problemate, & habebis intentum. Ratio eſt eadem quæ ſuprà. Inſpice figuram præcedentem, eamque puta eſſe urbem. Vide etiam ſequentem figuram.

ANNOTATIONES.

I.

SI ex ſolis duobus locis urbis non poſſunt conſpici omnia ejus loca, deſcribe ex duobus primò electis ea quæ potes; deinde elige alia duo, & deſcribe ex illis, id quod potes; poſtea alia, donec totam perfeceris Ichnographiam.

II. *Hoc noſtrum Inſtrumentum habet hoc commodi, ut loca etiam vicina ſtationibus, & quantumvis depreſſa, poſſint per dioptras Regulæ obſervari; quod in aliis Inſtrumentis non fit.*

III. *Poſſunt etiam in urbium deſcriptione aſſumi duo loca extra urbem ſita, ut in præcedenti Problemate diximus.*

IV. *Si urbs multos habet angulos, aut multorum locorum in ipſa ſit obſervandus ſitus; adſcribe lineis ex primo loco obſervationis ductis nomina angulorum & locorum, ad quæ tendunt, nè interſe confundantur.*

V. *Modus hoc Problemate propoſitus exhibet potiùs urbis ſcenographiam, ſeu, ut vocant, perſpectivam, quàm Ichnographiam. Hanc autem accuratiſſimè dabit modus ſequens.*

PROBLEMA III.

Aliter ichnographicè delineare urbes Inſtrumento Pantometro.

F. LXVIII. Iconiſ. IX. SIt præſens urbs, cum omnibus & ſingulis ſuis plateis, viculis, portis, propugnaculis delineanda ichnographicè. Colloca Inſtrumentum magneticè, hoc eſt, ita ut acus magnetica incumbat lineæ meridianæ, ad portam A, & per dioptras Regulæ reſpice totam plateam A H F K, item plateam A N, & plateam A Q; & jux-

& juxta Curſoris, ſupra A punctum ſemper jacentis, latus duc rectas lineas in charta AHFK, AN, & AQ. Deinde certa aliqua menſura, ut palmis, pedibus, paſſibus, metire accuratè diſtantias AH, AN, AQ; & in lineas his plateis correſpondentes transfer, ab A incipiendo, tot particulas Curſoris, quot palmos inveniſti inter AH, AN, AQ. His factis, transfer Inſtrumentum in H, eoque magneticè, ut antea, ſituato, dirige Regulam verſus P, & verſus R, & juxta latus curſoris duc rectas HP, HR; & metire diſtantias HP, HR, atque in lineas HP, HR in charta ductas transfer, à puncto H incipiendo, tot particulas, quot palmos inveniſti inter HP, & HR; & deinde puncta PN, & RQ, notata in charta, conjunge rectis lineis PN, & RQ. His etiam factis, transfer Inſtrumentum in F, deinde in K, deinde in alia loca, & operare ut dictum; & operatione peracta habebis ichnographiam totius urbis, id eſt, figuram in charta, ſimilem figuræ in planitie.

DEMONSTRATIO.

Anguli omnes in figura deſcripti, ſunt æquales omnibus angulis figuræ prototypæ, ex operatione facta: latera etiam ſingula hujus figuræ ſunt proportionalia lateribus illius, ſimiliter ex conſtructione; Ergo tota hæc figura toti illi ſimilis eſt, quia per primam Defin. Sexti, *ſimiles figuræ rectilineæ ſunt, quæ & angulos ſingulos ſingulis æquales habent, atque etiam latera, quæ circum æquales angulos, proportionalia.*

PROBLEMA IV.

Chorographicas deſcriptiones perficere noſtro Inſtrumento.

Topographia eſt deſcriptio locorum particularium, cujuſmodi ſunt ſylvæ, campi, horti, urbes, caſtella &c. Chorographia eſt deſcriptio Regionum, cujuſmodi ſunt Provinciæ particulares, & Regna integra, atque Imperia. De priori in præcedentibus Problematis egimus, de poſteriori hîc agemus; tametſi hic modus à modo Problemate tertio tradito non differat.

Sit igitur Regionis alicujus ſitus, qualis in appoſito ſchemate apparet, delineandus ita, ut omnia loca ſuum debitum ſitum, & Fig. LXIX. Icon. IX.

proportionatam diſtantiam habeant. Selige tibi duas ſtationes, S & T, ex quibus totius Regionis circuitus conſpici poſſit, ſintque ſtationes S & T duo montes, aut turres, aut ſimilia loca editiora. Deinde Inſtrumento magneticè ſituato in S, gyrataque dioptrali Regula verſus T alteram ſtationem, duc in charta juxta curſoris ſitum, lineam S T. His peractis, gyra regulam ad ſingula loca A, B, C, V; & poſito curſore ſuper eodem ſemper puncto S, trahe juxta ipſius ſitum ex puncto S lineas infinitas, S A, S B, S C, S V, adſcriptis nominibus ſingulorum locorum, nè inter ſe confundantur. His etiam peractis, metire ſpatium inter duas ſtationes S & T, transferque Inſtrumentum ad alteram ſtationem T, & juxta prioris ſtationis ſitum magneticè iterum conſtitue, hoc eſt, ita ut linea S T directè tendat in S. Deinde in linea S T, ab S verſus T, determina tot particulas, quot pedes aut paſſus inveniſti inter dictas ſtationes, finemque particularum nota ſigno T. Poſthæc gyra Regulam dioptralem per ſingula memorata loca, A, B, C, V; & poſito curſore ſupra punctum T, duc juxta ipſius ſitum ex puncto T lineas T A, T B, T C, T V; & nota ubi hæ lineæ concurrant cum lineis ex S eductis: concurſus enim ſingularum duarum linearum in eundem locum tendentium dabunt veram & genuinam loci cujuſque poſitionem; particulæ verò earundem linearum dabunt diſtantiam locorum ab invicem, & à locis ſtationum.

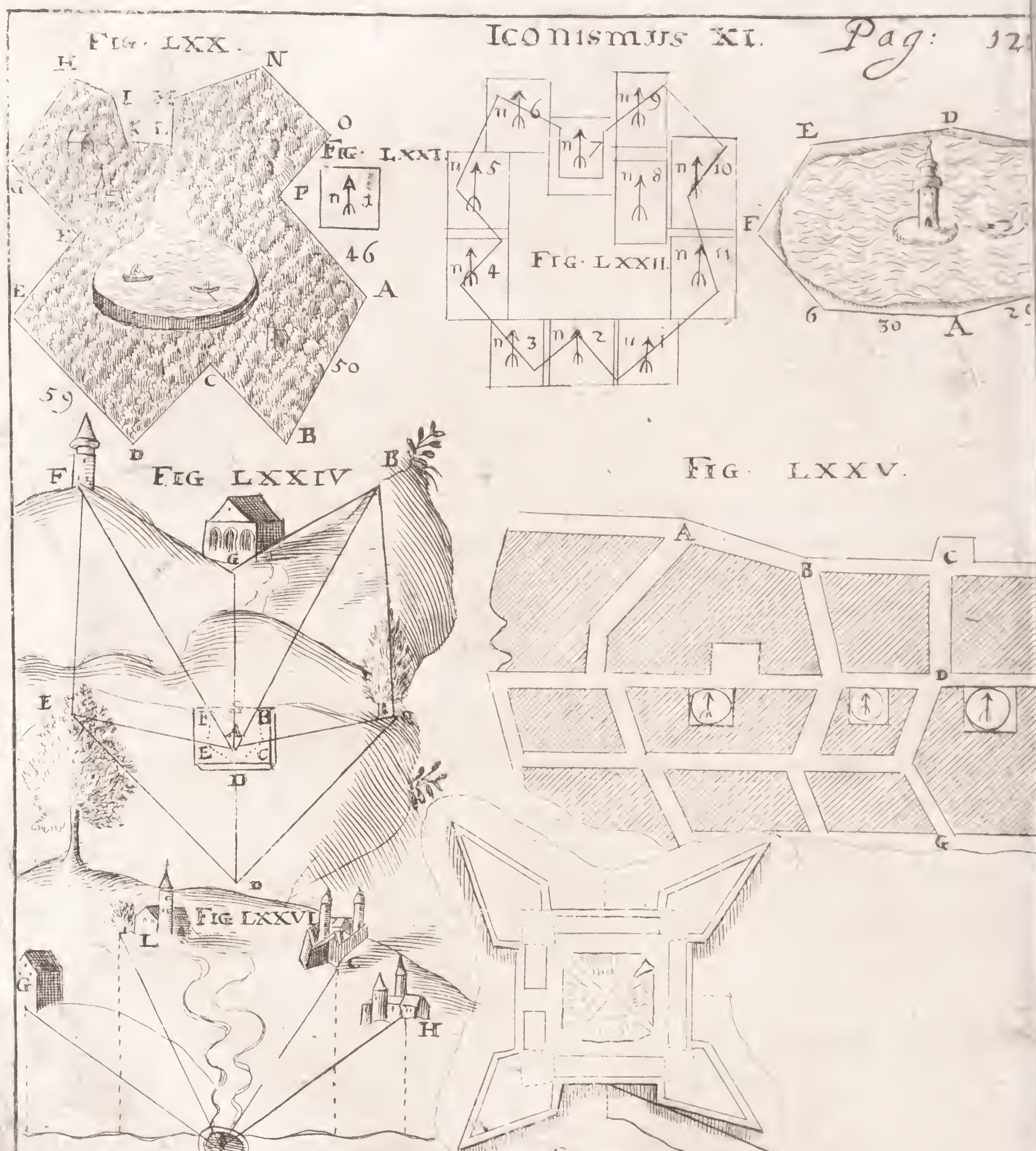
DEMONSTRATIO.

Demonſtratio hîc eadem eſt cum illa, quam ſuprà Problemate primo hujus Libri confecimus.

ANNOTATIO.

Si ex duabus ſtationibus primò electis non poſſunt conſpici omnes Regionis urbes, & loca cætera, obſerva primò ex duobus locis quotquot potes loca; deinde ex aliis duobus locis jam notatis obſerva alia loca circumjacentia; ſimiliterque ex aliis duobus, donec deſcripta ſit tota Regio. Sed in hoc caſu vel aſſumenda eſt major charta, vel paulatim adjungenda eſt alia charta. Huic tamen incommodo occurritur ſequenti modo.

PRO-


ICONISMUS XI.
Pag: 12
FIG. LXX.
FIG. LXXI.
FIG. LXXII.
FIG. LXXIV
FIG. LXXV.
FIG. LXXVI
FIG. LXXVII

PROBLEMA V.

Aliter, & novo modo, tam Topographicas, quàm Chorographicas deſcriptiones perficere.

MOdi hactenus enumerati topographicas & chorographicas deſcriptiones perficiendi, ſunt communes quorundam aliis aliorum Inſtrumentis; ſequens modus eſt omninò novus, & noſtro Inſtrumento peculiaris, excogitatus ab Athanaſio Kirchero, & in praxin ſæpe ſæpius reductus, tum hìc in Italia, tum maximè in Germania, quando anno integro in vaſtiſſima quadam Provincia ichnographicè deſcribenda juſſu Eminentiſſimi Archiepiſcopi Moguntini S. R. I. Electoris, Joannis Suicardi, verſatus fuit. Fig. LXX. Iconiſ. XI.

Sit igitur ſylva, aut Regio quæpiam, qualem ſequens ſchema repræſentat, cujuſque ſingulos limites appoſitæ litteræ indicant, delineanda. In promptu habeas ante omnia multas chartas quadratas in ſeparata quadam capſula, ut uni lineis refertæ aliam ſubſtitutam cavitati quadratæ circuli O P Q R Inſtrumenti inſeras. Sint autem hujuſmodi chartæ ita ſectæ, ut quadratum concavum exactè ac præcisè expleant. Deinde has omnes quadratas chartulas ſignabis in aliquo latere, hoc ſigno, ✝, quod quatuor plagarum Mundi ſitum oſtendit, cui adjunges numerum folii hoc modo, n. 1. 2. 3. 4. & ſic in omnibus aliis foliis, prout figura appoſita monſtrat. Has chartas Inſtrumenti concavo quadrato ita inſeres, ut latus, cui acus magnetica inſcripta eſt, ſemper in ſeptentrionalem plagam, quam Magnetica acus limbo Orbis incluſa oſtendit, vergat. His igitur ita ritè conſtitutis, ſic operationem aggredere. Fig. LXXI. Iconiſ. XI.

Primò. Applica Inſtrumentum ad A, v. g. primum ſylvæ limitem, aut angulum; orbeque cum charta quadrata, num. 1. ſignata, magneticè ad Boream verſo, reſpice per dioptralem Regulam ex A in limites ſeu angulos P, & B; atque ſecundùm longitudines laterum A B, & A P, in charta quadrata juxta Curſoris ſitum trahe lineas A B, & A P. Utramque deinde diſtantiam, A B, & A P, metire certa aliqua menſura, nempe chorda aliqua, aut catenula, in 100, aut plures pedes, aut paſſus diviſa; ſitque diſtantia A B 50, A P, 46 pedes aut paſſus longa. In lineam igitur A B

Inſtrumenti transfer 50 particulas, ex A uſq; in B; in lineam verò A P transfer particulas 46; & habebis primam operationem factã.

Secundò. Inſtrumentum ſupra pedem ſuum firmatum, translatumque in limitem B, juxta prioris ſtationis poſitionem magneticè ſitua, ita ut Curſor ſupra lineam A B chartæ poſitus, tendat directè in A. Quo facto, gyratam Regulam dirige in C, & poſito Curſore ſupra punctum B, duc lineam B C, menſuratoque ſpatio B C, transfer in lineam B C, à B uſque ad C, tot particulas, quot in ſpatio B C pedes inveniſti. Simili modo operaberis in C, ut habeas lineam C D. Quòd ſi punctum C & D, atque utriuſque lineæ B C, & C D, quantitatem ſine acceſſu ad C habere velis; dirige dioptricam Regulam ex B in limitem D, & juxta Curſoris in puncto B poſiti latus duc lineam occultam B D, & ſpatium B D certa menſura notum, v. g. 60 pedum, ex ſcala Curſoris transfer ex puncto B lineæ in charta quadrata ductæ in lineam B D: deinde ex eodem B directa dioptrica Regula in C, & poſito Curſore ſupra eodem puncto B, duc lineam indeterminatam B C: demum translato firmatoque Inſtrumento in D, ſituatoque ut priùs magneticè, per dioptras reſpice in C limitem; & poſito ſupra D punctum Curſore duc lineam D C in charta, quæ linea ubi priorem lineam B C ſecuerit, ibi limitis ſecundi locus eſſe judicabitur.

Tertiò. Ex D gyrato dioptro reſpice in E, ductâ lineâ D E juxta Curſoris in D puncto poſiti latus; menſuratumque ſpatium D E, v. g. 59 pedum, è ſcala Curſoris in lineam chartæ juxta Curſoris ſitum tractam transfer à D uſque in E; eritque terminus E hujus lineæ, limes E.

Quartò. Translato, atque magneticè ſituato Inſtrumento in E, dirige iterum dioptra ex E in F, & operare ut paulò antè. Idem etiam facies in F, ad inveniendum ſpatium F G. Si duas lineas, F G, & G H, per compendium explorare velis; operare ut in limitibus C, D, ex B inveniendis operatus es, provenientque cum lateribus F G, & G H, limitum quoque G & H loca. Quòd ſi è duabus ſtationibus E & F, aut F & G, limites H, I, K, & alia quæcunque loca, conſpici poſſint; operare eâdem prorſus ratione ex duabus illis ſtationibus, qua in præcedenti Problemate in ſitu locorum Regionis explorando operati ſumus, ducendo videlicet

lineas

lineas ex utroque ſtationis puncto ad ſingula loca limitum viſorum; concurſus enim linearum ad ſingulos limites ductarum exhibebit ſitum limitum genuinum. Eodem compendio ex K & L limitibus notis reliquos L & M quoque invenies; ex L & M verò reliquos N & O; & ſic de cæteris; donec totum ambitum ſylvæ compleveris. Si verò ex uno loco non niſi unus limes apparet, ſinguli ſeorſim ſunt explorandi.

Ambitu hac induſtria integrè completo, videbis in chartulis quadratis ſimul junctis totius ſylvæ ſitum, cum angulis, limitibus, cæteriſque anfractibus, ea prorſus ratione, qua hìc exhibemus. F. LXXII. Iconiſ. XI.

ANNOTATIO.

Notandum eſt circa præſentem figuram, undecim chartulis quadratis totam Ichnographiam in hoc Problemate peractam contineri. Et in prima quidem chartula notata ſic, n ‡ 1, non continetur linea totius diſtantiæ A B 50 pedum, ſeu particularum, ſed ſolùm linea pedum 44; reliquum verò ad 50, videlicet ſex pedes, in ſecundũ folium eſt traductum, continuata priori linea juxta Curſoris invariati & immobilis latus. In ſecunda chartula cõtinetur linea totius diſtãtiæ B C, & pars lineæ C D; cujus altera pars traducta eſt in tertiam chartulam. Eadem ratione proceſſum eſt in reliquis chartulis. Quotieſcunque igitur integra aliqua linea foliũ quodpiam non ingreditur, tunc circino intercipe partem illam lineæ, quæ folio inſcripta eſt, nempe in præſenti primo folio partem 44 particularum, eamque in ſcalam Curſoris transfer, ut ſcias quod partium ſit; reliquas verò particulas ad totam lineam deſideratam complendam requiſitas, v. g. in caſu poſito particulas requiſitas ad complendam totam lineam 50 particularum, intercipe circino ex ſchala Curſoris, & exempto priori folio, continua in ſequenti folio lineam inchoatam, immoto manente Curſore, & in ipſam transfer prædictas ſex particulas, notato puncto, in quo finiuntur; à quo deinde puncto incipies ſequentem lineam ducere juxta præcepta tradita. Completâ verò totâ ichnographiâ, ex pone omnes chartulas, ſuis lineis & numeris inſcriptas, in menſa aliqua, juxta numerorum ordinem, ita ut folium numero 1 ſignatum, primum locum obtineat; cui folium num. 2 ſignatum ita adnecte, ut duæ partes lineæ A B in unam rectam coincidant; folium autem tertium ſecundo folio ita adaptetur, ut partes lineæ C D ſimiliter unam rectam lineam faciant. Simili ratione

alia folia foliis ſecundùm numerorum ordinem, & lineas lineis adnecte, donec totum ambitum compleveris; hoc ſemper obſervando, ut foliorum latus ſignatam acu magnetica ‡, in omnibus eandem plagam reſpiciat, prout in præcedenti figura apparet. Figuram ſic diſpoſitam delineabis aciculâ in ſuppoſita alia charta aut mappa, ſecundùm omnes anfractus & angulos; vel certè in majorem aut minorem formam reduces, modo poſtea dicendo.

DEMONSTRATIO.

DEmonſtratio hujus Problematis, qua parte ex ſingulis ſtationibus ſingula inquirit latera & angulos, eadem eſt cum proximè præcedenti; qua parte verò ex duabus ſtationibus plures indagat diſtantias & angulos, convenit cum demonſtratione Problematis Primi.

PROBLEMA VI.

Sylvam, lacum, aliaque loca plana deſcribere, quando intra ipſa non poſſunt fieri ſtationes.

SIt ſylva, lacus, hortus arboribus conſitus &c. A B C D E. &c. è cujus uno aut duobus limitibus aut non poſſint videri alii limites, aut non poſſint intra ipſum fieri duæ aut una ſtatio. Hujuſmodi locus qua ratione ſit deſcribendus, jam patet ex præcedenti Problemate. Poteſt tamen etiam ſequenti praxi ichnographicè deſcribi.

F. LXXIII. Iconiſ. XI. Pone Inſtrumentum magneticè ſupra pedem ſuum ſituatum in loco A, & per Regulam dioptralem reſpice limitem G, ductâ rectâ A G, indeterminatæ longitudinis juxta ſitum Curſoris. Deinde ex A verſus G procedendo numera palmos lateris A G, qui ſint v. g. 30, & in lineam A G tabulæ transfer totidem particulas, incipiendo à puncto A notato uſque ad punctum G. Poſt hæc pone Inſtrumentum in loco G, ita ut G Inſtrumenti correſpondeat limiti G; & directâ Regulâ in F, poſitoque Curſore ſupra punctum G, reſpice in limitem F, & fac lineam G F; & menſurato etiam latere G F, transfer in lineam G F tot particulas, incipiendo à G uſque ad F, quot palmos inveneris in latere G F. Similes operationes inſtitue in omnibus limitibus, & habebis ſitum cum numero palmorum totius circuitus. Ratio eſt eadem quæ Problematis tertii.

ANNOTATIO.

Simili prorſus ratione delineabis templa, palatia, munitiones ſeu fortalitia, urbes &c. quando intra hujuſmodi loca non poſſunt conſpici omnes anguli & limites. In ædificiis tamen poteſt exteriorum angulorum amplitudo indagari Inſtrumento quodam ex duabus compacto regulis, quarum una ſub alteram ingreſſa movetur circa centrum, ſicut circinus manualis moveri ſolet, & ab Italis appellatur Squadra zoppa.

PROBLEMA VII.

Situm Camporum, ſimiliumque locorum ex unica ſtatione delineare.

Situm loci B C D E F G, ex unica ſtatione A, ſic deſcribes; operoſiùs quidem, quàm prædictis modis, at certiùs. Poſito Inſtrumento in loco A, & electo in charta puncto A, dirige dioptricam Regulam ad ſingulos limites dati loci, ſeu ad palos in extremitatibus defixos, aut ad ipſos angulos; poſitoque ſemper Curſore in puncto A, duc lineas A B, A C, A D, A E, A F, A G. Deinde diſtantias à loco A ad ſingulos angulos inquire in certa aliqua menſura, v. g. in palmis. Tandem in lineas correſpondentes transfer tot particulas, ab A ſemper incipiendo, quot palmos in diſtantiis inveniſti. Si enim extrema ultimarum particularum puncta lineis rectis conjunxeris, habebis ſitum loci quæſitum. Ratio patet ex demonſtratione Problematis tertii.

F. LXXIV. Iconiſ. XI.

PROBLEMA VIII.

Ichnographiam ſubterraneorum locorum perficere.

IN cuniculis ſubterraneis tempore obſidionis dimetiendis ac deſcribendis, in fodinis metallicis & ſalis foſſilis, aliiſque ſimilibus locis ichnographicè depingendis, ut & in cœmeteriis Romanis, egregium omninò uſum habet hoc noſtrum Inſtrumentum. Quod quidem tunc non imponitur ſuſtentaculo aut pedi ſuo, prout in præcedentibus factum eſt, ſed manu geſtatur, & parietibus applicatur, ita ut planum Inſtrumenti ſit parallelum plano horizontis. Præterea in ſubterraneis delineationibus non gyratur

tur quadratum Inſtrumenti, manente immoto orbe medio; nec dioptralis regula adhibetur, prout in præcedentibus ſemper factum fuit; ſed ablatâ Regulâ (quam alhidadam, ſeu lineam fiduciæ paſſim vocant Authores) immotoque quadrato, orbis cum impoſita ſibi quadrata charta ad delineationem perficiendam gyratur, eâ qua ſequitur ratione.

F. LXXV. Iconiſ. XI. Sint ſubterranei cuniculi A, B, C, D, E, F, &c. ichnographicè delineandi. Primò, ſingulorum laterum menſuram in palmis cognitam habeas oportet. Ingreſſus igitur os cuniculi ubi E v.g., muro ſeu parieti E D ita applica Inſtrumentum, ut Curſor & latus lineæ fiduciæ ſeu Regulę ſint ad dictum parietem in ſitu parallelo; ipſum verò planum Inſtrumenti ſit parallelum plano horizontali. Quòd ſi murus aſper & inæqualis eſſet, ſupra amuſſim muro applicatam Inſtrumentum applicandum foret. Applicato hac ratione Inſtrumento, eoque inter te & murum dicto ſitu ſuſtentato manibus, gyra intermedium orbem, eò uſque, donec acus magnetica rectà Boream reſpiciat. Quo facto, juxta Curſoris ſitum fac lineam in charta Inſtrumento ſuperpoſita, lateri E D certa jam menſura explorato proportionalem. Deinde applica Inſtrumētum ſupra murum F interioris cuniculi, eo prorſus quadrati ſitu (qui nunquam mutari debet) quo in prima operatione fuit; & gyra orbem donec acus denuò perfectè Boream ut priùs reſpiciat: quo peracto, lineæ E D annecte lineam E F ductam juxta ſitum Curſoris, parallelam muro E F. Iterum applicato Inſtrumento dicto ſitu parieti F G, & magneticè ſituato orbe, connecte lineæ E F lineam F G, prævia dimenſione notam. Eodem prorſus modo in omnibus cuniculorum lateribus explorandis, deſcribendiſque procede, donec totam ichnographiam perfeceris.

ANNOTATIO.

Prædicta ichnographia pluribus chartulis quadratis perfici debet, eadem prorſus methodo, quam in Problemate quinto docuimus. Ratio hujus praxis eadem eſt, qua ſuperiorum praxium.

PRO-

PROBLEMA IX.

Ope Magnetici noſtri Inſtrumenti cuivis puncto in extima terræ ſuperficie aſſignato, aliud ad perpendiculum ei correſpondens in intimis terræ viſceribus reperire.

DIximus, qua ratione noſtri Inſtrumenti ope cuniculi, aliaque ſubterranea loca ſint ichnographicè delineanda; ſequitur deinceps ut modum doceamus, quo manifeſtè conſtet, ſi ſubterraneos meatus, cuniculos, occulta ambulacra conſtruere volumus, aut ſuffodere, vel pulvere pyrio ſuppoſito deiicere urbis mœnia, turres, propugnacula, aut metallorum venas ſcrutari, aut alia ſimilia perficere; conſtet inquam, ſub quibus terræ locis præcisè conſiſtamus. F. LXXVI. Iconiſ. XI.

Sit ergo, gratiâ exempli, in obſidione alicujus urbis, locus M in caſtris, à quo deducendi ſint cuniculi ad vicina aut remota urbis propugnacula G, L, C, H,. Pone Inſtrumentum in M ſupra ſuſtentaculum horizonti parallelum, & ſtatue ipſum magneticè juxta quatuor mundi cardines. Dirige deinde Regulam dioptralem in omnia loca prædicta, quæ nimirum in ſubterraneis mæandris vis reſpondere ad perpendiculum; & poſito Curſore ſupra idem ſemper punctum M in quadrata chartula electum, duc lineas M G, M L, M C, M H. Demum ſingulorum locorum diſtantiam ab M per lineam rectam metire ſummâ diligentiâ juxta præcepta Libro ſecundo tradita. His ita ritè conſtitutis, fode ad perpendiculum meatum M A in terram deſcendentem, tantæ profunditatis, quantam judicaveris neceſſariam; eumque ingrediens, poné Inſtrumentum, ut priùs feceras, magneticè ſecundùm mundi plagas à verſorio magnetico oſtenſas. Dico, ſi ponas curſorem ſupra lineas antea notatas in charta Inſtrumenti, & ſecundùm ductum ſeu directionem ipſarum fodias ad tantam diſtantiam, quantam ab M ad dicta loca inveniſti in exteriori terræ ſuperficie; te infallibiliter & præcisè ad deſideratum ſub terra locum perventurum, qui loco deſignato in terra ad perpendiculum reſpondeat.

DEMONSTRATIO.

RES eſt tam clara, ut demonſtratione non indigeat. Cùm enim ſubterranei meatus à foſſoribus facti, ſint exterioribus diſtantiarum lineis paralleli, & æquales (ſuppono enim, utrumque planum, cùm exterius, tum interius, eſſe horizonti parallelum; & punctum M correſpondere puncto A ad perpendiculum; & meatus ſubterraneos prope A efficere eoſdem angulos, quos efficiunt lineæ G M, L M, C M, H M, prope M; & utrobique in eaſdem Mundi partes tendere; omnia ex operatione facta) neceſſe eſt, extremitates mæandrorum ſeu cuniculorum ſubjectas eſſe extremitatibus G, L, C, H, ad perpendiculum.

ANNOTATIO.

SI inter fodiendum occurrant petræ, aut rudera, aliavè impedimenta, ac proinde utendum ſit diverticulis; ita procede. Impedimento occurrente deflecte ad latus per lineam, quæ cum via ſubterranea jam facta faciat angulum rectum, procedendo per certum numerum pedum: deinde F. LXXVII Iconiſ. XI *flecte iterum per angulum rectum, procedendo ſimiliter per certum numerum pedum: tandem iterum flecte per angulum rectum, procedendo per tot pedes, per quot in principio deflexiſti; eriſque in linea à principio inchoata, & ſcies quot pedes tibi remaneant fodiendi. Verbi gratia, ſit fodiendum ab A uſque ad G per pedes 200; fodiſti uſque ad B per pedes 80, ubi occurrerit impedimentum: deflecte à B per angulum rectum in C per pedes 20, indeque à C uſque ad D, ad angulum rectum per pedes itidem 20, tandemque à D uſque ad E, ad alium angulum rectum per pedes iterum 20. Hoc facto, eris in linea A G, & remanebunt tibi fodiendi pedes 100.*

PROBLEMA X.

Ichnographiam omnium partium interiorum alicujus domus, aut Eccleſiæ, perficere.

MOdus operandi, atque applicatio Inſtrumenti, prorſus eadem erit, quæ in Problemate octavo. Primò enim, applicabis Inſtrumentum manu apprehenſum inter te & murum eo ſitu, ut Curſor & latus Regulę dioptralis (quam in hac operatione auferes) ſemper ſitum obtineant parallelum, & latus prædictum radat murum. Secundò, orbem magneticè unà cum charta quadra-

drata ſituabis. Tertiò, juxta Curſoris ſitum lineam duces, quæ lineæ ſeu longitudini muri certâ menſurâ exploratæ in ſcala Curſoris reſpondeat. Quartò, aliud latus alterius muri immediatè ſequentis petes, atque Inſtrumentum dicto ſitu ei applicabis, ſituatoque magneticè, ut priùs, orbe, lineam juxta Curſoris ſitum duces, lineæ parietis, cujus menſura conſtet, proportionatam. Cætera pari ratione perficies. Quintò, peractâ ichnographiâ ſingulas chartas eximes, & ſupra tabulam, aut mappam, ſive chartam huic ichnographiæ deputatam diſpones, eo ordine, quo in Problemate quinto fieri debere docuimus; atque juxta ambitus linearum, angulorumque in diſpoſitis chartis notatorum ordinem & ſitum, aciculâ inferiorem ſuppoſitam chartam punctuabis, punctaque lineis rectis terminabis, donec totum opus compleveris. Ratio hujus rei patet ex dictis Problemate tertio.

PROBLEMA XI.

Munitionum ſeu Fortalitiorum ichnographicam delineationem perficere.

MUnitionem ſeu Munimentum voco locum quemvis arte militari munitum, ſeu fortificatum; qui quidem locus recepto nunc vocabulo à fortificando, Fortalitium appellatur. In horum Fortalitiorum ichnographica delineatione præclarū omninò uſum habet hoc noſtrum Magneticum Inſtrumentum; quo & Magni quidam Capitanei hiſce belli temporibus uſi, adeo commodum illud repererunt, ut id ſatis laudare non poſſint, inquit Kircherus Problemate decimo

Ut verò meliùs intelligantur, à Tyronibus etiam, quæ dicturus ſum hoc Problemate; explicabo primò partes præcipuas, angulos, & lineas Munitionum. Secundò ſubijciam tabulam continentem longitudines ſingularum linearum regularium Munimentorum. Tertiò præſcribam modum eadem Munimenta delineandi in charta. Quartò denique docebo, qua ratione noſtri Inſtrumenti ope in campo ichnographicè delineari poſſint prædicta Munimenta. In varios igitur Paragraphos hoc præſens Problema diſpertiar.

§. I.

Explicantur partes, anguli, & lineæ Munitionum.

Fig. Iconiſ. XII. MUnimenta, ſive Fortalitia ſunt vel regularia, vel irregularia. Regularia ſunt, quæ habent angulos & latera ejuſdem ſpeciei æqualia. Irregularia verò, quæ angulos & latera prædicta habent inæqualia. Ut partes præcipuas, angulos, & latera ſive lineas Munimentorum explicem faciliùs, & quaſi ob oculos Tyronum ponum; delineavi ichnographicè appoſitum Munimentum pentagonum regulare, appoſitis litteris; ſic enim meliùs, faciliùs, ac clariùs explicare potero quod propoſui, quàm multis verborum ambagibus.

§. II.

Lineæ, ſive Latera Munitionum, eorumque appellationes.

ONMYX, polygonum quinque laterum & angulorum, æqualium; ſeu Pentagonum regulare.

ON, NM, MY, YX, XO, latera polygoni prædicti interna, ſeu diſtantia figuræ polygoni; Italicè *poligono interiore*; Gallicè *polygone interieur*; *Belgicè diſtanz der Keelpuncten*; Germanicè die Seiten der Feſtung von einem Winckel zum andern. HG, GY, Yß, ßA, AH, latera ejuſdem polygoni externa, ſeu diſtantia propugnaculorum; Italicè *poligono eſteriore*; gallicè *polygone exterieur*; germanicè die weite der Polwercks puncten.

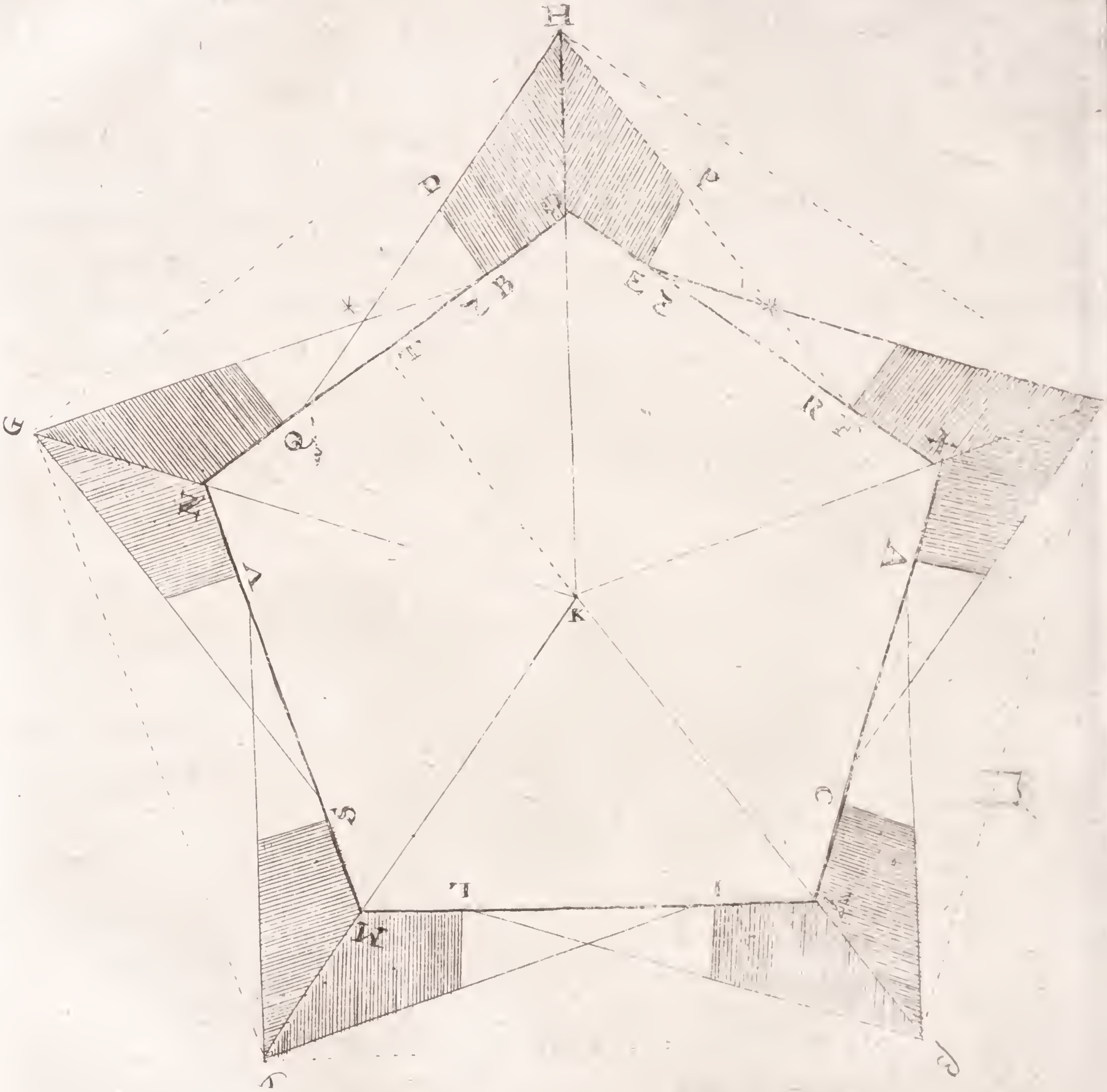
K, Centrum polygoni. KO, KN, KM, KY, KX, ſemidiametri ſeu radii circuli polygonum circumſcribentis, cujuſmodi eſt circulus ONMYX; italicè *centro*; gallicè *centre*; germanicè mittelpunct.

BDHPE, Propugnaculum, italicè *Baloardo*, vel *Baſtione*; gallicè *Boulevard*, vel *Baſtion*; germanicè Bollwerck.

OE, & OB, Linea colli, & linea faucium, vel ſimpliciter collum; italicè *Recinto*; gallicè *Gorge du Baſtion*; germanicè Keel-linie/ Hals.

EP, Ala propugnaculi, ſive humerus propugnaculi, ſeu Ala prima, & primaria; italicè *Fianco primo ò primario*; gallicè, *Eſpaule*,

vel


H
D
P
B
E
T
G
Q
R
N
V
K
S
L
M
C

vel *Flanc*; germanicè Flügel/ Schulder. Alam in tres partes æquales aliqui dividunt, quarum duas exteriores verſus P. tribuunt auriculæ propugnaculi (quam Itali Orechione, Hiſpani Oreion de caſamata appellant) tertiam deſtinant alæ opertæ, vel tranſverſæ, quam Itali moderni Fianco, Hiſpani travès vocant.

E F, Cortina; italicè *Cortina*; gallicè *Courtine*; germanicè Wall. Hæc eſt agger, ſive vallum, vel extenſio muri inter propugnacula.

O H, Linea Capitalis; italicè *Linea Capitale*; gallicè *Ligne Capitale*; germanicè Haubtlinie. Hæc eſt portio ſemidiametri polygoni productæ uſque ad verticem propugnaculi.

H P, & H D, Facies propugnaculi; italicè *faccia del baloardo*; gallicè *face du baſtion*; germanicè Geſicht/ geſichtlinie.

H R, Linea defenſionis, ſeu defenſiva, linea radens, linea ſtringens; italicè *linea radente, ſtringente*; gallicè *ligne de defence flanquante*; germanicè Streichlinie.

F H, Linea figens, ſive linea defenſiva fixa; italicè *ficante*; gallicè *la ligne de defenſe fichente*; germanicè Verlengung der Schulder.

E Z, B Z, Ala Cortinæ, ſeu Ala ſecunda, aut ſecundaria; italicè *fiancho ſecondo, ò fiancho ſecondario*; gallicè *ſecond flanq*; germanicè Streichplatz.

K T, Cathetus, ſive radius polygoni breviſſimus, à centro ad latus polygoni perpendicularis.

§. III.

Anguli Munitionum, eorumque appellationes.

GK H, angulus centri, ſive ad centrum, polygoni; italicè *Angolo del centro*; gallicè *l' angle du centre*; germanicè der Winckel deß *centri* oder Mittelpuncts.

M N O, N O X, angulus polygoni, ſive ad circumferentiam polygoni; italicè *angolo della figura*; gallicè *l' angle du polygone*; germanic Keelpuncts Ecke.

D H P, angulus propugnaculi, quem aliqui vocant angulum defenſum, italicè *angolo difeſo*; gallicè *angle flanquè*; germanicè Bollwercks puncts.

HRO, HQO, angulus defenſionis interior, vel minor; italicè *angolo della difeſa interiore*; gallicè *angle flanquante interieur*; germanicè der innere Streichwinckel.

HRX, HQN, angulus defenſionis exterior, vel major; italicè *angolo della difesa eſteriore*; gallicè *angle flanquante exterieur*; germanicè der euſſere Streichwinckel.

G∗H, angulus defendens. Hunc efficiunt lineæ defenſionis ſibi mutuò occurrentes; italicè *tenaglia*; gallicè *tenaille*; germanicè Winckel der Streicher.

AHO, angulus diminutus; Italicè *Angolo diminuto*; Gallicè *Angle diminuè*;

HPE, angulus alæ & faciei, ſive humeri & faciei; italicè *angolo dell' ala e faccia*; gallicè *angle de l' eſpaule*; germanicè der Streich oder Geſichtwinckel.

EPR, angulus lineæ defenſionis & alæ; italicè *angolo dell' ala & difenſione*; gallicè *angle de la ligne de defence flanquante*; germanicè Winckel der Flügel vnd Streichlinie.

HOR, angulus lineæ capitalis & lateris polygoni. Hic eſt complementum medietatis anguli propugnaculi, ſeu anguli defenſi, ideoque aliis peculiaribus nominibus apud alias Nationes non exprimitur, quod ſciam.

PER, angulus alæ & cortinæ. Hic ſemper eſt rectus, & non habet alia nomina apud alias Nationes, quod ſciam.

§. IV.

Partes reliquæ Munitionis, earumque appellationes.

PRæter lineas, & angulos Munitionum hactenus enumeratos, ſunt aliæ partes. Hæ vel ſunt interiores, ut ſunt fora, plateæ, hoſpitia, granaria &c. vel ſunt immediatæ ipſi Munitioni; vel ſunt exteriores & remotæ à Munitione. De primis nihil attinet hìc dicere. Reliquarum ichnographiam & ſchenographiam alibi dabimus. Nomina ſunt ſequentia apud Latinos, Italos, Gallos, Germanos. Belgica vocabula conveniunt ferè cum germanicis, ideo omittuntur.

Opera

Opera exteriora.

Nomina Latina.	Nomina Italica.	Nomina Gallica.	Nom. Germanica
Vineæ. Promotiones.	Aprocci.	Approches.	Lauffgräben.
Semilunæ, Inſulæ. Moles.	Mezze Lune. Opere al di fuori. Revelini.	Demies Lunes. Ouurages exterieurs.	Halbe Mohn. Revelin. Ledige Werck.
Opera Cornuta.	Opere à corno.	Ouurages à corn.	Hornwerck.
Opera coronaria.	Opere à corona.	Ouurages couronnes.	Kronwerck.
Fortalitia cōmunia.	Fortezze.	Vn fort.	Gemeine Schantzen.
Fortalitia minora	Fortini.	Fortereſſe.	Halbe Schantzen.
Reductus.	Ridotti.	Redoute.	Feldſchantzen.
Tranſverſaria.	Traverſe.	Travers.	Abſchnidt.
Aggeres.	Batterie.	Batteries.	Katzen.
Seps Caſtrorum.	Tringee.	Trenchee.	Wall.
Forceps. Forcipula.	Tenaglia.	Tanaille.	Zangenwerck.
Suggeſtus.	Batterie.	Batteries.	Bettung deß Geſchütz.
Eques.	Cavalliero.	Cavallieur.	Katz.
Caſa armata.	Caſematte.	Caſematte.	Mordgruben. Keller.
Excurſus obſeſſorum.	Contrapprocci.	Cōtreapproches.	Gegenlauffgräbē.

Partes Valli, & Loricæ.

Nomina Latina.	Nomina Italica.	Nomina Gallica.	Nom. Germanica
Baſis Valli.	La baſe del terrapieno.	La baſe du Rampart.	Anleg deß Walls.
Acclivitas exterior.	Scarpa di fuori.	Talud exterieur du rampart.	Euſſerliche Böſchung.
Acclivitas interior.	Scarpa di dentro.	Talud interieur du rampart.	Innerliche Böſchung.
Altitudo Valli.	Altezza del terrapieno.	Hauteur du rampart.	Höhe deß Walls.
Summitas Valli.	La ſommità del terrapieno.	Sommet du rampart.	Oberbreitte deß Walls.

Ambla-

Amblacrum valli ſuperioris,	Strada dell' terra pieno.	Chemin du rampart.	Oberer Wallgang
Lorica.	Parapetto.	Parapet.	Bruſtwehr.
Baſis Loricæ.	La baſe del parapetto.	La baſe du parapet.	Anleg der Bruſtwehr.
Acclivitas exterior.	Scarpa eſteriore.	Talud exterieur du parapet.	Euſſerliche Böſchung.
Acclivitas interior.	Scarpa interiore.	Talud interieur du parapet.	Innerliche Böſchung.
Altitudo exterior	Altezza difuori.	Hauteur exterieur du parapet.	Höhe von auſſen.
Altituto interior.	Altezza di dentro	Hauteur interieur du parapet.	Höhe von innen.
Latitudo ſcamilli.	Larghezza del banchetto.	Largeur du bancquet.	Breitte der banck.
Partes Foſſæ.			
Parma, ſeu margo foſſæ.	Margine della foſſa.	Liſiere, ou Berm.	Abſatz / oder Fuß deß Grabens.
Latitudo.	Larghezza.	Largheur.	Breitte.
Acclivitas.	Scarpa.	Scarpe.	Abböſchung.
Profunditas.	Profundità.	Profundeur.	Tieffe.
Via cooperta.	Strada coperta.	Chemin couvert.	Bedeckter Weg.
Baſis acclivitatis extimæ.	Contra ſcarpa.	Baſe de chemin couvert.	Euſſerſte abböſchung.
Diſtantia baſium.	Larghezza del tutto.	Diſtance de baſe.	Breitte deß gantzen Wercks.

§. V.

Proponitur tabula continens linearum ac laterum longitudines Munitionum Regularium, à Quadrato uſque ad Dodecagonum.

VArii variè procedunt in delineandis Munitionibus: aliqui enim adhibent menſuram angulorum, quorum nomina dedimus §. 3; alii verò menſuram linearum ac laterum, quorum appellationes §. 2 attulimus, adhibent. Hic ſecundus modus eſt longè facilior primo; quare & nos eum uſurpabimus. Maxima porrò controverſia eſt, & magna opinionum varietas, circa longitudinem

mem linearum ſive laterum Munitionum, eorumque ad ſe invicem proportionem. Ego cùm hic non tradam Artem muniendi, ſed ſolùm modum oſtendam munitiones in campis delineandi; nolo examinare quæ quibus ſit anteferenda, ſed ex omnibus unicam proponam tabulam, continentem menſuras linearum ac laterum Munitionum regularium à Quadrato uſque ad Dodecagonum, quibus menſuris olim utebantur Hollandi & Belgæ reliqui, tametſi nunc aliter ſtatuant, ut patet ex tabulis Batavicis recentioribus, aliiſque apud Matthiam Dogen. Suprema columna tranſverſalis ſequentis tabulæ continet Characteriſmos Munitionum à Quadrato uſque ad Dodecagonum tantummodò, quoniam Munitiones pauciorum angulorum quàm quatuor, & plurium quàm duodecim, vix ſunt in uſu.

Tabella continens Munitionum Regularium à Quadrato ad Dodecagonum uſque, linearum ac laterum longitudines.

Latera.	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
Linea Radii circuli	353	459	648	746	846	947	1048	1151	1400
L. Lateris Polygoni	500	540	648	648	648	648	648	648	720
Linea Colli.	100	120	144	144	144	144	144	144	160
L. Alæ propugnac.	80	90	108	108	108	108	108	108	120
Linea Cortinæ.	300	300	360	360	360	360	360	360	400
Linea Alæ Cortinæ	0	23	63	85	99	128	148	163	193
Linea Capitalis.	207	209	234	225	219	224	229	231	259
L. faciei propugn.	256	255	279	260	247	244	242	239	26[illegible]
Linea Defenſionis.	565	546	594	555	529	499	479	463	501
Linea Catheti.	250	372	561	673	783	890	997	1107	1343

§. VI. Do-

§. VI.

Docetur Modus delineandi quamlibet Munitionem regularem in charta.

DEbet Architectus militaris Munitionem in Campo delineandam & fabricandam, priùs in charta delineare, ſeu ejus figuram ichnographicam, quam Plantam vocant Itali, in planum aliquod parvum proiicere, ſervando eandem proportionem laterum, quam in campo habere debet; tum ut aliis eam oſtendere, ſuæque artis rationem reddere; tum etiam ut faciliùs eam poſtea in campo conſtituere poſſit. Docebo ergo modum, eumque facillimum, id præſtandi.

Primò. Divide lineam rectam in 10. æquales partes; & primam partē divide in alias decem, ut ſic tota linea ſit diviſa in 100 æquales partes; tandem quamlibet ex primis decem particulis intellige ſubdiviſam eſſe in alias decem; atque adeo totam lineam eſſe diviſam in 1000 æquales particulas. Hæc linea ita diviſa inſerviet tibi inſtar ſcalæ, quam pitipie Hiſpani, & Itali, cum Gallis appellant: Quælibet enim particula cenſetur æquivalere pedi geometrico.

Secundò. Si vis delineare Munitionem pentagonam (pono in exemplum pentagonam Munitionem, & quæ de ipſa dico, de omnibus aliis intelligi debent) accipe circino ex linea diviſa partes radii ſive ſemidiametri pro pentagona munitione notatas in columna ſecunda perpendiculari tabulæ paulò antè poſitę, nempe partes 459, & hoc intervallo deſcribe circulum occultum. Deinde ex eadem linea accipe partes 540 pro latere pentagoni, notatas in eadem columna, & ad earum intervallum nota in circuli circumferentia quinque puncta, eaque lineis rectis connecte, & deſcriptum erit pentagonum O X Y M N.

Tertiò. Pro lineis colli accipe ex linea diviſa partes 120, eaſque ex punctis O, X, Y, M, N, transfer utrimque in latera pentagoni, notatis punctis E, F, A, C, I, L, S, V, Q, B.

Quartò. Ex punctis prædictis erige perpendiculares ad longitudinem partium 90 ex ſcala acceptarum, & habebis alas, ſive lineas alarum fortalitij.

Quin-

Quintò. Pro alis cortinæ intercipe circino ex ſcala partes 23, eaſque ex punctis alarum transfer in latus pentagoni, nempe ex E in Z, ex F in R, ex B in Z. &c.

Sextò. Pro determinandis lineis capitalibus produc ſemidiametros pentagoni ultra puncta O, X, Y, M, N; & ex linea diviſa accipe circino partes 209, eaſque ex punctis prædictis transfer in ſemidiametros productas, notatis punctis H, G, &c.

Septimò. Ex punctis extremis linearum capitalium H, G, &c. per puncta extrema alarum propugnaculi P, D, &c. uſque ad puncta extrema alarum cortinæ R, Q &c. duc lineas rectas HPR, HDQ &c. eruntque propugnacula deſignata, & prædictæ lineæ HPR, HDQ &c. erunt lineæ defenſionis.

Simili prorſus ratione delineabis alias Munitiones ex columnis tabulæ congruentibus; quod etiam breviùs ſic efficies. Excipe circino ex ſcala præparata magnitudinem ſemidiametri polygoni deſcribendi, deſcriptoque ad ejus intervallum circulo occulto, atque in ſuas partes diviſo, prout polygonum requirit, educ ſemidiametros ultra peripheriam quàm requirit longitudo Capitalium. Ductis deinde lateribus polygoni, determinatiſque lineis colli ſive faucium, erige ad earum extrema perpendiculariter alas primarias juxta longitudinem requiſitam, & à ſummitate ipſarum uſque ad verticem linearum capitalium educ facies propugnaculorum, & habebis partes principales Munitionis deſcriptas.

Alam propugnaculi Belgæ fabricantur modo dicto, nullo humero aut auriculâ verſus exteriorem partem P & D, appoſitâ, quæ alam ab inimicis ictibus defendat, quia ipſi extra munimentum erigunt alia opera, quæ id præſtent. At Itali, & alii communiter apponunt humeros ſive auriculas, quas ſic formant, prout apparet in ſecunda figura; nempe lineam Alæ E P dividunt in tres æquales partes, quarum unam E B tribuunt alæ, reliquas duas B P humero ſive auriculæ. Deinde ex puncto B verſus punctum A oppoſiti propugnaculi ducunt rectam B C, æqualem rectæ E B, & ex C ducunt rectam C D parallelam rectæ E P, quæ occurrat rectæ P D faciei propugnaculi productæ; ſicque formatum habent humerum ſeu auriculam pro defenſione alæ. Simili ratione formant alias auriculas, quas tamen alii verſus C D rotundas formant.

Nota Lector hîc dextre figuram.

Conſiderandum tamen diligenter eſt, utrum ala E B dicto modo formata capax ſit duorum tormentorum bellicorum in Munitionibus minoribus, & trium in majoribus: ſi enim non ſunt capaces alæ ſic efformatæ, non poſſunt formari auriculæ juxta proportionem linearum Paragrapho præcedenti aſſignatam, ſed debet ſervari alia proportio.

§. VII.

Docetur modus deſignandi quamlibet Munitionem in campi planitie, ope noſtri Inſtrumenti.

MUnitionis plantam ſeu ichnographiam, quam in charta delineaſti, impone quadratulo excavato Pantometri; aut certè eandem plantam delinea in charta quadrata ejuſdem Pantometri. Deinde ſingulis lineis plantæ adſcribe numeros particularum ſeu pedum ex tabula ſuprà poſita; v. g. lateribus pentagoni O X, X Y, Y M, M N, N O, pedes 540; lineis colli O E, O B, X F, X A &c. pedes 120; lineis capitalibus O H, N G &c. pedes 209; lineis facierum propugnaculi H P, H D &c. pedes 255, radiis K O &c. pedes 459; & ſic de cæteris.

His factis, impone chartam quadratam Inſtrumenti cavitati, & accede locum ſeu campum, in quo fortalitium pentagonum eſt extruendum; poſitoque Inſtrumento, magneticè ſituato, in centro futuri fortalitii, ita ut punctum K chartæ correſpondeat centro prædicto, promove Curſorem ſupra lineas K H, K A, & reliquos radios è centro ad propugnaculi angulos eductos; & juxta ſitum Curſoris reſpice per dioptra in H, in A &c. verſus illa ſcilicet loca, in quibus vis extruere propugnacula; & per lineas viſu deſignatas diſpone baculos ſeu arundines per totum intervallũ, ut dimenſio fiat exactior. Deinde in linea K H in campo deſignata, à centro K verſus H, numera tot pedes, quot linea K O chartæ continet particulas, nempe 459; & colloca Inſtrumentum, magneticè ut antea ſituatum, in puncto O campi, angulo videlicet pentagoni fortalitii futuri; Curſoremque promove ſupra lineam O X pentagoni in charta deſcripti; & juxta hunc ſitum per dioptra reſpice in X, iterum baculis ſeu arundinibus in eandem lineã per totum intervallum diſpoſitis; totumque ſpatium O X, nem-

pela-

pe latus pentagoni, juxta lineam viſualem metire in pedibus 540, lineæ O X chartæ adſcriptis, in fine ſigno poſito. Hoc peracto, Inſtrumento manente immobili, promove Curſorem parallelũ ſupra latus O N in charta deſcriptum, & per dioptra reſpice per O in N, juxtaque hanc lineam viſualem metire totam lineam O N, pedum 540, in fine relicto ſigno. Hoc etiam peracto, transfer Inſtrumentum ex O in N, eoque magneticè ibi, ut in prima ſtatione O, ſituato, ac poſito Curſore ſupra lineam N M, ex N per dioptra reſpice in M; & menſurato juxta hanc lineam ſpatio N M in pedibus 540, transfer Inſtrumentum ex N in M, ac magneticè eo ſituato, Curſoreque poſito ſupra lineam M Y pentagoni in charta deſcripti, reſpice per dioptra ex M in Y, & juxta hanc lineã viſualem metire ſpatium congruum, ut antea; ex Y tandem duc rectam lineam in X, quæ, niſi erratum fuerit, erit æqualis prioribus quatuor lineis; & habebis latera pentagoni fortalitii delineata.

Propugnacula ita delineabis. Reſeca ex ſingulis lateribus pentagoni à punctis O, X, Y, M, N, utrimque per menſuram aliquam notam ſpatium 120 pedum, habebiſque colla propugnaculi O E, O B, X F, X A &c. Hoc peracto, pone Inſtrumentum in D, eoque magneticè ſituato, promove Curſorem ſupra Capitalem lineam O H in charta deſcriptam, & juxta eum ſitũ per dioptra determinatam lineam O H menſura in pedibus 209, in fine ſigno poſito. Deinde translato Inſtrumento ex O in H, promove Curſorem ſupra facies propugnaculi H P, H D, & juxta hunc ſitum per dioptra determinatas lineas H P, & H D menſura in pedibus 255; habebiſque facies propugnaculi determinatas. Terminos verò harum facierum P & D, & terminos collorum E & B, ſi rectis lineis conjunxeris, habebis alas fortalitii P E, & D B. Non ſecus alias cæterorum propugnaculorum partes in Campo dato Inſtrumenti noſtri ope delineabis.

Poſitâ & delineatâ Ichnographiâ fortalitii, non erit difficile latitudines ſingularum partium determinare, ut ſunt Vallum, Thorax, Scabellum, Lorica &c. ſi earum latitudines tibi comparès ex probatis Auctoribus.

DEMONSTRATIO.

Ratio hujus operationis eadem eſt, quæ in præcedentibus, nam ubique ſervatur æqualitas, imò identitas angulorum, & proportio linearum.

§. VIII.

Alius modus deſignandi Munitiones in Campis ex ichnographica delineatione facta in charta.

QUoniam non omnibus copia eſſe poteſt Pantometri noſtri, vel certè id non ſemper ad manum eſt; placet hìc ſubijcere alium modum deſignandi Munitiones in Campis ex ichnographia in charta aliqua delineata; qui tamen à prædicto modo non eſt multùm diverſus, & ita ſe habet.

Chartam in qua delineata eſt per præcedentes regulas Munitio pentagonalis (idem intellige de omnibus aliis Munitionibus) adglutina ſeu affige tabulæ alicui planæ, & in campo ſeu loco, in quo extruere cogitas fortalitium, elige ſitum propugnaculi v. g. H P E B D futuri; colloca tabulam horizonti parallelam, ſed elevatam ſupra terram mediante ſcamno, aliove ſuppedaneo; & directâ lineâ O X verſus illam campi partem, verſus quam extendi debet latus unum pentagoni, pone ſupra lineam prædictam O X Regulam dioptris inſtructam, & acu ſeu claviculo in puncto O defixam ita, ut circa ipſum immotum moveri ac circumvolvi poſſit; & juxta hunc ſitum regulæ reſpice per dioptras ex O in X, hoc eſt, ex centro unius propugnaculi verſus centrum alterius propugnaculi, diſpoſitis baculis ſeu arundinibus juxta directionem lineæ viſualis per totum ſpatium, ut dimenſio fiat exactior; totumque ſpatium viſuali lineâ deſignatum metire certa menſura, numerando pro latere futuri pentagoni 540 pedes geometricos, juxta tabulam ſuprà paragrapho quinto allatam; & in fine 540 pedum colloca ſignum aliquod viſibile X.

Hoc peracto, tabula manente immobili, & Regula manente fixa in puncto O, volve ipſam regulam circa ſuum claviculum, & pone ipſam ſupra latus ſeu lineam O N in charta delineatam, & per dioptras regulæ reſpice verſus N, hoc eſt, verſus centrum tertii propugnaculi, & juxta lineam viſualem diſpone iterum baculos

los ſeu arundines, metireque in deſignata linea 540 pedes pro altero pentagoni latere, & in fine 540 pedum relinque ſignum N; habebiſque unum pentagoni angulum deſignatum.

Hoc etiam peracto, & manente tabula adhuc immota, volve regulam, & dirige eam juxta lineam capitalem O H in charta notatam, & juxta lineam viſualem numera 209 pedes, & in fine fige ſignum H. Poteris etiam ponere regulam ſupra lineam O K, & juxta lineam viſualem numerare 459. pedes pro ſemidiametro pentagoni, & in fine relinquere ſignum K pro centro Munitionis.

Factis his omnibus operationibus, transfer tabulam ex O in X, relicto aliquo ſigno viſibili in O; & procura diligenter, ut punctum X tabulæ reſpondeat puncto X Campi pro centro ſecundi propugnaculi in fine 540 pedum electo. Affige deinde regulam puncto X tabulæ, eandemque regulam pone ſupra lineam X O, & manente regula immota, verte tabulam hinc inde, donec per dioptra regulæ videas ſignum O relictum. Firma deinde tabulam, ut loco moveri non poſſit, & volve regulam circa ſuum claviculum in puncto X tabulæ infixum, eamque pone ſupra lineam X Y, & juxta lineam viſualem metire 540 pedes, relicto in fine ſigno Y. Deinde deſigna lineam capitalem, & radium pentagoni, prout antea factum fuit.

Simili ratione operare in N, & in Y, & habebis pentagonum futuri fortalitii in Campo delineatum. Quòd ſi abſoluta operatione duo latera ultimò formata non coirent in angulum, repetenda eſſet denuò operatio, donec error emendaretur.

Poſſes etiam, ſi Campus eſſet planus, delineare idem pentagonum figendo in centro pentagoni futuri baculum, & alligando funem longum pedes 459, & ad prædicti funis intervallum deſcribendo circulum in planitie, & ab uno circumferentiæ puncto uſque ad aliud punctum extendendo funem longum pedes 540: ſi enim hoc intervallum quinquies repeteres in circuli circumferentia, haberes pentagonum delineatum.

Propugnacula ita delineabis. Ex lateribus O N, & O X, reſeca ſpatium 120 pedum uſque ad E & B, & habebis colla propugnaculi O B, O E. Idem fac apud X, Y, M, & N. Ex punctis E & B &c. erige perpendiculares B D, & E P pedum 90, & habebis alas propugnaculorum. Ab extremitatibus linearum Capitalium

antè

antè deſignatarum, uſq; ad extremitates alarum jam deſignatarum, extende lineas rectas H D, H P &c. & habebis facies propugnaculorum, imò & tota propugnacula delineata. Si alis vis apponere humeros ſive auriculas, operare ut paragrapho præcedenti.

§. IX.

Adhuc alius modus deſignandi Munitiones in Campis.

POne chartam in medio Campi, ita ut centrum K reſpondeat centro pentagoni delineandi, & anguli propugnaculorum chartæ reſpiciant angulos propugnaculorum delineandorum in Campo, & latera Chartæ latera Campi. His præſtitis, affige regulam dioptris inſtructam centro K chartæ, & poſitâ regula ſupra lineam K O H, reſpice per dioptras verſus H, & jube juxta lineæ viſualis ductum figi baculos aut arundines, ita ut baculus O diſtet à centro Chartæ & Campi 459 pedes, baculus verò H à baculo O diſtet 209 pedes. Idem facies ponendo regulam circa centrum K volubilem ſupra lineas K X, K Y, K M, N. Poſthæc conjunge baculos O, X, Y, M, N, lineis rectis, ducendo ab uno ad alterum chordam 540 pedum, vel dirigendo lineam viſualem, & deſignando in terra lineam. Cætera facies ut dictum.

LIBER V.

STEREOMETRICUS,

ſive

De ſolidorum Dimenſionibus.

SOlidum ſive Corpus eſt, quod habet longitudinem, latitudinem, & profunditatem ſeu craſſitiem. Corporum alia habent ſuperficies planas, alia curvas, alia mixtas.

Corpora habentia ſuperficies planas, alia ſunt regularia ſive ordinata, alia irregularia. Regularia ſunt tantùm quinque, dicta corpora Platonica (eò quòd Plato in Timæo comparat iis quinque corpora ſimplicia mundum componentia, Cœlum dico, & quatuor elementa) nimirum tetraëdrum, hexaëdrum ſive Cubus, octaëdrum, dodecaëdrum, & icoſaëdrum. Corpora irregularia ſunt Priſmata, ſive columnæ triangulares, quadrangulares, pentagonæ, hexagonæ &c.

Pyramides triangulares, quadrangulares, pentagonæ &c. Corpora truncata, quæ conſtant ſuperficiebus partim triangularibus, partim quadrangularibus, pentagonis &c. & infinita alia.

Corpora habentia ſuperficies curvas ſunt ſphæræ, ſphæroides, figuræ ovales &c.

Corpora habentia ſuperficies mixtas ſunt cylindri, coni, conoides parabolici, conoides hyperbolici &c.

Singulorum corporum hactenus enumeratorum definitiones afferemus in principio ſequentium Problematum.

ANNOTATIO Catholica I.

NOtandum eſt, ſicuti lineas metimur menſuris ſimplicibus, & ſuperficies quadratis, prout diximus ſuprà Lib. 3. par. 1. cap. 2. ita corpora metienda eſſe per corpuſcula cubica; ita ut quando dicitur corpus aliquod continere decem palmos, paſſus, milliaria &c. intelligendum ſit, illud continere decem cubos, quorum ſinguli habeant latera ſingula æqualia uni palmo, paſſui, milliari &c. ac proinde decem palmos &c. cubicos explere aream ſive capacitatem ac ſoliditatem illius corporis; ſive quod idem eſt, tale corpus dividi poſſe in decem cubicos palmos &c.

ANNOTATIO Catholica II.

UT corpora metiamur, metiendæ ſunt baſes, latera, & univerſaliter ſuperficies corporum. Superficies menſurantur ut diximus Libro tertio præcedenti præcipuè. Qua ergo ratione Pantometrum noſtrum inſervit ſuperficierum dimenſioni, inſervit etiam dimenſioni corporum.

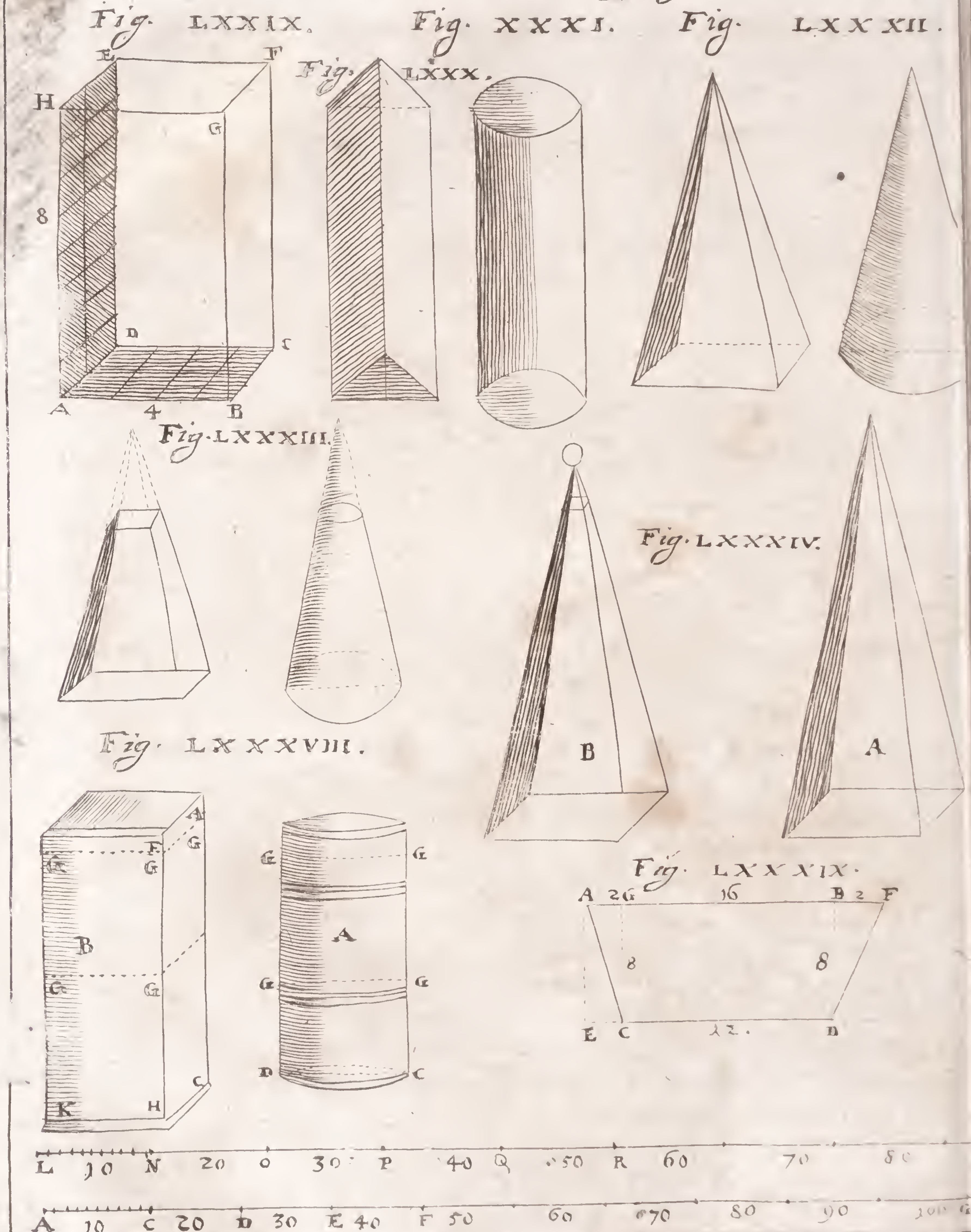
PROBLEMA I.

Parallelepipeda metiri.

PArallelepipedum eſt figura ſolida, comprehenſa ſex ſuperficiebus quadrilateris, quarum quælibet duæ ex adverſo oppo-

ſitæ

Iconismus XIII. pag. 147.



ſitæ ſunt parallelæ, & æquales,& parallelogrammæ. Hujuſmodi figuram ſolidam exprimit columna aliqua quadrilatera uniformis craſſitiei, prout eſt appoſita A B C D E F G H figura. F.LXXIX. Icon. XIII.

Sunt autem tot parallelepipedorum genera, quot parallelogrammorum. Si enim omnia ſex parallelogramma parallelepipedum ambientia, fuerint æquilatera & rectangula, hoc eſt, quadrata; dicetur parallelepipedum illud cubus: ſi rectangula quidem omnia, at non omnia ęquilatera, ſed quatuor fuerint longiora, duo breviora, & æquilatera (ſive illa quatuor ſint omnia æquilatera, ſive duo oppoſita tantùm) dicetur parallelepipedum altera parte longius. Si æquilatera quidem omnia, at non omnia rectangula, ſed ſolùm quatuor; dicetur rhombus: ſi denique neque omnia rectangula, neq; omnia æquilatera; dicetur rhomboides.

Parallelepipedum altera parte longius ſic metieris, ad inveniendam ipſius aream ſolidam ſeu ſoliditatem. Metire certa aliqua menſura, v.g. palmis, pedibus &c. propoſiti parallelepipedi longitudinem, latitudinem, & altitudinem: duc deinde latitudinem in longitudinem, vel è contrà longitudinem in latitudinem, & habebis aream baſis: Demum productum ſeu baſim inventam duc in altitudinem; & numerus reſultans dabit palmos, pedes &c. cubicos propoſiti parallelepipedi, hoc eſt, numerum cubicorum palmorum, pedum &c. qui in tali corpore continentur.

Exemplum. Sit in ſuprà poſito parallelepipedo latitudo A D duorum pedum, longitudo A B quatuor pedum, & altitudo A H octo pedum: duc 2 in 4, habebis octo palmos quadratos pro baſi A B C D: deinde duc baſim inventam, id eſt, 8 in 8, habebis 64 palmos cubicos pro ſoliditate ſeu capacitate totius parallelepipedi.

Cubi ſoliditas habetur, ſi unum ſolum latus menſuretur (habito enim uno, habentur reliqua, cùm omnia ſint æqualia) & in ſeipſum ducatur, & idem deinde ducatur in productum; numerus enim reſultans erit numerus palmorum v.g. cubicorum in cubo propoſito contentorum.

DEMONSTRATIO.

Ratio hujus rei eſt, quia ſi latitudo ducatur in longitudinem, nempe in exemplo poſito, 2 in 4, reſultat ſuperficies 8 quadratorum palmorum, ut di-

ut dixi, & conſtat ex 2. p. Libri 3. Probl. 1. Quæ ſuperficies ſi elevetur ad ſpatium ſeu altitudinem unius palmi (quod fit, ſi multiplicetur per unum) reſultat corpus octo palmorum cubicorum: ſi ad duos palmos elevetur, reſultat corpus 16 palmorum: ſi denique ad octo palmorum altitudinem elevetur, reſultat corpus 64 palmorum cubicorum. Eadem eſt ratio in cæteris.

Si parallelepipedum eſt rhombus, aut rhomboides, inquire per dicta Lib. 3. p. 2. Probl. 2. aream baſis, eamque duc in altitudinem: productus namque numerus erit parallelepipedi area. Ratio eſt eadem.

Si nullum latus parallelepipedi eſt rectum ad baſim; demitte perpendicularem ex aliquo angulo ſupremi parallelogrammi ad planum in quo eſt baſis, eamque metire, & habebis altitudinem parallelepipedi. Inveſtiga deinde aream baſis, per Probl. 1 p. 2. Lib. 3. eamque inventam duc in altitudinem, & producetur area ſeu capacitas propoſiti parallelepipedi in menſuris cubicis. *Ratio eſt, quia ſi ſupra baſim intelligatur parallelepipedum rectum ejuſdem altitudinis cum propoſito parallelepipedo, erunt per 29. & 30. Vndec. duo hæc parallelepipeda inter ſe æqualia.*

COROLLARIA.

I.

Hinc Colligitur, qua ratione inveniatur ſoliditas alicujus muri, valli, cortinæ inter propugnacula extenſæ &c.

II. *Colligitur præterea, qua ratione, ſi exſtruendus ſit murus quadrangularis ex lateribus, lapidibus quadratis, aut oblongis, reperiatur numerus lapidum, laterumvè neceſſarius pro muro exſtruendo, dummodò ſciamus quàm longus, quàm latus, & quàm altus debeat eſſe murus. Nam ſi longitudine lateris metiaris muri longitudinem, latitudine latitudinem, altitudine ſeu craſſitie altitudinem; & quoties quælibet harum in muro contineatur, notes, ac tres numeros inventos in ſe duxeris; habebis numerum laterum, quibus pro muro extruendo opus habes.*

Exemplum. Contineat longitudo muri futuri longitudinem lateris ducenties, latitudo latitudinem octies, craſſities ſeu altitudo altitudinem octuagies. Igitur ſi hos tres numeros 200. 8, 80. in ſe duxeris, nimirum 200 in 8, & productum in 80; produces numerum hunc, 128000, qui eſt numerus laterum, quibus pro muro extruendo opus habes.

PRO-

PROBLEMA. II.

Priſmata metiri.

PRiſma eſt figura ſolida, quæ planis continetur, quorum duo ad minimum adverſa ſunt & æqualia, & ſimilia, & parallela (ſive triangula ſint, ſive rectangula, ſive pentagona &c.) reliqua verò plana ſunt parallelogramma. Itaque Priſma nihil aliud eſt, quàm columna quædam laterata æqualis craſſitiei, cujus baſes oppoſitæ ſunt æquales, ſimiles, parallelæ, ſive hæ ſint triangula, ſive quadrangula, ſive pentagona &c. Errant itaque qui ſolùm illud corpus columnare appellant priſma, cujus oppoſitę duæ baſes ſunt triangula æqualia & ſimilia; ſunt enim infinitæ ſpecies Priſmatum, juxta definitionem traditam. F. LXXX. Icon. XIII.

Ex his patet, omne parallelogrammum eſſe Priſma, licet non omne Priſma ſit parallelogrammum.

Priſmatis aream habebis, ſi aream baſis inquiras in menſuris quadratis, eamque in altitudinem ducas, ut mox oſtendam. Area porrò baſis cognoſcitur ex dictis Lib. 3. p. 2. Probl. 1. 2. 3. & 5. & etiam 4 & 6. Altitudo verò habetur, ſi latera non ſint recta ad baſim, modo dicto Probl. præcedente.

DEMONSTRATIO.

QVia ſi concipiatur parallelepipedum ejuſdem altitudinis cum Priſmate, habens pro baſe rectangulum baſi priſmatis æquale; erit per 2. Coroll. 7. Duodec. *hoc parallelepipedum priſmati æquale: cùm ergo parallelepipedum producatur ex ſua baſe in altitudinem multiplicata, procreabitur quoque priſma ex multiplicatione ſuæ baſis in altitudinem.*

PROBLEMA III.

Cylindros metiri.

CYlindrus eſt figura ſolida æqualis craſſitiei, quæ continetur duobus circulis æqualibus & æquidiſtantibus, & rotundâ ſuperficie inter ipſas interjectâ, inſtar columnæ cujuſdam rotundæ. Baſes cylindri, ſuperior nempe & inferior, ſunt ipſi circuli prædicti; axis verò eſt linea recta per centra circulorum ducta, Cylin-

F. LXXXI. Icon. XIII. dri recti ſunt, qui habent axem ad rectos angulos inſiſtentem ipſis baſibus; Scaleni verò ſeu obliqui cylindri ſunt, qui non ad rectos angulos inſiſtentem baſibus habent axem.

Cylindri area procreatur ex multiplicatione baſis in altitudinem cylindri. Baſis cylindrorum in menſuris quadratis invenitur per dicta Lib. 3. p. 2. Probl. 7. Quòd ſi cylindrus ſit obliquus, exquirenda eſt altitudo ejus per lineam perpendicularem ex ſuperiore baſe demiſſa ad planum, in quo inferior baſis exiſtit; atque in hanc altitudinem area baſis multiplicanda eſt: productus enim numerus dabit aream cylindri propoſiti, cùm æqualis ſit cylindro recto eandem cum illa baſim & altitudinem habenti, *per Coroll. Prop. 11. lib. Duodec.*

DEMONSTRATIO.

Ratio dictorum de cylindro recto eſt eadem cum illa, quam adſignavimus pro parallelepipedo rectangulo Problemate Primo.

COROLLARIUM.

Ex his patet, quomodo metiendus ſit ſaccus tritico plenus. Qua verò ratione metiendus ſit acervus tritici, dicemus Libro ſequenti Probl. 2. Corollario. 2.

PROBLEMA IV.

Pyramidum, & Conorum ſoliditates ſive areas invenire.

F. LXXXII Icon. XIII. Pyramis eſt figura ſolida, quæ planis continetur, ab uno plano ad unum punctum conſtituta. Punctum hoc vocatur vertex pyramidis; planum autem ipſi oppoſitum vocatur baſis pyramidis; quæ quidem baſis poteſt eſſe vel triangulum, vel quadrangulum, vel pentagonum, & ab ipſa tota pyramis dicitur vel trigona ſeu triangularis, vel quadrangula, vel pentagona &c. Reliqua verò plana, quibus pyramis continetur, ſunt neceſſariò triangula, cùm omnia ad unum punctum tendant. Hinc variæ oriuntur pyramides, nempe triangulares, quadrangulares, pentagonæ &c.

Conus

Conus eſt figura ſolida rotunda ad unum punctum conſtituta, ſupra baſim circularem, inſtar pyramidis rotundæ. Punctum prædictum vocatur vertex coni, linea recta à vertice ad circuli centrum ducta appellatur axis coni; circulus ipſe dicitur baſis. Conus rectus eſt, qui habet axem ad rectos angulos ipſi baſi: Scalenus verò ſeu obliquus eſt, qui non ad rectos angulos ipſi baſi axem habet.

Pyramidis & coni area producitur ex multiplicatione baſis in tertiam partem altitudinis; aut ex altitudine in tertiam partem baſis. Ex quo fit, ſi baſis ducatur in totam altitudinem, tertiam partem numeri producti eſſe quoque aream pyramidis vel coni.

DEMONSTRATIO.

R*Atio eſt, quia cùm ex baſe in totam altitudinem gignatur Priſma, aut cylindrus, eandem habens cum pyramide & cono altitudinem, ut diximus Problemate præcedenti; producetur*, per ſcholium 14^{æ}. Duodec. *ex eadem baſi in tertiam partem altitudinis, tertia pars illius priſmatis, vel cylindri: ſed Pyramis*, per coroll. 7^{æ}. Duodec. *eſt tertia pars illius Priſmatis; & conus*, per decimam Duodec. *eſt tertia pars Cylindri; ergo &c.*

ANNOTATIO.

B*Aſis porrò pyramidis, ſi triangularis eſt, cognoſcitur per dicta Lib. 3. p. 2. Probl. 3. Si quadrilatera, reperitur per dicta ibidem Problemate primo. Si multilatera, per dicta Problemate quinto.*

Baſis autem coni inveſtigatur per dicta ibidem Problemate ſeptimo.

Altitudo pyramidis & coni habetur, ſi in vertice ſtatuatur planum baſi æquidiſtans, ab eoque ad planum, in quo eſt baſis, demittatur perpendicularis, eaque menſuretur; hæc enim eſt altitudo quæſita.

PROBLEMA V.

Fruſtum pyramidis, & coni metiri.

FRuſtum pyramidis, & coni (quod alii appellant pyramidem & conum decurtatos, ſeu detruncatos, nos verò ſuprà appellavimus corpora truncata) ſic menſurabis. Fig. LXXXIII. Icon. XIII.

Com-

Comple imaginatione, vel etiam lineari in plano aliquo deſcriptione, totam pyramidem, & conum; & metire primò totam pyramidem, & totum conum; deinde complementum: quod complementum ſi auferas à toto, remanebit fruſtum quæſitum. Sed hæc meliùs patebunt ex dicendis infrà Probl. 9. de dimenſione obeliſcorum.

PROBLEMA VI.

Aream corporum Regularium invenire.

CORpora regularia, ut initio hujus Libri dixi, ſunt quinque, & non plura, ut probat Clavius in Scholio Propoſ. 18. lib. 13. Eucl. nimirum Tetraëdrum, Hexaëedrum, Octaëdrum, Dodecaëdrum, & Icoſaëdrum.

Tetraëdrum eſt figura ſolida, ſub quatuor triangulis æqualibus & æquilateris contenta. Hexaëdrum ſeu cubus eſt figura ſolida, ſub ſex quadratis æqualibus contenta. Octaëdrum eſt figura ſolida, ſub octo triangulis æqualibus & æquilateris contenta. Dodecaëdrum eſt figura ſolida, ſub duodecim pentagonis æqualibus & æquilateris contenta. Icoſaëdrum eſt figura ſolida, ſub viginti triangulis æqualibus, & æquilateris contenta.

Tetraëdri, ſive pyramidis triangularis æquilateræ (eſt enim tetraëdrum, hujuſmodi pyramis) area ſeu ſoliditas invenitur per dicta Probl. IV. præcedente.

Hexaëdri, ſive parallelepipedi baſium quadratarum, in quo omnes tres dimenſiones ſunt æquales (eſt enim hexaëdrum, hujuſmodi parallelepipedum) capacitas atque ſoliditas reperitur per dicta Probl. 1.

Octaëdri area invenitur ſic. Quia octaëdrum dividitur in duas pyramides ſimiles & æquales, quarum baſis communis eſt quadratum à latere deſcriptum; ſi utriuſque pyramidis area ſeu ſoliditas inveſtigetur per dicta Probl. 4, habetur area Octaëdri.

Producitur autem area illarum duarum pyramidum, ſi quadratum lateris octaëdri ducatur in diametrum octaëdri, & producti numeri tertia pars capiatur, ea enim eſt area quæſita. *Ratio eſt, quia productus ille numerus ex quadrato lateris octaëdri in ejuſdem diametrum, eſt parallelepipedum duarum illarum pyramidum triplum,*

pro-

propterea quòd, per Coroll. ſeptimæ Duodec. *ſemiſſis illius parallelepipedi eandem habens baſim & altitudinem cum utralibet pyramidum, tripla eſt unius pyramidis.*

Diameter porrò Octaëdri, quæ à diametro ſphæræ, vel quadrati lateris Octaëdri non differt, invenitur, ſi ex duplo quadrati lateris radix quadrata eruatur; *eò quòd per ſchol.* 47^{a}*. Primi, tam quadratum ex diametro quadrati deſcriptum, ſit duplum quadrati lateris, quàm quadratum diametri ſphæræ quadrati lateris Octaëdri, per* 14^{am}*. Tertiidec. Semiſſis verò hujus diametri eſt altitudo utriuslibet pyramidis.*

Dodecaëdri area ſic invenitur. Quia ductis ex centro dodecaëdri ad omnes ejus angulos rectis lineis, dodecaëdrum dividitur in duodecim pyramides pentagonas æquales; ſi area unius pyramidis per dicta Probl. 4. inventa multiplicetur per 12, procreatur area totius dodecaëdri.

Ut autem area unius pyramidis habeatur, neceſſe eſt, & aream baſis pentagonæ, & altitudinem pyramidis inveſtigare. Area baſis pentagonæ invenitur ex latere dato, per dicta Lib. 3. par. 2. Probl. V. Altitudo pyramidis invenitur, ſi ex ſuperiori plano producto demittatur ad planum baſis oppoſitæ linea perpendicularis: hujus enim ſemiſſis inquiſita in partibus lateris dodecagoni dat pyramidis altitudinem.

Icoſaëdri area ſic invenitur. Quia ductis ex centro Icoſaëdri ad omnes ejus angulos rectis lineis, icoſaëdrum dividitur in viginti pyramides triangulares æquales; ſi area unius pyramidis per dicta Problemate IV. inventa multiplicetur per 20, gignitur totius icoſaëdri area. Area autem unius prædictarum pyramidum inveſtigatur modo paulò antè dicto.

PROBLEMA VII.

Corpora irregularia dimetiri geometricè, & mechanicè.

Corporum irregularium dimentiendorum ratio geometrica alia non eſt, quàm ut priùs in regularia reſolvantur, & cujuſlibet regularis, in quod irregulare reſolutum eſt, capacitas ſeorſim inquiratur: nam omnium capacitates ſimul junctæ dabunt

totius irregularis corporis capacitatem. Quomodo porrò irregularia corpora reſolvantur in regularia, patebit ex Libro Metamorphotico.

Quoniam verò quædam irregularia corpora commodè in regularia reſolvi non poſſunt, cujuſmodi ſunt ſtatuæ, urnæ, amphoræ, vaſa diverſarum figurarum, fruſta ſaxorum, & ſimilia, quæ neque uniformis ſunt craſſitiei, neque latera habent prorſus recta, aut ad baſes perpendicularia &c. ideo ſcriptores nonnulli tradunt Regulam quandam mechanicam ad hujuſmodi corpora dimetienda. Hanc Regulam ait Clavius, eſſe minimè aſpernandam, eamque proponit lib. 5. Geomet. pract. cap. ix. in hunc ſenſum.

Paretur arca lignea ex aſſeribus lævigatis, inſtar parallelepipedi cujuſdam, quæ pice ita oblinatur, ut aquam continere poſſit. Arca hæc tantæ debet eſſe longitudinis, latitudinis, atque altitudinis, ut corpus metiendum intra ipſam poſitum, aquâ totum poſſit operiri. Poſita autem hac arca horizonti æquidiſtante, beneficio libellæ, aut perpendiculi, infundatur in eam tantũ aquæ, quantum ſatis eſt, ut corpus impoſitum omninò tegat; notenturque diligenter ſuprema latera aquæ in aſſeribus arcæ, ut habeatur altitudo aquæ uſque ad arcæ fundum. Extracto deinde corpore, ita tamen, ut nihil aquæ extra arcam cadat, notentur rurſum latera aquæ, poſtquam quieverit. Quòd ſi per dicta Probl. 1. metiamur duo parallelepipeda, quorum baſis communis eſt arcæ fundus, ſive baſis, altitudines verò ſunt rectæ lineæ à lateribus aquæ notatis uſque ad baſem, & minus à majore ſubtrahamus; relinquetur parallelepipedum ſoliditati corporis propoſiti omninò æquale.

Quod parallelepipedum etiam conſequeris, ſi altitudinem inter latera aquæ bis notata duces in baſem arcæ.

Sunt qui infusâ aquâ in arcam, latera ejus in aſſeribus primò notent; deinde impoſito corpore, ejuſdem aquæ latera ſignent: ſi enim altitudo inter poſteriora latera, ac priora, ducatur in baſim arcæ, producetur ſoliditas corporis impoſiti, ut paulò antè dicebam.

Pro urnis atque amphoris, ſive eæ lapideæ ſint, ſive cretaceæ, ita faciemus. Impleatur vas arenâ, & ejus orificium ita obturetur,

tur, ut aqua ingredi nulla ratione poſſit. Impoſito deinde vaſe in aqua intra arcam contenta, ac ſi eſſet corpus quodpiam irregulare, inveſtigetur ejus ſoliditas, ut jam diximus. Deinde extractâ arenâ, notentur latera aquæ, antequam vas vacuum imponatur. Impoſito demum vaſe vacuo (ita tamen, ut totum aquâ impleatur) ſignentur iterum latera aquæ. Si namque altitudo inter poſteriora ac priora latera multiplicetur per baſim areæ; procreabitur ſoliditas ſolius vaſis: quæ detracta ex priori ſoliditate, notam relinquet vaſis capacitatem.

COROLLARIUM.

Patet hinc, eadem ratione mechanicè menſurari poſſe etiam corpora regularia, & Sphæras, de quibus paulò pòſt.

ANNOTATIONES.

I.

Loco ligneæ arcæ ſumi poteſt quodcunque vas, cubi, aut parallelepipedi figuram habens, dummodò continere poſſit aquam.

II. *Si quæ corpora irregularia neque mechanicè, neque geometricè menſurari poſſunt, menſurentur ſaltem æſtimatione quadam, & craſſâ, ut ajunt, Minervâ.*

PROBLEMA VIII.

Aream ſive ſoliditatem ſphæræ, & ſegmentorum ejus, invenire.

Sphæræ ſoliditas haberi poteſt multis modis. Primò, ſi ducas ſuperficiem convexam ſphæræ in tertiam partem ſemidiametri ipſius, vel è contrario tertiam partem ſemidiametri in ſuperficiem. Secundò, ſi ſemidiametrum ducas in tertiam partem ſuperficiei ſphæræ, vel è contrario tertiam partem ſuperficiei in ſemidiametrum. Tertiò, ſi ſemidiametrum ducas in totam ſuperficiem, vel è contra, & producti accipias tertiam partem. Quartò, ſi diametrum ducas in ſextam partem ſuperficiei, vel è contra. Alios modos vide apud Clavium lib. 5. Geom. pract. c. 5. poſt ſeptimam Propoſitionem Regula 2. ubi etiam invenies demonſtrationem prædictarum praxium.

Exemplum. Sit alicujus ſpæræ diameter 56 pedum; erit igitur ſemidiameter 28, perimeter circuli maximi ejuſdem ſphæræ 176 pedum ſimplicium, circuli maximi area 2464, ſphæræ area ſeu ſuperficies convexa 9856; qua ducta in 28, ſemidiametrum ſcilicet ſphæræ, & producto diviſo per 3, prodit capacitas ſeu ſoliditas ſphæræ pedum cubicorum ſive ſolidorum $91989\frac{1}{3}$. Ratio hujus operationis eſt, quia in ſphæra ſunt infiniti coni, baſes habentes in ſuperficie ſphærica, vertices in centro.

Poſſumus eandem capacitatem in propoſito exemplo etiam hoc modo reperire. Duc diametrum ſphæræ in aream circuli maximi, nempe, 56, in 2464, & produces 137984; hoc productum duc in duo; productum divide per 3, & reperies $91989\frac{1}{3}$ ut priùs. Ratio hujus operationis eſt, quia ſphæra ad cylindrum, cujus tam diameter baſis, quàm altitudo, æqualis eſt diametro ſphæræ, eſt ut 2 ad 3.

Hemiſphærii ſoliditas producitur ex ſemidiametro in tertiam partem ſuperficiei hæmiſphærii; vel ſuperficiei hemiſphærii in tertiam partem ſemidiametri &c. Alios modos vide apud Clavium loc. cit. c. 6. n. 3. ubi etiam n. 4. & 5. docet modum inveniendi ſoliditatem ſectoris ſphæræ, & cujuslibet portionis ipſius.

Idem Clavius loc. cit. c. 7. tradit methodum inveniendi aream ſphæroidis, ejuſdemque portionum. Capite 8. & 9. docet modum inveniendi aream conoidis parabolici, & hyperbolici.

PROBLEMA IX.

Obeliſcorum ſoliditatem invenire, univerſamque illorum dimenſionem peragere.

Fig. LXXXIV. Icon. XIII.

Differt Obeliſcus à pyramide in eo, quòd pyramidis latera paulatim gracileſcant, & continuato fluxu à baſi ad verticem excurrant ad inſtar triangulorum iſoſcelium, prout apparet in figura A; Obeliſci verò latera gracileſcunt quidem ſenſim verſus apicem, non tamen continuato fluxu; ſed antequam in punctum confluant, truncantur; & deinde in parvam pyramidẽ deſinunt, ut in figura B apparet. Unde Obeliſcus vocari etiam ſolet pyramis truncata; & corpus trunco impoſitum, dictis parvis pyramidibus

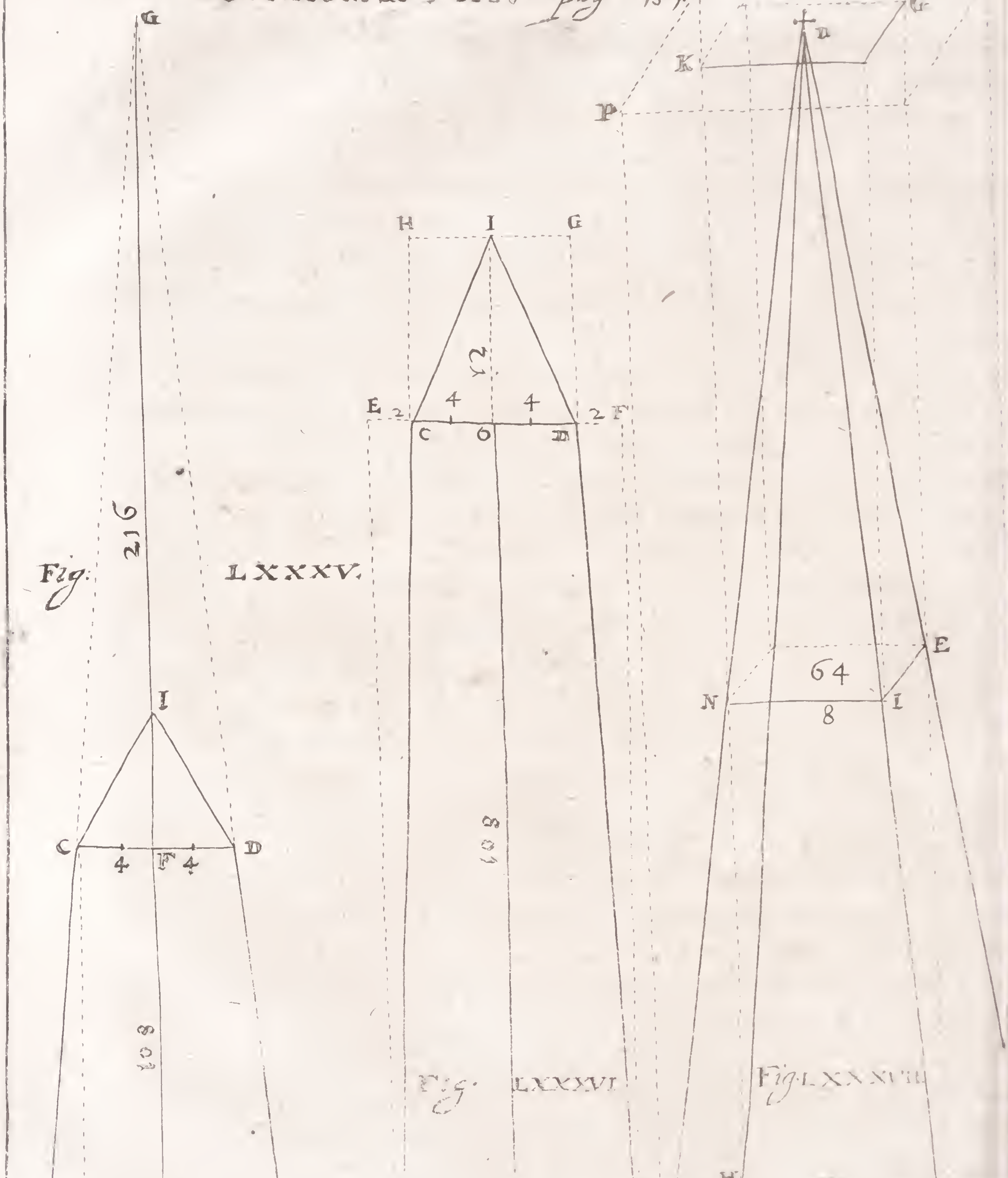


Fig. LXXXV.
G
216
I
C
4
F 4
D
108
2
4
A H
E
H I G
E 2
4
4
2 F
C O D
108
Fig. LXXXVI
K
P
E
64
N
8
I
Fig. LXXXVII
H
1 4 4

dibus comprehenſum, ſolet appellari pyramidium ſeu pyramidion.

PRAGMATIA I.

Altitudinem Obeliſci, ſi truncus non eſſet, ſed lateribus continuo fluxu in ultimum punctum confluentibus ad inſtar pyramidis excurret, reperire.

SIt datus Obeliſcus A B C D I, cujus baſis infimæ ſingula latera A B habeant palmos 12, ſupremæ C D 8, altitudo E F inter utramque baſin ab infima uſque ad pyramidion interjecta 108. Si itaque ſcire vis, in quantam altitudinem excurriſſet dictus Obeliſcus, ſi latera in punctum cōfluxiſſent; hac id induſtriâ explorabis. Protrahantur latera A C, & B D, uſque dum in punctum G confluant: & diviſâ baſi A B bifariam in E, ducatur recta E G. Hoc peracto, ex C puncto linea C H ducatur, parallela ad F E, ſive ad G E altitudinem totius obeliſci, ſecans baſim A B in H; naſcenturque ex hac ſectione duo triangula, A H C, & A E G, ſimilia inter ſe, & conſequenter proportionata, *per Coroll. propoſitionis quartæ lib. 6. Elem. Euclid.* eritque, *juxta 4. propoſit. ejuſdem lib. 6. Eucl.* ut latus A H ad latus H C, ita latus A E ad latus E G. Cùm itaque tria hìc nota habeantur, videlicet C H, quæ eſt E F altitudo Obeliſci 108 palmorum; & A E, quæ eſt lateris baſis infimæ medietas ſex palmorum; & A H denique duorum palmorum (cùm enim C D baſis ſuperior ſit 8 palmorum, erit medietas ejus C F quatuor palmorum, & ſecabit conſequenter C H parallela ad E F, ex ſemibaſi A E ſex palmorum, palmos duos) notus etiam erit axis E G totius pyramidis, ſi fiat, ut A H 2, ad H C 108, ita A E 6, ad E G: prodibit enim, facta operatione juxta regulam proportionum, E G altitudo Obeliſci, ſi in pyramidem ſenſim abiiſſet, 324 palmorum. Pyramidis porro C D G altitudinem F G habebis, ſi altitudinem Obeliſci E F à tota altitudine inventâ ſubduxeris, videlicet 108 à 324; reliquum enim dabit 216 palmos pro altitudine pyramidis C D G quæſita. *Hoc pacto invenit P. Kircherus Obeliſcum Pamphilium, ſi in apicem ultimum excurriſſet, futurum fuiſſe pyramidem 133 palmorum.*

F. LXXXV Icon. XIV.

PRAGMATIA II.

Quantitatem ſuperficialem Obeliſcorum inveſtigare.

CUm omnes Obeliſci ſint tetraëdri, id eſt, quatuor lateribus ſeu ſuperficiebus conſtent; ſi illa ſunt æqualia inter ſe, ſufficiet unam ſuperficiem inveſtigare: hac enim inventa, & per 4 multiplicata, patefit totius Obeliſci ſuperficies.

Fig. LXXXVI. Icon. XIV. Sit itaque Obeliſci antea propoſiti ſuperficies extima A B C D I. Protrahe lineam C D ſupremæ baſis in puncta E & F utrimque ad duos palmos, & ex A & B inferioris baſis punctis duc lineas A E, & B F, ad E F normales, & ad O L lineam mediam parallelas; naſceturque quadrangulum rectangulum E F B A, cujus latus A B, vel E F, in latus A E vel B F ductum producet aream totius quadranguli E F B A palmorum quadratorum 1296: nam B A eſt 12 palmorum, & A E 108 palmorum, quæ in ſe ducta efficiunt 1296. Quia verò hæc ſumma ſuperficiem Obeliſci C D A B excedit; ab ea ſubtrahenda ſunt triangula A E C, & B D F, ut vera ſuperficiei Obeliſci area habeatur; quod ita fiet.

Cùm tam baſis E C trianguli rectanguli A E C, tam baſis D F trianguli rectanguli B D F, ſit palmorum duorum, eſt conſtructione: iterum cùm dictorum triangulorum latera A E, & B F, ſint æqualia lateri O L, quod eſt 108 palmorum: fiet ut ſi latus E C ducatur in latus E A, hoc eſt, 2 in 108; proveniant 216; cujus numeri dimidium, 108, dat aream ſuperficialem trianguli E C A in palmis quadratis quæſitam, juxta præcepta Geometriæ practicæ tradita lib. 3. par. 2. Probl. 3. Eſt autem triangulo E C A æquale triangulum D F B, ut patet. Duo ergo triangula E C A, D F B continent palmos quadratos 216. Harum ſummam ſi ſubduxeris à ſumma totius rectanguli E F B A, remanebunt 1080 pro area ſuperficiei unius faciei Obeliſci A B C D. Hic numerus in quatuor Obeliſci latera multiplicatus, producet tandem aream ſuperficialem totius Obeliſci truncati A B C D, 4320 palmorum quadratorum.

Reſtat dimenſio pyramidii C I D, cujus ſuperficialem quantitatem ſic invenies. Cùm baſis C D ſit 8 palmorum, & latus O

ſit ex ſuppoſitione 12 palmorum; ſi hæc duo latera inter ſe multiplicentur, prodibit quadrangulum C D H G 96 palmorum; cujus dimidium 48 dat aream unius lateris pyramidii quæſitam. Hanc multiplica per 4., & ſumma 192 dabit in quadratis palmis aream ſuperficialem totius pyramidii. Hi adjuncti præcedenti ſummæ 4320, aſſignant 4512 totius Obeliſci aream ſuperficialem in palmis quadratis quæſitam. Ratio patet ex dictis lo. cit.

Si ſcire cupis quantitatem lineæ A C, vel B D, ſuperficierum Obeliſci terminatricem; ita procede. Cùm triangulum A E C ſit rectangulum, anguluſque E ſit rectus, ex conſtructione; erit, *per* 47^{am}. *Primi*, quadratum rectæ A C æquale quadratis rectarum A E, & E C ſimul. Conjunge igitur quadrata linearum A E, & E C in unum, & ab aggregato extrahe radicem quadratam, & hæc radix dabit tibi quantitatem lineæ A C quæſitam. Exempli gratia: linea E C duorum palmorum in ſe ducta, dat 4 pro quadrato; & linea A E 108 palmorum in ſe ducta, dat 11664 pro quadrato: quibus ſi jungatur quadratum lineæ E C, nempe 4, emergit quadratum lineæ A C 11668 palmorum, duobus prædictis ſimul ſumptis æquale. Ex hoc quadrato radix extracta dat 108 ✠ 4, quæ eſt quãtitas lineæ A C, vel B D.

Si ulteriùs cupis ſcire quantitatem ſuperficiei Obeliſci, ſi in pyramidem excurriſſet, ita procede. Cùm in præcedente problemate altitudinem pyramidis E G invenerimus 324 palmorum, baſim autem A B, 12 palmorum; ſi multiplicaveris totam baſim per altitudinem, id eſt, 12 per 324, & productum 3888 dimidiaveris; dimidium dabit 1944 palmos quadratos pro ſuperficie trianguli A B G. Eandem ſuperficiem 1944 palmorum invenies, ſi multiplices dimidiam baſim per altitudinem, nempe 6 per 324. Quadruplica jam 1944, & ſumma 7776 palmorum quadratorum dabit quantitatem totius pyramidis quoad ſuperficiem exteriorem quatuor facierum ſive laterum.

ANNOTATIO.

SI quatuor Obeliſci latera non ſint æqualia inter ſe, adæquari priùs debent, & reduci ad quatuor æqualia latera inæqualibus æquivalentia; & deinde procedendum modo dicto. Adæquantur autem latera modo dicendo infrà libro ſequenti, Problemate ſecundo, Coroll. 2. & Probl. 9. & 10.

PRAG-

PRAGMATIA III.

Soliditatem Obeliſcorum inveſtigare.

OMnis pyramis ſubtripla eſt ſui priſmatis, hoc eſt, omnis pyramis eſt tertia pars priſmatis, quæ eandem cum illa habet & baſim & altitudinem, *per Coroll. propoſit. 7. lib. 12. Elem. Eucl.* cognita igitur baſi Obeliſci, & cognita altitudine ipſius, ſi in pyramidē excurreret, cognoſci poteſt ejus priſma; quia ex multiplicatione baſis in totam altitudinem gignitur priſma habens eandem cum pyramide & baſim & altitudinem, ut in Problem. 2. hujus libri docuimus. Cognito ergo priſmate pyramidis A B D, Pragmatiâ primâ inventæ, dabit pars ipſius tertia ſoliditatem ejuſdem pyramidis. Eandem ſoliditatem habebis, ſi baſim ipſius duxeris in tertiam altitudinis partem; vel ſi totam altitudinem duxeris in tertiam partem baſis, ut diximus ſuprà Problem. 4.

Fig. LXXXVII Icon. XIV. Cognito quoque exceſſu, quo pyramis Obeliſcum ſuperat, per dicta Pragmatia prima, haberi poteſt priſma talis exceſſus, & conſequenter haberi poteſt tertia pars talis priſmatis; quæ tertia pars eſt ſoliditas pyramidis Obeliſcum excedentis. Si jam ſubtrahatur ſoliditas hujus exceſſus à totius pyramidis ſoliditate, remanet ſoliditas Obeliſci ab infima baſi, uſque ad pyramidium. Pyramidii ſoliditas invenitur, ſi baſis ipſius ducatur in altitudinem, & producti tertia pars accipiatur. Sed rem Geometrico ratiocinio oſtendamus cum Kirchero in Obeliſco Pamphilio lib. 1. cap. 6. ubi tamen in calculo irrepſerunt errores quidam typographici, quos hîc corrigimus.

Imaginare itaq; in præſenti figura primò pyramidem A B D, cujus baſis A B quodlibet latus ſit 12 palmorum; qui in ſe ducti, conſtituent totam baſim A B, 144 palmorum quadratorum. Circa hanc baſim circumſcribe priſma A C, habens eandem altitudinem cum tota pyramide, nempe 324 palmorum. Multiplica jam baſim hujus priſmatis per altitudinem ipſius, nempe 144 per 324, invenies totum priſma A C eſſe 46656 palmorum cubicorum ſive ſolidorum. Hujus priſmatis tertia pars, videlicet 15552, dabit totam ſoliditatem pyramidis A B D in palmis cubicis, ſi in eam Obeliſcus excurriſſet.

Ut

Ut habeas ſoliditatem ſolius Obeliſci ab infima baſi A B uſque ad ſupremam baſim N E, ſic operare. Circa baſim N E pyramidis imaginariæ N E D, conſtitue per imaginationem priſma N G, habens eandem altitudinem cum tota pyramide N E D; eritque quodlibet latus baſis 8 palmorum, altitudo verò 216, per dicta Pragmatiâ primâ. Duc jam 8 in ſe, habebis 64 palmos quadratos pro baſi N E. Duc iterum 64 in 216, habebis 13824 palmos cubicos pro ſoliditate totius priſmatis N G. Hujus igitur priſmatis tertia pars, nempe 4608 palmi cubici, dant ſoliditatem pyramidis N E D imaginariæ. Hujus pyramidis ſoliditas à ſoliditate totius pyramidis A B D 15552 palmorum cubicorum ſubducta, relinquit 10944 palmos cubicos pro ſoliditate Obeliſci truncati A B N E.

Pyramidii ſoliditatem ita invenies. Cùm baſis pyramidii, ut ſuprà vidimus, ſit octo palmorum, altitudo verò 12 palmorum; ſi multiplices 8 per 8, & productum 64, multiplices per 12; ſumma producta 768 palmorum cubicorum, dat priſma habens eandem cum pyramidio & baſim & altitudinem. Tertia igitur pars hujus priſmatis, nempe 256 palmi cubici, dant pyramidii ſoliditatem; quæ conjuncta cum ſoliditate Obeliſci, conſtituunt 11200 palmos cubicos pro ſoliditate totius Obeliſci unà cum pyramidio.

PRAGMATIA IV.

Gravitatem ſive pondus Obeliſcorum invenire.

FAc ex eadem petra ſive materia Obeliſci cubum palmarem, eâ quâ fieri poteſt diligentiâ accuratè quadratum. Hujus cubi pondus explora per exactiſſimam bilancem. Habito cubi palmaris pondere, duc numerum ponderis in numerum cuborum palmarium totius Obeliſci, & ſumma producta dabit pōdus quæſitum. Sit cubus palmaris ex eadem Obeliſci materia præparatus librarum 87. Multiplica 11200 palmos cubicos totius obeliſci per 87, invenies 974400 libras pro gravitate totius Obeliſci. Eodem modo invenies pondus totius pyramidis ſuperioris A B D eſſe 1353024 palmorum cubicorum.

LIBER VI.

COELOMETRICUS,

ſive

De Concavorum dimenſionibus.

AD ſtereometriam pertinet etiam vaſorum, & quorumvis Concavorum dimenſio, qua nimirum ipſorum capacitas indagatur in certis menſuris. Vaſa, aliavè concava dimetienda, ſunt vel cubica, ſeu parallelepipeda, vel cylindrica, vel neutra; hoc eſt, vel conſtant ſuperficiebus planis, vel rotundis, vel ex his miſtis. Hæc ad illa reduci debent, ut ſub Geometricam menſurandi rationem cadere poſſint. Illa ut menſurentur, opus eſt Regula ſeu virga cubimetrica, & cylindrimetrica, diviſa in certas partes, quarum ſingulæ ſignificent certam aliquam menſuram liquidorum, aut aridorum, uſitatam in eo loco, pro quo conſtruitur virga. Hæc virga, vel ſaltem pars aliqua ipſius, commodiſſimè in-

ſcri-

ſcribi poteſt uni lateri Pantometri noſtri, ſicque Inſtrumentum extendi ad Cœlometriam. Quare qua hujuſmodi virgæ conſtruantur ratione, priùs videndum eſt.

PROBLEMA I.

Regulam Cubimetricam & Cylindrimetricam conſtruere, hoc eſt, Menſuras famoſas in certis locis uſitatas, tam aridorum, quàm liquidorum, virgis ſeu perticis, atque adeo Pantometro, inſcribere.

AD dimenſionem Vaſorum Cubicorum, parallelepipedorum, ac cylindricorum requiruntur, ut dicebam, Regulæ ſeu virgæ in certas partes ex arte geometrica diviſæ, ita ut ſingulę earum partes ſignificent certam aliquam menſuram uſitatam in illo loco, pro quo virgæ conſtruuntur. Ut ſi quis ſcire cupiat, quot menſuras certi alicujus loci capiat aliquod vas, vel quot modios tritici aliquod granarium &c., oportet priùs conſtruere pro loci illius menſura & modio certas Regulas, tam pro planis, quàm pro cylindricis vaſis. Hæ autem ita conſtruuntur. Fig. LXXXIIX Icon. XIII.

Primò, ex linea aliqua, quæ ſit AB, in polito aſſere ducta, abſcinde decem minutiſſimas partes æquales, ab A uſque in C; deinde has decem partes transfer ex C in D, E, F, G; eritque tota linea A G in centum æquales partes diviſa. Quòd ſi A G decies in lineã A B ex G ulteriùs productam transferas; erit illa in mille æquales partes diviſa.

Secundò, pro Regula cylindrimetrica conſtrue vas cylindricum A; pro cubimetrica vas cubicum ſeu parallelepipedum B.

Tertiò, infunde in hæc vaſa, pro menſuris, 1, 8, 27, 64, 125, menſuras, aut alium numerum menſurarum cubicum, quorum radices ſeu latera cubica ſunt 1, 2, 3, 4, 5; pro modiis verò, 1, 8, 27, 64, &c. modios; & quóuſque vaſa impleantur, diligenter nota, collo-

catis priùs vaſis ad horizontem parallelis. Impleantur v. g. uſque in G G.

Quartò, igitur lineâ A B diviſâ in centum, aut mille partes, metire tam diametrum fundi interni vaſis cylindrici C D, quàm latera baſis internæ parallelepipedi K H, H C. Metire quoque eâdem lineâ utriuſque impletionis altitudines C G. Quo facto, inquire aream fundorum ſeu baſium prædictorum vaſorum, per dicta Lib. 3. Probl. 1. & 7. Inventam baſim duc in altitudinem impletionis C G, atque ex producto extrahe radicem cubicam. Hujus radicis numerum in partibus lineæ A B inventum intercipe circino, eumque aliquoties transfer in lineam L M ductam in præparata Regula ſeu Virga. Et ſi quidem infudiſti in vaſa unam menſuram, ſignificabunt ſingulæ partes lineæ L M unam menſuram: ſi infudiſti 8, 27, 64, 125; ſignificabunt ſingulæ 8, 27, 64, 125. menſuras: quare ſingulæ dividi debent in duas, tres, quatuor, quinque particulas, ut quælibet particula ſignificet unam menſuram. Exempli gratiâ; habeat utrumque latus K H, H C, 26 partes, altitudo impletionis C G, 43: duc latus 26 partium in ſe, & produces 676; hoc productum duc in altitudinem impletionis, nempe in 43, & produces 29068: ex hoc numero extrahe radicem cubicam, quæ eſt $30\frac{7}{10}$ circiter. Si igitur in vas cubicum infudiſti unam tantùm menſuram, accipe ex linea diviſa A B $30\frac{7}{10}$ partes, eaſque transfer in lineam L M: ſi infudiſti 8 menſuras, accipe ejuſdem numeri dimidium, nemde $15\frac{7}{20}$: ſi 27 infudiſti, accipe tertiam partem ejuſdem numeri, nempe $10\frac{7}{30}$ &c. Et quia pono infuſas fuiſſe 8 menſuras, idcirco accipe ex linea diviſa A B partes $15\frac{7}{20}$, ſive $15\frac{1}{3}$ ferè; eaſque in Regulam L M aliquoties, ut decies, vicies, aut ſæpius transfer, nimirum ex L in N, O, P, Q; & habebis Regulam cubimetricam præparatam. Eodemque modo præparabis Regulam Cylindrimetricam.

Potes quoque unam partem L N, aut etiam omnes, in decem aut centum alias partes ſubdividere; ſic enim uſus ipſius latiùs patebit, & ad vaſorum etiam exiguorum menſurationes extendi poterit.

Dividitur autem una pars major in centum minores commodiſſimè hoc modo. Primò in duas; deinde quælibet harum duarum in alias duas; & harum quælibet in alias quinque (& habebis

bebis jam 20 partes; tandem harum quælibet in alias quinque; ſic enim tota linea in centum æquales partes diviſa erit. Sed nos in Exemplis noſtris facilitatis causâ ponimus partes majores in decem tantùm minores ſubdiviſas eſſe. Unam hujuſmodi majorum partium inſcribere poteris lateri uni Inſtrumenti noſtri, & ubi opus fuerit, in aliquam transferre perticam, aut Regulam planam longiorem.

Regulis igitur in hunc modum conſtructis, jam ad ipſam vaſorum dimenſionem procedamus.

PROBLEMA II.

Vaſa parallelepipeda metiri Regulâ Cubimetricâ.

PEr Vaſa parallelepipeda intelligo hypocauſta, cubicula, granaria, turres quadratas, & omnia quæ conſtant ſex parietibus, quorum duo quilibet oppoſiti ſint paralleli.

Indagaturus igitur quot modios tritici capiat v. g. horreum parallelepipedum, metire Regulâ Cubimetricâ LM ejus longitudinem, latitudinem, & altitudinem; duc longitudinem in latitudinem; productumque duc in altitudinem; & habebis numerum modiorum, quos capit propoſitum granarium.

Ponamus v. g. propoſiti granarii longitudinem habere puncta majora ſeu partes majores Regulæ LM 200, latitudinem 120, altitudinem 80: multiplica 200 in 120, & produces 24000; hoc productum duc in 80, & produces totam horrei capacitatem, nimirum modiorum 1920000.

ANNOTATIONES.

I.

EXcludo in hoc calculo cavitates granarii, quas feneſtræ, januæ, & alia ejuſmodi faciunt; ponoque quatuor muros ſeu parietes, tabulatum item ſuperius, & inferius pavimentum, carere omnibus cavitatibus, lacunis, aſperitatibus, & tumoribus: alioquin etiam harum cavitatum capacitas eſſet indaganda, & numero prædicto adjungenda.

II. *Quod ſi aut longitudo, aut latitudo, aut altitudo, aut omnes ſimul, aut duæ tantùm, non exactè habeant puncta majora, ſed præter illa habeant etiam minora, ut plerùmque accidit; reſolve majora in minora,*

hoc eſt, ſi majora puncta diviſa ſint in decem minora, duc majora in decem; ſi in centum majora ſint diviſa, duc illa in 100, & productis adde puncta minora. Quo facto, duc, ut priùs, longitudinem in latitudinem, & productum hoc in altitudinem, atque ex hoc poſtremo producto reiice tres priores numeros verſus dexteram, ſi puncta majora diviſa ſint in decem minora; ſex, ſi majora in centum minora ſint diviſa; novem, ſi in mille. Exempli cauſa, ſit alicujus granarii longitudo punctorum majorum 108, & minorum 7; latitudo majorum 95, minorum 6; altitudo majorum 42, minorum 5. Igitur ſi majora puncta longitudinis duxeris in 10, productoque adjeceris 7; procreabis puncta minora 1807: ſi latitudinis puncta majora duxeris in 10, productoque addideris 6 minora; efficies 956 minora: denique ſi altitudinis puncta majora duxeris in 10, productoque adjeceris 5 minora; progignes 425 minora. Reſolutis igitur in hunc modum punctis majoribus in minora, ſi duxeris 1807 in 956, progignes 1727492; ſi hoc productum in 425 duxeris, procreabis 734184100: Unde rejectis tribus numeris prioribus verſus dexteram, reſtant 734184. Atque tot modiorum eſt dicti granarii capacitas.

COROLLARIUM I.

Patet hinc, quomodo puteorum priſmaticorum ſeu parallelepipedorum capacitas in certis menſuris inveniri poſſit.

COROLLARIUM II.

Quomodo dimetienda ſit frumenti congeries in granario.

Ex his patet etiam, quomodo metiri debeas magnam aliquam congeriem frumenti in granario aliquo jacentis, (poſſunt enim hæ Regulæ inſervire etiam ad ſolida metienda) ita tamen, ut parallelogrammum ſeu potiùs parallelepipedum congeries illa efficiat. Quia verò ſuperficies illa, qua frumentum contingit pavimentum, ſemper eſt amplior, quàm ſuprema frumenti ſuperficies, tam in longitudine, quàm in latitudine, ita ut congeries illa efficiat quaſi pyramidem truncatam; neceſſe eſt metiri tam inferiorem quàm ſuperiorem longitudinem, item latitudinem tam ſuperiorem quàm inferiorem accipere, eaſque inter ſe adæquare, hoc eſt, ſum-

ma-

marum ſemiſſes pro adæquata longitudine & latitudine accipere, & procedere modo dicto in Problemate. Contineat inferior longitudo partes Regulæ Cubimetricæ majores 120, ſuperior 112; inferior latitudo contineat 80, ſuperior 72; erit igitur æquata longitudo 116, latitudo 76: ſit denique frumenti profunditas punctorum majorum 4. Igitur ſi hos tres numeros 116, 76, 4, in ſe duxeris, hoc eſt, ſi 116 duxeris in 76, & productum in 4; procreabis totam frumenti ſummam, quam reperies modiorum 35264. De adæquatione inæqualium laterum dicemus plura infrà Probl. 9. & 10.

PROBLEMA III.

Foſſæ excavandæ capacitatem invenire.

VUlt quidam circa civitatem aut arcem ducere foſſam, cujus latitudo ſuperior eſſe debeat 16 cubitorum, inferior duodecim, profunditas octo, longitudo mille. Debet autem pro quolibet cubito cubico expendere 49 Julios. Quærit, quantum pecuniæ pro tota foſſa expendere debeat. Sit ſuperior latitudo AF, inferior CD, profunditas GC. Quia triangula AEC, BFD, ſunt æqualia in poſito exemplo, ut ſuppono; erit parallelogrammum ABDE, æquale trapezio ACDE, per dicta lib. 3. par. 2. Probl. 4. Cùmque latitudo BG ſit duodecim Cubitorum (eſt enim æqualis latitudini CD;) erit tam AG, quàm FB, duorum cubitorum; quare tota AB erit 14 cubitorum: & eſt profunditas GC, octo cubitorum. Si igitur 14 in 8 ducas, habebis 112, aream parallelogrammi AEDB, ſive trapezii ACDF. Hæc igitur area ducta in longitudinem foſſæ, quam poſuimus cubitorum 1000, erit tota foſſæ capacitas cubitorum cubicorum 112000. Et quia pro uno cubito expendere debet 40 Julios; ſi 112000 duxeris in 40, produces 4480000 Julios; quibus per 10 diviſis, reperies 448000 ſcuta ſeu aureos. Fig. LXXXIX. Icon. XIII.

PROBLEMA IV.

Vaſa cubica duplicare, triplicare &c. mechanicè, ope Regulæ Cubimetricæ.

MEchanicè ſeu practicè vaſa cubica, imò & cubica corpora ſolida, ſic duplicabis ope prædictæ Regulæ cubimetricæ.

Meti-

Metire latus cubi dati quodcunque, & in partes diviſum duc in ſe; productum in duplum numeri illius, in quem latus diviſum eſt; atque ex hoc poſtremo producto extrahe radicem cubicam; & hæc radix erit latus cubi duplicandi. Exempli cauſa, Eſto aliquis cubus, cujus latus 20 pedum ſit. Duc 20 in ſe, & produces 400; hoc productum duc in duplum lateris, nempe in 40, & produces 16000; hujus numeri radix cubica propinquior eſt paulò minor, quàm $25\frac{1}{5}$, nam hic numerus in ſe cubicè multiplicatus producit $16003\frac{1}{125}$, qui numerus valde parum abeſt ab hoc numero 16000; eſt verò hic numerus duplus cubi radicis 20.

Si cubus ſit triplicandus, duc primò latus cubi triplicandi in ſe ipſum, deinde productum in triplum lateris; nam ex poſtremo hoc producto educta radix cubica dabit latus cubi triplicandi. Sit exempli cauſa cubus, cujus latus ſit 20 pedum, triplicandus; duc 20 in ſe, productum in triplum lateris, hoc eſt, in 60, & ex poſtremo hoc producto extrahe radicem cubicam, quam reperies majorem quàm $28\frac{6}{7}$, minorem quàm $28\frac{7}{8}$.

PROBLEMA V.

Concavas columnas, turres, & quæcunque priſmata, baſes habentia triangulares, pentagonas, hexagonas, Octogonas, & etiam irregulares, dimetiri.

Metire primò ſingula baſis latera Regulâ Cubimetricâ. Quibus habitis, inquire per ea quæ diximus in Epipedometria lib. 3. par. 2. aream baſis. Si enim illam in altitudinem columnæ, turris, aut priſmatis duxeris, habebis totius columnæ, turris, aut priſmatis capacitatem.

Exemplum. Sit turris octogona, cujus quodlibet octo laterum B C, C D, D E &c. habeat puncta majora 20, linea verò ex aliquo angulorum B, C, D &c. ad centrum A ducta, habeat puncta majora 26. Quia igitur tota figura reſolvitur in octo talia triangula, quale eſt B A C; & quia latera A B, A C, ſunt æqualia, nimirum 26, baſis verò B C 20 punctorum majorum; erit area figuræ, per Probl. 5. Lib. 3. par. 2. punctorum quadratorum 166 ferè. Igitur ductis 166 in 8, numerum triangulorum, in quæ figura reſolvi

Fig. XC. Iconiſ. XV.

ſolvitur; exurgit totius figuræ area punctorum quadratorũ 1328: quibus in altitudinem turris, quæ ſit 340 punctorum majorum, ductis, prodit totius turris capacitas, nimirum modiorum 451520.

Eodem modo in omnibus aliis agendum eſt: ſi enim area ducatur in altitudinem, habebitur ſemper totius turris, priſmatis, aut columnæ, capacitas.

PROBLEMA VI.

Tetraëdra, ſeu Pyramides regulares, & reliqua corpora regularia, metiri.

PRimò pyramidem regularem, cujuſmodi eſt tetraëdrum ex corporibus regularibus, dimenſurus quoad capacitatem inanitatis, duc aream baſis pyramidis in altitudinem, & productum divide per tria, habebiſque capacitatem ipſius. Ratio hujus operationis eſt, quia cùm omne priſma triangularem habens baſim, reſolvatur in tres pyramides æquales, & triangulares habẽtes baſes, *per* 7am. *Propoſ lib.* 12. *Euclid.* ſequitur quamlibet pyramidem eſſe tertiam partem priſmatis, quod eandem cum ipſa baſim & altitudinem habet, ut etiam diximus Libro præcedente Probl. 4.

Exempli cauſa, ſit pyramis, cujus baſis latera ſingula ſint octo punctorum majorum: erit igitur quadratum areæ baſis 768, (operando juxta Regulam ſecundam generalem traditam lib. 3. par. 2. Probl. 3. adeoque ipſa area $27\frac{8}{11}$ ferè. Sit altitudo pyramidis 20 punctorum majorum; cujus quadratum 400 ſi duxeris in quadratum areæ, produces 307200, quadratum capacitatis priſmatis eandem baſim & altitudinem cum pyramide habentis. Quare ſi ejus radicem quadratam, quæ eſt $554\frac{1}{4}$ ferè, per tria diviſeris, proveniet capacitas pyramidis $184\frac{3}{4}$ punctorum cubicorum ferè.

Secundò, cùm omnia corpora regularia in tot pyramides reſolvantur, quot baſes ſeu ſuperficies habent; ſi areæ ſuperficierũ ducantur in numerum ſuperficierum ſive baſium, productum in altitudinem pyramidum, quæ eſt ſemiſſis altitudinis totius corporis (eſt autem altitudo corporis regularis, diſtantia duarum ſuperficierum oppoſitarum ſeu parallelarum) productum dividatur per 3, prodit totius corporis capacitas.

Sed ab hoc calculo excipiendum eſſe tetraëdrum, manifeſtum eſt, cùm non habeat ſuperficies parallelas.

Sed jam exemplum afferamus. Sint latera baſium dodecaëdri 6 punctorum majorum, altitudo 14; erit igitur area pentagona baſis $61\frac{7}{8}$ punctorum majorum quadratorum, per Propoſ. 5. partis 2. lib. 3. quæ ducta in 12, nempe in numerum ſuperficierum, facit $742\frac{1}{2}$. Et quia altitudo corporis ponitur 14 punctorum, erit ſemiſſis 7; quæ ſemiſſis eſt altitudo pyramidum, in quas dodecaëdrum reſolvitur. Si igitur 7 ducantur in $742\frac{1}{2}$, producuntur $5197\frac{1}{2}$; hujus tertia pars $1732\frac{1}{2}$, eſt totius dodecaëdri capacitas.

PROBLEMA VII.

Cylindrorum Capacitatem invenire.

IN Cylindris dimetiendis utimur Regula Cylindrimetrica. Cylindros igitur dimenſurus, metire Regulâ Cylindrimetricâ primò latitudinem Cylindri, hoc eſt, diametrum baſis Cylindri, ut habeas ejuſdem baſis aream, per Probl. 10. partis 2. Lib. 3. deinde ejuſdem Cylindri longitudinem ſeu altitudinem. Hoc facto, duc baſis aream in longitudinem Cylindri, & habebis capacitatem.

Exemplum. Sit alicujus cylindri baſis, ex latitudine ſeu diametro inventa, punctorum minorum 3249, longitudo verò ſeu altitudo punctorum itidem minorum 128. Duc 3249 in 128, producetur hic numerus, 415872; ex quibus rejectis tribus prioribus figuris dextris, ut invenias puncta majora, reſtant menſuræ 415, ſeu potiùs 416, propterea quòd numerus ultimus rejectus, qui eſt 8, ferè ad 10 accedit. Si calculum accuratiùs ſubducere deſideres, dic per Regulam Proportionum: 1000 dant unam menſuram, quid dant figuræ rejectæ, ſcilicet 872? & reperies $\frac{7}{8}$ ferè unius menſuræ. Igitur vera capacitas totius cylindri erit $415\frac{7}{8}$ menſurarum.

COROLLARIUM.

PAtet hinc, quomodo puteorum Cylindraceorum capacitas inveniri poſſit.

PRO-

PROBLEMA VIII.

Pyramidum & Conorum capacitates invenire in certis menſuris.

LIbro præcedente Problem. 4. docuimus, qua ratione pyramidum & conorum ſolidorum area ſeu ſoliditas in pedibus cubicis, aliiſvè ſimilibus menſuris, ſit invenienda. Ex quibus quidem etiam conſtat, qua ratione eorundem corporum concavorum capacitates ſint dimetiendæ in certis liquidorum, aut aridorum menſuris cubicis: eſt enim utrobique eadem ratio. Etenim hîc etiam Pyramidum & Conorum capacitas generaliter cognoſcitur ex multiplicatione ſuperficiei ſeu areæ baſis eorundem in altitudinis tertiam partem, vel ex multiplicatione tertiæ baſeos partis in totam altitudinem. Quare ſi per Libri tertii partis ſecundæ Problemata, tam area baſis pyramidis, vel coni oblati, quàm altitudo eorundem, inter partes Regulæ cubimetricæ inquiratur, & facta multiplicatione unius in alteram, baſis inquam in altitudinem, productum per tria dividatur, invenitur deſiderata capacitas.

COROLLARIUM.

PAtet hinc, quomodo poculorum pyramidalium & conicorum capacitas reperiri poſſit.

PROBLEMA IX.

Vaſa inæqualium baſium metiri.

SUprà Problemate ſecundo docuimus, quomodo menſuranda ſint vaſa priſmatica ſeu parallelipepeda, quorum videlicet baſes, ſeu inferior & ſuperior ſuperficies, ſint æquales, ſimiles, & parallelæ, reliquæ verò parallelogrammæ, hoc eſt, quorum perimeter ubique eſt æqualis, tam ſcilicet inferiùs, quàm ſuperiùs, & in partibus interjectis. Reperiuntur tamen vaſa nonnulla, quorum ſuperior baſis (imaginaria) exiſtit major, vel minor inferiori, quamvis eidem parallela & ſimilis exiſtat. Hujuſmodi vaſorum menſuram, quando differentia dictarum baſium eſt valde notabilis, abſolves eo modo, quo libro præcedenti Probl. 5. diximus

menſuranda eſſe fruſtra pyramidum & conorum. Quando verò differentia non eſt admodum notabilis, procedere poteris tali pacto.

Quoniam baſes oppoſitæ, ſuperior & inferior, inæquales ſunt, ſimiles tamen & parallelæ, ut ſupponitur; adæqua illas, hoc eſt, inquire inter ipſas mediam aliquam inter majorem & minorem, eamque duc in altitudinem, & productum dabit vaſis capacitatem. Adæquantur autem baſes facillimè, ſi reperiatur ſeparatim utriuſque area, & ſumma ex utraque facta dimidietur; hæc enim dat baſim adæquatam. Quomodo porrò baſis utraque reperiatur, patet ex dictis libro præcedente.

Dimidiatur etiam ſeu adæquatur utraque baſis, ſi minor auferatur à majori, & differentiæ dimidium vel adiiciatur minori, vel auferatur à majori; ſumma enim reſidua, aut reſultans, eſt baſis adæquata.

PROBLEMA X.

Doliorum ſeu vaſorum vinariorum capacitatem reperire.

Fig. XCI. Iconiſ. XV. DOlia, ſeu vaſa vinaria referunt plerùmque figuram duplicis coni decurtati, quorum baſes ſint circa doliorum medium conjunctæ, vertices verò decurtati ſint fundi. Tale eſt appoſitum dolium A B C D E F, conſtans duobus conis truncatis A F B E, & C D B E, quorum baſes B E ſunt in medio dolii, ſeu in ejus ventre conjunctæ, fundi verò A F, & C D, ſunt conorum truncatorum vertices. Quando igitur doliorum fundi A F, C D, non ſunt notabiliter minores quàm venter B E, hoc eſt, quando fundorum diametri non admodum differunt à diametro ventris; inquiri poteſt doliorum capacitas eodem modo, quo diximus Problemate præcedente inquirẽdam eſſe capacitatem conorum truncatorũ.

Semper ergo in doliorum dimenſione adæquandi priùs ſunt fundi & ventres. Et quidem ſi fundi ſunt inter ſe æquales, ut plerùmque fit; unica adæquatio ſufficit, nempe diametrorum ventris & unius fundorum: ſi autem inæquales ſunt, duplici adæquatione opus eſt, nempe primò duorum fundorum, deinde fundi æquati cum ventre.

Fig. XCI.

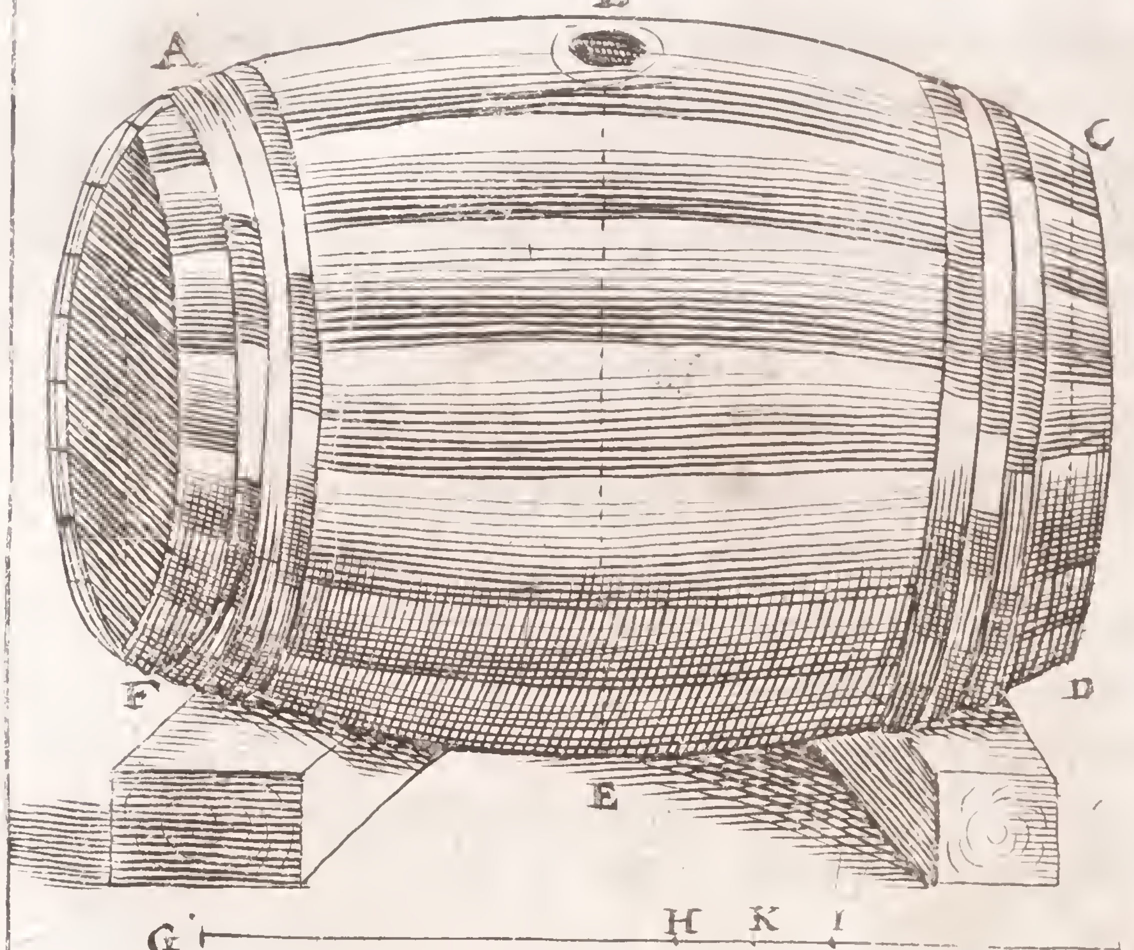


Fig. I XC.

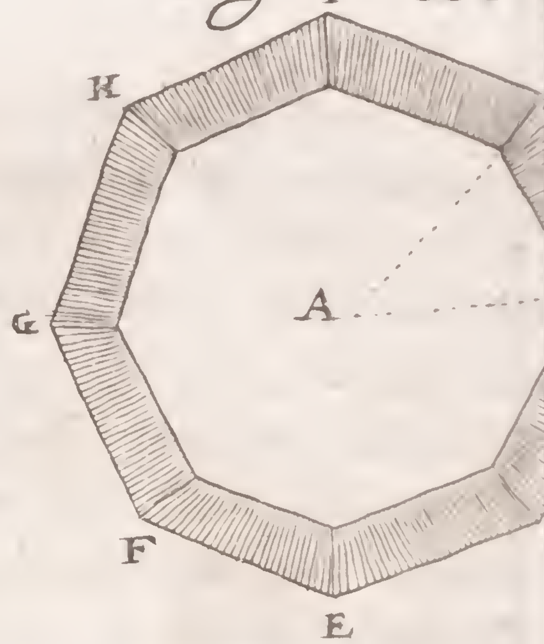


Fig. XCIV.

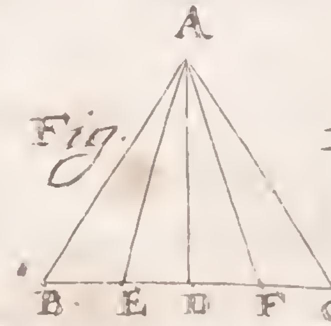


Fig. XCV.

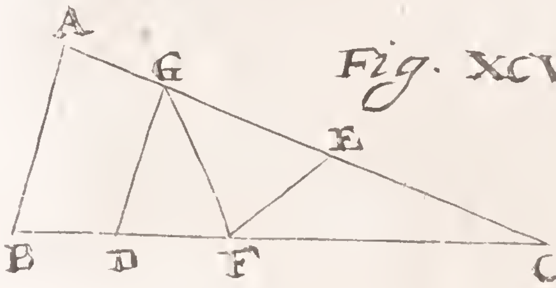


Fig. XCVI.

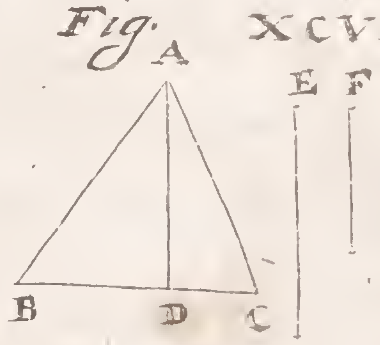


Fig. XCVII

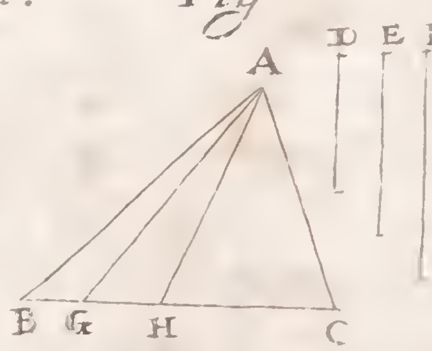


Fig. XCVIII.

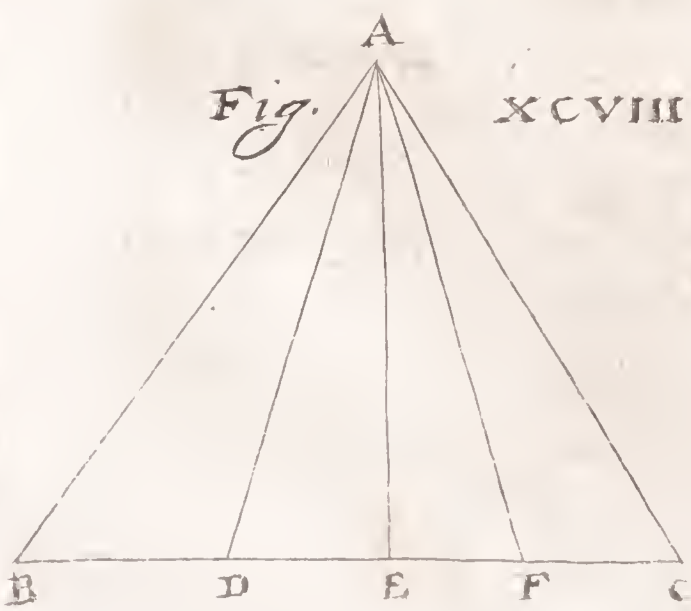
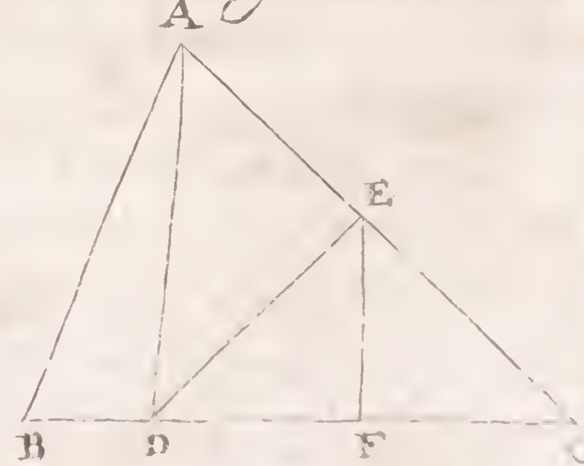


Fig: XCIX.



Si igitur fundi fuerint æquales, inquire diametrum unius fundi primò, & deinde diametrum ventris ab interna ſuperficie curvitatis B, uſque ad internam ſuperficiem curvitatis E; adde utramque in unam ſummam, & erit ſummæ dimidium diameter adæquata. Eandem adæquationem habebis ſine arithmetica, ſi utramque prædictam diametrum notes in Regula, & inter utriuſque differentiam ſumpſeris punctum medium; hoc enim dabit diametrum adæquatam: ut ſi fundi diameter ſit G H, ventris diameter G I; erit G K diameter adæquata.

Exemplum. Sit utraque diameter fundorum alicujus vaſis vinarii punctorum majorum 7, minorum 4; ventris verò diameter ſit punctorum majorum 9, minorum 6. Si reſolvantur majora puncta in minora, fiet fundorum diameter alterutra punctorum minorum 74, ventris 96; quorum dimidium, nimirum 85, eſt diametrus vaſis adæquata. Habita diametro æquata, metire etiam longitudinem vaſis inter fundorum ſuperficies internas, ſitque punctorum majorum 15, minorum 5; ergo majora in minora reſoluta faciunt 155. His factis, duc 85 in ſe, & produces 7225, nempe quadratum diametri fundorum. Ex hoc quadrato ut invenias aream circuli alterutrius fundorum, dic, per ea quæ docuimus Lib. 3. par. 2. Probl. 10, Si 14 dant 11, quid dabunt 7225? reperies $5676\frac{11}{14}$ pro area fundi. Hæc ſi multiplices in vaſis longitudinem 155, & ex ſumā producta reiicias tres priores figuras dextras; reperies totius vaſis capacitatem.

Si autem fundi fuerint inæquales, eos quoque adæquare debes, hoc eſt, utriuſque ſummæ dimidium ſumere, deinde hoc dimidium addere diametro ventris, rurſuſque hujus ſummæ dimidium pro diametro adæquata ſumere, ex eaque aream circularem elicere, & ducere in longitudinem vaſis; productum enim dabit vaſis capacitatem, ut antea.

ANNOTATIONES.

I.

SI fundi vaſorum non ſint circulares, ſed elliptici, ſic procedes. Per Regulam ſeu Virgam tuam fundorum latitudinem utramque decuſſatim accipito, binas faciendo in Regula tua notas; punctum enim inter haſce notas medium æquabit illas. Similiter æquabis planum imaginarium B E

per ventrem vaſis tranſiens, decuſſando ipſius latitudines ſeu diametros binas. Medium inter utrumque planum, fundi inquam & ventris, exhibebit diametrum æquatam vaſis. Ex diametro ſic adæquata quære aream circuli; hanc duc in vaſis longitudinem; & habebis vaſis continentiam.

II. *Longitudo vaſorum vinariorum eſt, recta inter utramque internam fundorum ſuperficiem comprehenſa, ut paulò antè etiam inſinuavi. Quare cùm hæc longitudo ſit forinſecùs menſuranda, debet à tota extrinſeca vaſis longitudine demi uterque margo prominens extra fundos, & præterea utriuſque fundi craſſities.*

PROBLEMA XI.

Regulam menſoriam, quam virgam viſoriam appellant, conſtruere ad dolia vinaria menſuranda.

TAmetſi quælibet ferè dolia vinaria menſurari poſſint prædictâ Regulâ & arte, tamen ad dimetienda eadem promptiùs & faciliùs, ſolent Mechanici conſtruere Regulam menſoriam, quam virgam viſoriam (**viſier ruden** germanicè) appellant; qua ſine omni arithmetica metiuntur vaſa vinaria. Quæ tamen virga eſt ita conſtructa, ut longè difficilior mihi videatur ipſius uſus, quàm præcedentis Regulæ cylindrimetricæ uſus. Quoniam tamen aliquibus placet, eam hìc adiicere non gravabor unà cum ipſius uſu. Hujus igitur virgæ conſtructionem docebimus hoc Problemate, uſum ſequenti.

Fig. XCII. Icon. XIV. In lineam A B ductam in aliquo plano transferantur ex virga ſuprà conſtructa, majora puncta ſeu partes æquales 8. Eligo hunc numerum, 8, quia hujus numeri quadratum, quod eſt 64, æquale eſt numero menſurarum conſtituentium in multis locis unam urnam (**Aymer** appellant Germani) ut Norimbergæ, Ingolſtadii, & alibi. Quòd ſi in illo loco, pro quo virgam viſoriam conſtruere vis, alius numerus menſurarum conſtituat urnam; alius numerus æqualium partium transferendus eſt in lineam A B. Transferantur inquam in dictam lineam A B, 8 puncta majora, nimirum A D, D E, E F, F G, G H, H I, I K, K B; & ad punctum A exercitetur per-

Iconiſmus XVI. Ponatur e regione pag. 17[illegible]

Fig. XCII.

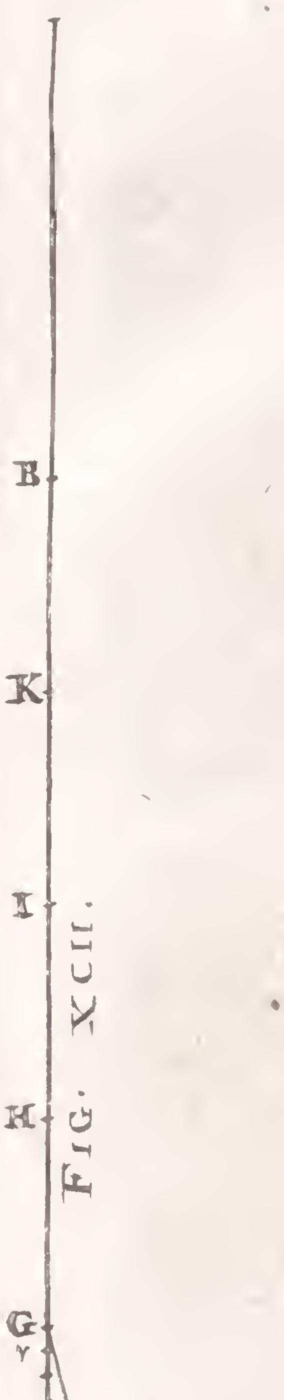


Fig. XCIII.



perpendicularis A C, æqualis uni majorum punctorum, nempe puncto A D.

Translatis hoc modo in lineam A B punctis majoribus, & ductâ perpendiculari A C, invenienda quoque ſunt puncta minora. Sunt autem puncta minora duplicia: quædam enim ſunt puncta minora profunditatis ſeu latitudinis, quædam longitudinis vaſorum. Puncta profunditatis inæqualia ſunt, longitudinis æqualia. Longitudinis puncta inſcribuntur eodem modo quo ſuprà Problem. 1.

Inæqualia profunditatis puncta, geometricè per Propoſit. 47. lib. 1. Euclidis hoc modo in lineam A B transferuntur. Pone unum circini pedem in C, alterum extende in D, atque hanc circini aperturam transfer ex A in l. Deinde pone rurſus unum pedem in C, alterum extende in l, hancque circini aperturam tranſfer ex A in m. Tertiò pone unum pedem in C, alterum extende in m, atque hanc aperturam transfer ex A in E (in hoc enim punctum cadere debet apertura circini C m, alioquin erratum eſt.) Rurſus ponatur unus pes circini in C, alter extendatur in E, & transferatur diſtantia C E ex A in n; & deinde diſtantia C n, ex A in o; diſtantia C o, ex A in p; diſtantia C p, ex A in q: debebitque rurſus, ſi erratum non eſt, diſtantia C q, diſtantiæ A F æqualis eſſe: item diſtantia C r, diſtantiæ A G &c. Facta hac diviſione lineæ A B, videbis primum punctum majus A D dictæ lineæ manere indiviſum, ſecundum D E dividi in tria minora puncta, tertium E F in quinque, quartum F G in ſeptem, quintum G H in novem, ſextum H I in undecim, ſeptimum I K in tredecim, octavum K B in quindecim. Significat autem diſtantia A D unam menſuram, A l duas, A m tres, A E quatuor, & ſic deinceps.

Arithmeticè etiam ex ſequenti radicum quadratorum tabula deportantur puncta minora in lineam A B. In qua tabula, co-

	Menſuræ	Partes milleſimæ	Partes centeſimæ		Menſuræ	Partes milleſimæ	Partes centeſimæ.
1	1	1000	100		5	2236	224
	2	1414	141		6	2450	245
	3	1732	173		7	2658	266
2	4	2000	200		8	2828	283

3	9	3000	300		37	6083	608
	10	3162	316		38	6164	616
	11	3316	332		39	6245	624
	12	3464	346		40	6325	632
	13	3605	361		41	6403	640
	14	3742	374		42	6481	648
	15	3874	387		43	6657	656
4	16	4000	400		44	6633	663
	17	4123	412		45	6708	671
	18	4242	424		46	6782	678
	19	4361	436		47	6856	686
	20	4472	447		48	6928	693
	21	4583	458	7	49	7000	700
	22	4690	469		50	7071	707
	23	4796	480		51	7141	714
	24	4897	490		52	7211	721
5	25	5000	500		53	7280	728
	26	5099	510		54	7348	735
	27	5196	520		55	7417	742
	28	5291	529		56	7483	748
	29	5385	539		57	7550	755
	30	5488	548		58	7616	762
	31	5567	557		59	7681	769
	32	5657	566		60	7746	775
	33	5744	574		61	7810	781
	34	5831	583		62	7874	789
	35	5916	592		63	7937	794
6	36	6000	600	8	64	8000	800

ſumma prima ſignificat ordinem menſurarum ſeu punctorum, tam majorum, quàm minorum, quæ lineæ A B ſunt imprimendæ: ſecunda verò columna ſignificat diſtantiam ſingularum menſurarum ſeu punctorum à puncto A verſus punctum B prædictæ lineæ A B, diſtantiam inquam in partibus, qualium A D vel A C menſura nimirum prima, 1000: tertia denique columna ſignificat earundem menſurarum ſeu punctorum diſtantiam à puncto A in partibus, quarum A D cenſetur eſſe 100. Quòd ſi intervallum A D cenſeatur diviſum ſolummodò in decem æquales partes, conſtruenda eſſet alia columna, quæ duabus tantùm figuris conſtaret, rejectis duabus verſus dexteram ex ſecunda columna; habendo tamen ſemper reſpectum ad figuras rejectas, ut unitate augeri poſſit figura dextera remanens.

Prædictæ igitur tabulæ beneficio puncta minora profunditatis inſcribes lineæ A B jam diviſæ in octo puncta majora, tali ratione. Primum ſpatium ſeu prima menſura A D, dividatur in 1000, aut 100 partes; & harum partium 1414, aut 141, intercipe circino, & transfer ex A in l; hoc eſt, accipe ex prædictis 1000, aut 100 particulis particulas 414, aut 41, eaſque ex D transfer in l, & habebis punctum pro ſecunda menſura. Pro tertio puncto transfer ex A in m 1732, aut 173 particulas, hoc eſt, ex D in m transfer 732, aut 73. Pro quarto puncto transfer ex A in E 2000, aut 200 particulas, ſive ex D in E 1000, aut 100; cadetque hoc punctum minus in majus punctum E jam antea notatum; alioquin erit erratum. Simili modo procedes in aliis punctis minoribus notandis in linea A B ex appoſita tabula radicum quadratarum.

Si inter puncta hactenus notata in linea A B, vis etiam notare puncta intermedia, quæ ſignificent præter integras menſuras, etiam menſuras dimidias, nempe $1\frac{1}{2}$, $2\frac{1}{2}$, $3\frac{1}{2}$, &c. id aſſequeris ope ſe-

Menſuræ dimidiæ	Partes milleſimæ	Partes centeſimæ
$1\frac{1}{2}$	1224	122
$2\frac{1}{2}$	1581	158
$3\frac{1}{2}$	1870	187
$4\frac{1}{2}$	2121	212

Menſuræ dimidiæ	Partes milleſimæ	Partes centeſimæ
$5\frac{1}{2}$	2345	234
$6\frac{1}{2}$	2550	255
$7\frac{1}{2}$	2738	274
$8\frac{1}{2}$	2915	291

9 ½	3082	308	12 ½	3535	353
10 ½	3240	324	13 ½	3674	367
11 ½	3391	339	14 ½	3807	381

quentis tabulæ, extenſæ ſolùm uſq; ad ſpatium inter 14 & 15 punctum; reliqua enim puncta dividi poſſunt circino in duas partes ferè æquales; quamvis revera prior medietas verſus A ſemper debeat eſſe paulò major, quàm altera medietas verſus B.

Si denique lineæ A B inſcribere etiam velles puncta primorum ſcrupulorum, ita ut quodlibet ſpatium prædictæ lineæ dividatur in partes decem; fieri id poteſt, ſi dividatur quodlibet ſpatium circino in alias decem, ita tamen, ut priores verſus A ſint ſemper majores, quàm poſteriores verſus B. Meliùs tamen & ſecuriùs id fiet in primis 20 ſcrupulis ope ſequentis tabellæ.

Menſ. ſcrup.	Partes milleſimæ	Partes centeſimæ	Menſ. ſcrup.	Partes milleſimæ	Partes centeſimæ
0	0	0	10	1000	100
1	316	32	11	1048	105
2	447	45	12	1095	109
3	548	55	13	1140	114
4	632	63	14	1183	118
5	707	71	15	1224	122
6	774	77	16	1265	126
7	836	84	17	1304	130
8	894	89	18	1342	134
9	949	95	19	1378	138

Fig. XCIII Icon. XVI. Lineâ A B prædicto modo, ſeu geometricè, ſeu arithmeticè diviſâ, fiat parallelogrammum L B G D, cujus latus L B dividatur in octo partes, æquales partibus majoribus lineæ A B, nempe L Z, Z T, T X, X M, M N, N O, O P, P B: & ducantur in dicto parallelogrammo præter lineas L B, G D, aliæ quinque lineæ, quarum prima in vertice habeat, 2, in pede, 4; ſecunda in vertice, 3, in pe-

in pede, 6; tertia in vertice, 4, in pede, 8; quarta in vertice, 5, in pede, 10; quinta in vertice, 6, in pede, 12; ultima in vertice, 7, in pede, 14; & per puncta majora Z, T, X, M, N, O, P, lateris L B, ducantur lineæ lineis L D, B G, parallelæ, ut omnes quinque prædictæ lineæ unà cum extremis parallelogrammi lineis L B, D G, dividantur in octo æquales partes. Harum octo partium quælibet in linea, 2, 4, ſubdividatur in alias duas æquales; in linea, 3, 6, in alias tres; in linea, 4, 8, in alias quatuor; in linea, 5, 10, in alias quinque; in linea, 6, 12, in alias 6; in linea denique, 7, 14, in alias ſeptem. Atque hæc erunt puncta longitudinis, quia æqualia in qualibet linea inter ſe ſunt. Puncta verò primæ lineæ L B, quæ ex linea A D deſumpta ſunt, erunt puncta profunditatis, quia inæqualia.

Numeri deleti, ſeu lineolâ inducti, in prædicto parallelogrammo, qui ſubſcripti ſunt in qualibet linea numeris non deletis, ſignificant dimidio minùs quàm non deleti. Sic 3 ſignificat $2\frac{1}{2}$, 4 ſignificat $3\frac{1}{2}$, 5 ſignificat $4\frac{1}{2}$ &c. Quodlibet punctum minus in lineis longitudinis ejuſdem prædicti parallelogrammi valet octo menſuras.

PROBLEMA XII.

Dolia ſeu vaſa vinaria metiri Regulâ viſoriâ.

PRæpara Regulam ex ligno ſolido & bene polito, æqualis longitudinis cum linea A B, ſeu L B diviſa in præcedenti Problemate; & ductâ per ejus longitudinem lineâ rectâ, æquali prædictæ lineæ A B, ſeu L B, transfer in ipſam omnia puncta prædictarum linearum; & habebis Regulam ſeu virgam viſoriam, cujus ope omnium doliorum capacitates inquires hoc modo.

Inquiratur profunditas ventris dolii per orificium immiſsâ Regulâ, eaque notetur cretâ in latere L B, aut alia in linea: inquiratur quoque diameter fundorum, ſimiliterque cretâ in eodem latere L B notetur, aut in alia linea. Quo facto, quæratur medium inter duo puncta notata cretâ, in dicta regula, & habebis diametrum dolii æquatam. Æquatâ hoc modo diametro profunditatis, metire etiam longitudinem vaſis. Ex utraque, profunditate ſcilicet & longitudine, invenies dolii capacitatem ſic.

Primò, ſi fuerit profunditas æquata punctorum majorum 3, longitudo punctorum majorum 8, ſive æqualis longitudini Regulæ; continebit vas exactè tres urnas. Si fuerit profunditas æquata 4 punctorum majorum, longitudo æqualis Regulæ, ſeu 8 punctorum majorum; continebit vas quatuor urnas. Si profunditas fuerit punctorum majorum 5, longitudo æqualis Regulæ; continebit vas quinque urnas &c.

Secundò, ſi profunditas fuerit punctorum majorum 6, longitudo contineat totam Regulam, & prӕterea puncta majora 4; quære puncta majora profunditatis in capite Regulæ ſeu Parallelogrammi, & inde deſcende uſque ad punctum majus quartum, & invenies ibidem notata 9; continebit ergo vas novem urnas. Si profunditas habeat puncta majora 3, longitudo totam Regulam, & prӕterea duo puncta majora; quære 3 in capite Regulæ, & inde deſcende uſque ad ſecundum punctum majus, nempe uſque ad C, videbiſque paulò ſupra illud hunc numerum deletum, 4; qui numerus ſignificat, ut ſuprà dixi, $3\frac{1}{2}$ urnas, ſive tres urnas & 32 menſuras. At quoniam à numerò deleto, 4, uſque ad ſecundum punctum majus C, ſuperſunt duo puncta minora, quorum quodlibet valet octo menſuras, ut in fine præcedentis Problematis dixi, debes ad urnas $3\frac{1}{2}$, ſeu ad urnas 3 & menſuras 32, adiicere adhuc menſuras 16, ideoque vas continebit urnas tres & menſuras 48.

Tertiò, ſi profunditas habeat 4 puncta majora, longitudo totam Regulam, & prӕterea 2 majora, & 3 minora puncta; quære 4 profunditatis puncta in capite Regulæ, & inde deſcende per duo majora, & tria minora puncta, nempe uſque ad litteram P; reperieſque juxta ſecundum majus punctum quinque urnas: & quia ab illo puncto uſque ad tertium minus P, ſunt numerandæ 24 menſuræ, cuilibet minori puncto tribuendo octo menſuras, ut paulò antè dixi; erit totius vaſis capacitas quinque urnarum & 24 menſurarum.

Quartò, ſi profunditas ſit punctorum majorum 5, minorum 3, longitudo præter totam Regulam habeat puncta majora 3; quære 5 majora profunditatis puncta in capite Regulæ, & inde deſcende uſque in tertium punctum majus, reperieſque ſupra illud hunc numerum deletum 7, qui ſignificat $6\frac{1}{2}$ urnas, ſive 6 urnas, & 32 menſuras; quibus ſi addideris 24 menſuras, propter tria minora lon-

ſa longitudinis puncta, quæ inter numerum hunc, ✶, & tertium majus punctum interjecta ſunt; conflabis 6 urnas, & 56 menſuras. Sed quia profunditas præter quinque puncta majora habet tria minora, addendæ ſunt ter tot menſuræ, quot puncta majora continet tota vaſis longitudo: quoniam igitur vaſis longitudo continet totam Regulam, & inſuper tria puncta majora, hoc eſt, 11 puncta majora; debent addi ter undecim menſuræ, hoc eſt 33; quare tota vaſis capacitas erit ſeptem urnarum & 25 menſurarũ.

Quintò, ſi profunditas ſit punctorum majorum 6, minorum 5; longitudo præter totam Regulam habeat puncta majora 6, minora 4, hoc eſt, tota longitudo vaſis habeat puncta majora 14, minora 4: quære 6 profunditatis puncta majora in capite Regulæ, & inde deſcende uſque ad ſextum punctum majus, reperieſque numerum hunc deletum, ✝✝, hoc eſt, urnas $10\frac{1}{2}$, ſeu decem urnas & 32 menſuras; quibus propter 4 puncta minora longitudinis adde 32 menſuras, & habebis exactè 11 urnas. Rurſus adde toties 14 menſuras, quot profunditas puncta minora habet, hoc eſt, quinquies 14, nimirum 70 menſuras; habebiſque in univerſum urnas duodecim, menſuras ſex. Denique quia longitudo habet 4 minora puncta, duc illa in minora puncta longitudinis, nempe in 5, & produces 20; quibus per 6 diviſis (per 6 autem dividi debent, quia ſextæ lineæ majora puncta in ſex minora diviſa ſunt) proveniunt $3\frac{1}{3}$ menſuræ. Ergo totius vaſis capacitas eſt 12 urnarum & $9\frac{1}{3}$ menſurarum.

Nota, ſi longitudo haberet etiam partes punctorum minorum, ut dimidium unius puncti minoris, aut unam tertiam, aut unam quartam, quintam &c. vel etiam duas tertias, tres quartas, duas, tres, aut quatuor quintas partes, illarum etiam partium rationem habendam eſſe. Exempli cauſa, ſi vas aliquod præter puncta majora & minora haberet etiam ſemiſſem minoris partis, accipiendæ eſſent tantùm quatuor menſuræ: ſi longitudo vaſis haberet præter puncta majora & minora unam tertiam partem minoris puncti, accipiendæ eſſent $2\frac{2}{3}$ menſuræ. Ratio eſt, quia ſi dividantur 8 per 3, proveniunt $2\frac{2}{3}$. Si haberet unam quartam partem puncti minoris, accipiendæ eſſent duæ tantùm menſuræ. Si unam quintam, accipiendæ eſſent $1\frac{3}{5}$ unius menſuræ, ſiquidem ſi dividantur 8 per 5, proveniunt $1\frac{3}{5}$. Si haberet tres quartas partes

unius puncti minoris, accipiendæ eſſent ſex menſuræ. Ratio eſt, quia ſi 8 in 3 ducantur, producentur 24; quibus per 4 diviſis proveniunt 6; ſex ergo menſuræ accipiendæ eſſent. Si punctum minus haberet duas tertias partes, accipiendæ eſſent $5\frac{2}{3}$ menſuræ: ductis enim 8 in 2, producuntur 16; his per 3 diviſis, proveniunt $5\frac{2}{3}$.

Sextò, ſi profunditas plùs haberet quàm totam Regulam, operare cum dimidio profunditatis & longitudinis, ut hactenus dictum eſt, dabitque inventi quadruplum capacitatem vaſis optatam.

Septimò, ſi longitudo vaſis non contineret totam Regulam, duc puncta minora profunditatis in majora longitudinis, & reperies menſuras, quæ vaſe continentur.

LIBER

LIBER VII. GEODÆTICUS,

ſive

De Superficierum diviſionibus.

GEodæſia pars eſt Geometriæ practicæ non poſtrema; ejuſque officium proprium eſt, ſuperficies quaſcunq; propoſitas in quaſcunque partes deſideratas partiri. De ſuperficierum diviſionibus agunt Machometus Bagdedinus, Federicus Commandinus, Chriſtophorus Clavius lib. 6. Geomet. pract. Simon Stevinus, Petrus Dionyſius Veglia, Eraſmus Rheinholdus; plerique tamen valde intricatè. Ego praxes faciliores tantùm, & communiores afferam; reliqua leget, qui volet, apud citatos Auctores. Agimus autem de Geodæſia, tum ut integram de Geometria practica materiam tradamus, tum quia ſuperficies dividendæ commodiſſimè in Inſtrumento noſtro delineari, & delineatæ dividi poſſunt,

ſunt, ut ex dictis lib. 3, & 4 patet. Licet enim in ipſo campo dividi poſſint ſuperficies; præſtat tamen illas ichnographicè in charta delineare ſecundùm omnem laterum proportionem, ac deinde illas ita delineatas dividere, & demum mediante figura diviſa in charta dividere eaſdem in Campo. Quod cùm nullo Inſtrumento meliùs ac faciliùs fiat, quàm hoc noſtro Pantometro; meritò hoc loco paulò fuſiùs ea de re Libro integro tractamus. Quàm autem Geodæſia, ſeu ſuperficierum quarumcunque dividendarum Ars, ſit non ſolùm utilis, ſed neceſſaria, docet Eraſmus Rheinholdus in Præfatione lib. 3. Geomet. pract.

CAPUT PRIMUM

De diviſione triangulorum per lineas ab angulo ductas.

TAmetſi raro accidat, ut planities dividenda ſit perfectè triangularis; accidere tamen ſolet non raro, ut planitiem ipſam dividere priùs oporteat in triangula, & ipſa deinde triangula partiri, ut ritè dividatur planities data. Operæ pretium ergo eſt, de triangulorum partitione, & quidem primo loco, agere.

Poſſunt triangula dividi per rectas lineas ductas vel ab uno angulorum, vel à puncto in uno laterum dato, vel à puncto intra, vel à puncto extra triangulum dato. De omnibus caſibus agemus, & primò de priori.

PRO-

PROBLEMA I.

Triangulum quodcunque dividere in duas, tres, & quotcunque libuerit partes æquales, per lineam à quovis angulo ad latus oppoſitum protractam.

DIviſio trianguli ab angulo fieri poteſt vel in partes æquales, vel inæquales. Hîc in æquales; poſtea in inæquales dividemus.

Sit igitur triangulum A B C primò dividendum in duas æquales partes per lineam protractam ab angulo A, ad baſim B C. Fig.XCIV. Iconil.XV.
Dividatur latus B C bifariam in D, & ducatur recta A D; eritque A B D triangulum æquale triangulo A D C, *per 38 Primi, & primam Sexti.*

Sit deinde dividendum in quatuor, aut quotvis alias partes. Dividatur latus in quatuor partes æquales B E, E D, D F, F C, & ducantur rectæ A E, A D, A F; eritque peractum quod quæritur, *per eandem 38 Primi, & primam Sexti.*

COROLLARIUM.

EX his colligitur, quomodo è quovis triangulo auferri poſſit quæcunque pars imperata, v. g. tertia, quarta, quinta, &c. per lineam ab angulo ductam: ſi enim baſim oppoſitam angulo dividas in æquales partes tres, quatuor, quinque &c. & lineas ducas; habebis tertias, quartas &c.

PROBLEMA II.

Aliter dividere triangulum in partes æquales per lineas ab angulis ductas.

QUoniam ſi omnes lineę ab eodem ducantur angulo, aliquando ſegmenta fiunt nimis acuta, ut in præcedenti figura patet (quod quidem valde incommodum eſt in diviſione agrorum) ideo alium afferam modum, quo triangulum quodcunque dividi poteſt in partes etiam æquales, ſed per lineas ex diverſis angulis ductas ad latera.

Fig. XCV. Iconiſ. XV. Sit itaque dividendum triangulum A B C in quinque æquales partes. Accipe ex utrolibet majorum laterum, nempe ex latere B C, partem quintam B D; & ductâ rectâ A D, habebis primam diviſionem, ſeu unam quintam totius trianguli A B C. Secundò accipe ex latere A C reſidui trianguli A D C, partem quartam A G; & ductâ rectâ D G, habebis ſecundam diviſionem, ſeu duas quintas totius trianguli A B C.

Tertiò, accipe ex latere D C reſidui trianguli D G C, partem tertiam D F; & ductâ rectâ G F, habebis tertiam diviſionem, ſeu tertiam quintam totius trianguli A B C.

Quartò, accipe ex latere G C, reſidui trianguli G F C, partem dimidiam G E; & ductâ rectâ F E, habebis quartam diviſionem, ſeu quartam quintam totius trianguli A B C. Tandem quinta & ultima pars totius trianguli A B C, erit reſiduum triangulum E F C; eritque diviſum triangulum totum in quinque æquales partes.

DEMONSTRATIO.

Per primam Propoſitionem lib. 6. Euclid. triangula quæ habent eandem altitudinem, hoc eſt, quæ ſunt inter eaſdem duas parallelas conſtituta, ita ſe habent inter ſe, ut baſes. Cùm ergo B D ſit quinta pars totius trianguli A B C, & A B D ſit in iiſdem parallelis cum A B C; erit A B D pars quinta totius. Eandem ob cauſam verum erit id quod de aliis partibus diximus.

PROBLEMA III.

Triangulum quodcunque per rectam à quovis angulo ductam dividere in duas partes ſecundùm proportionem datam, ita ut antecedens proportionis vergat in quam partem volueris.

Fig. CXVI. Iconiſ. XV. Sit triangulum A B C dividendum in duas partes, per lineam ab angulo A ductam in oppoſitum latus B C, ſecundùm proportionem E ad F, ita ut pars ad B vergens, ad reliquam partem ad C vergentem, habeat eandem proportionem, quam habet E ad F. Secetur latus B C in D, ita, ut eadem ſit proportio B D ad D C,

quæ

quæ E ad F, *per Schol. decimæ Sexti*, ducaturque recta A D. Dico, eſſe ut E ad F, ita triangulum A B D, ad triangulum A D C.

DEMONSTRATIO.

Quoniam enim utraque triangula eandem habent altitudinem, per quartam Defin. Sexti; *erit per primam Sexti, triangulum A B D ad triangulum A D C, ut baſis B D ad baſim D C, hoc eſt, ut E ad F.*

ANNOTATIO.

Si velles ut antecedens proportionis vergeret verſus C, ſecanda eſſet C B ita, ut ſegmentum C D, ad ſegmentum D B, eſſet, ut E ad F; & operandum ut dictum.

COROLLARIUM.

Hinc patet, quomodo procedendum, ſi triangularis campus ſit dividendus inter duos ita, ut unus habeat $\frac{2}{3}$, alter $\frac{1}{3}$: dividendum enim eſt latus ſecundùm proportionem, quam habent duo ad unum, & ad punctum diviſionis ducendæ recta ab angulo.

PROBLEMA IV.

Triangulum quodcunque per rectas à quovis angulo ductas dividere in plures partes ſecundùm proportionem datam, ita ut antecedens primæ proportionis vergat in quam malueris partem.

Sit triangulum A B C dividendum in tres (aut quotcunq; alias) partes ſecundùm proportionem D ad E, & E ad F, per lineas ductas ab angulo A ad latus B C, ita ut primum antecedens vergat ad C. Dividatur *per Schol. decimæ Sexti*, latus B C in punctis H & G, ut ſit C H ad H G, ut D ad E, & H G ad G B, ut E ad F. Ductis enim rectis A G, A H, erit factum quod quæritur. F. XCVII. Iconiſ. XV.

DEMONSTRATIO.

Nam per primam Sexti, *ut C H ad H G, hoc eſt, ut D ad E, ita triangulum A C H, ad triangulum A H G; & ſicut H G ad G B, hoc eſt, ut E ad F, ita triangulum A H G ad triangulum A G B.*

ANNOTATIO.

SI plures adeſſent proportiones, in plures partes proportionales dividendum eſſet latus B C. Et ſi primum antecedens deberet eſſe verſus B, diviſio inchoanda eſſet à B verſus C procedendo.

PROBLEMA V.

Dividere campum triangularem in partes inæquales datas, per lineas ab eodem angulo ductas.

F. XCVIII. Iconiſ. XV. PLacet hic adjungere nonnulla problemata geodætica practica. Eſt igitur Campus triangularis continens 600 perticas quadratas, dividendus inter quatuor ita, ut primus habeat 200, ſecundus 150, tertius 130, quartus 120 perticas quadratas. Debent autem omnes lineæ dividentes egredi ab eodem angulo A ad latus B C. Metire latus B C, & inveniatur eſſe 50 perticarum ſimplicium. Divide 50 ſecundùm proportionem datam in quatuor partes, quæ nimirum ſe habeant inter ſe, ut 200, 150, 130, 120 inter ſe. Fiet hoc arithmeticè per Regulam Proportionum quater, aut ter ſaltem adhibitam ſic: Perticæ quadratæ 600 totius trianguli A B C, dant in latere B C perticas ſimplices 50, quid dant 200? quid 150? quid 130? quid 120? Invenies pro prima parte perticas ſimplices $16\frac{2}{3}$, pro ſecunda $12\frac{1}{2}$, pro tertia $10\frac{5}{6}$, pro quarta 10. Inventas partes abſcinde in linea B C, in punctis D E F, & ex angulo A duc rectas ad puncta inventa; eritque triangulum diviſum prout poſtulatum fuit. Ratio patet ex dictis Problemate præcedenti.

PROBLEMA VI.

Triangularem campum dividere in partes inæquales petitas, per lineas ex diverſis angulis ductas.

SItidem campus dividendus inter quatuor, cum iiſdem conditionibus, ſed per lineas è diverſis angulis ductas. Ex latere B C abſcinde perticas $16\frac{2}{3}$ uſque ad D, & duc rectam A D; & continebit triangulum A B D perticas quadratas 200, ſcilicet partem primam. Eandem primam partem habebis, ſi ex toto latere B C ab-

ſcindas tertiam partem B D, & ducas lineam A D, quia videlicet 200 ſunt pars tertia 600. Quia igitur è toto triangulo A B C abſcidiſti 200 perticas quadratas, continebit reſiduum triangulum A D C perticas quadratas 400, ex quibus pro ſecunda parte accipiendæ ſunt 150; quod ita præſtabis. Metire latus A C, ſitque 40 perticarum ſimplicium; utere Regula proportionum, dicendo: ſi 400 perticis quadratis trianguli A D C, in latere A C reſpondent 40 perticæ ſimplices; 150 perticis quadratis quot perticæ ſimplices reſpondebunt in eodem latere A C? invenies 15. Abſcinde ergo ex latere A C perticas 15 ab A uſque ad E, & duc rectam D E; habebiſque ſecundam partem deſideratam, nempe triangulum A D E, continens perticas quadratas 150; reſiduum verò triangulum D E C continebit perticas quadratas 250. Quia verò ex toto latere B C 50 perticarum ſimplicium abſcidiſti perticas $16\frac{2}{3}$, erit reſiduum latus D C perticarum $33\frac{1}{3}$. Dic ergo: ſi 250 quadratæ perticæ trianguli D E C, habent latus D C $33\frac{1}{3}$ perticarum ſimplicium; 130 perticæ quadratæ, nimirum tertia pars adſignata, quot perticas in eodem latere habent? Invenies $17\frac{2}{3}$ perticas ſimplices; quas ſi abſcindas ex latere D C in puncto F, & ducas rectam E F; erit triangulum D E F pars tertia, reſiduũ verò E F C pars quarta. Fig. XCIX. Iconiſ. XV.

Ratio patet ex dictis Problemate 2, & 4, & ex ipſo operandi modo conſtat.

PROBLEMA VII.

Aliter dividere triangularem campum in partes inæquales, per lineas à diverſis angulis ductas.

SIt dividendus triangularis campus A B C in quatuor partes, quarum prima contineat $\frac{1}{3}$, ſecunda $\frac{1}{4}$, tertia $\frac{1}{5}$; quarta reſiduum; lineæ autem dividentes non ducantur ab eodem angulo, ſed à diverſis, ut in præcedenti Problemate factum eſt. Quære numerum in quo contineatur $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$ ſine fractionibus. Ad quem inveniendum, multiplica denominatores prædictos inter ſe, nempe 4 per 3, & productum 12 per 5, & invenies 60, cujus pars tertia eſt 20, pars quarta 15, pars quinta 12. Finge jam totam campi triangularis ſuperficiem continere 60 partes quadratas tales, in quales Fig. C. Iconiſm. XVII

eſt dividendus, nempe perticas, paſſus, palmos &c. Metire præterea duo latera B C, & A C, habeatque B C 50 partes ſimplices, v. g. paſſus, A C verò 40. His factis, accipe ex linea B C 50 paſſuum tertiam partem B D, nempe $16\frac{2}{3}$, & duc lineam A D, eritque A B D pars tertia totius trianguli A B C, & continebit paſſus quadratos 20 ex 60, quos finxiſti contineri in toto; reliquum verò triangulum A D C continebit paſſus quadratos 40; ex quibus abſcindenda eſt pars quarta totius trianguli A B C 60 paſſuum quadratorum, nempe paſſus quadrati 15; quod ita efficies. Latus A C continet perticas ſimplices 40, & triangulum A D C perticas quadratas itidem 40, ex quibus abſcindendi ſunt 15. Dic ergo: ſi 40 perticis quadratis reſpondent in latere A C 40 perticæ ſimplices, quot hujuſmodi perticæ reſpondebunt quadratis perticis 15? invenies 15. Accipe ergo in latere A C, 15 perticas ab A uſque ad E, & duc rectam D E, habebiſque unam quartam totius trianguli A B C, nempe triangulum A D E, continens pedes quadratos 15; reliquum verò triangulum E D C continebit 25 pedes quadratos, ex quibus abſcindendi ſunt pro tertia parte perticæ 12, nempe $\frac{1}{5}$ totius trianguli A B C. ita procede. Linea D C continet perticas ſimplices $33\frac{1}{3}$. Dic. 25 perticæ quadratæ trianguli E D C abſumunt in latere D C perticas ſimplices $33\frac{1}{3}$, quot abſument perticæ quadratæ 12? Invenies 16 perticas ſimplices; quas numera in linea D C, à D uſque ad F, & duc rectam E F; continebitque triangulum D E F, perticas quadratas 12, reſiduum verò triangulum F E C continebit reſiduum totius trianguli A C B, nempe perticas quadratas 13, poſito quòd totum triangulum A B C contineat perticas quadratas 60. His peractis, dic: ut 60 ad 600, ita 20 ad 15, ita 12 ad aliud; & invenies idem quod in præcedenti Probl.

DEMONSTRATIO.

Demonſtratio patet ex dictis, & fundatur in Propoſitione prima lib. 6. Euclidis.

CAPUT SECUNDUM

De diviſione triangulorum per lineas à latere ductas.

PRO-

Fig. C.

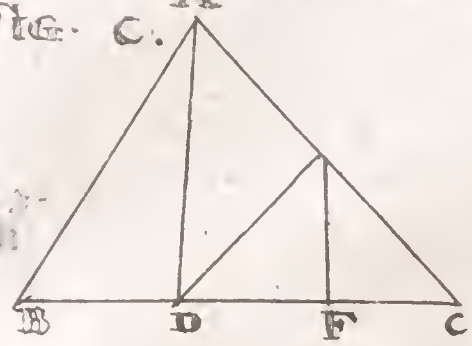


Fig. CI.

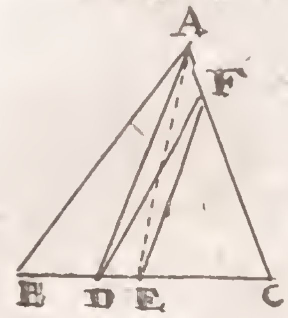


Fig. CII.

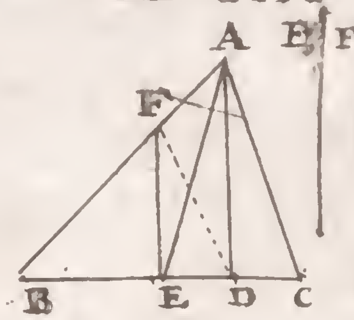
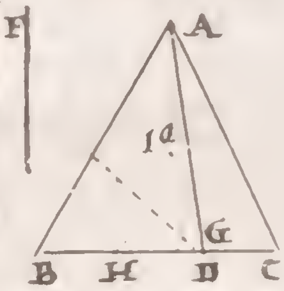


Fig. CIII.



Fig



Fig. CV.

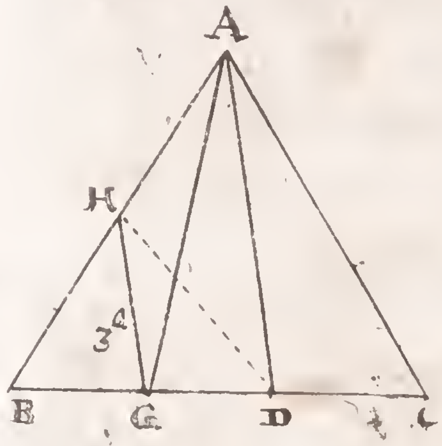


Fig. CVI.

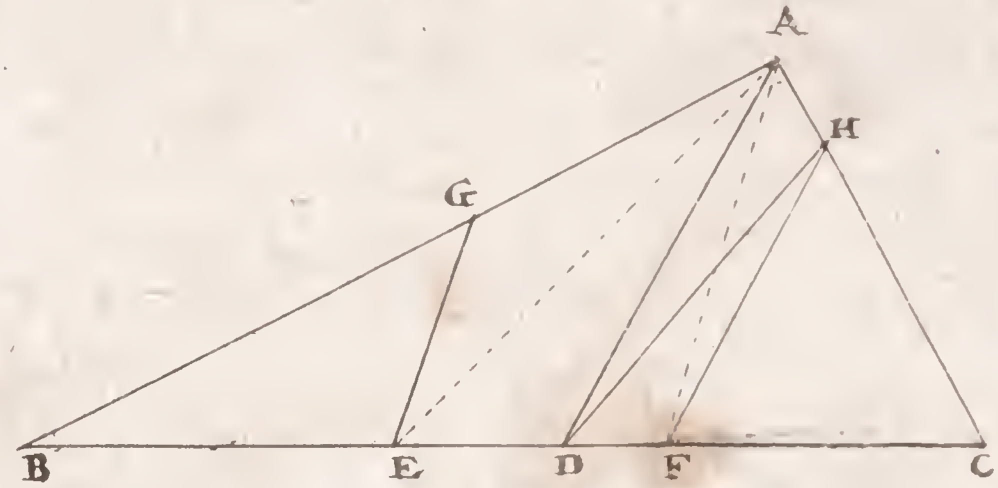


Fig. CVII.

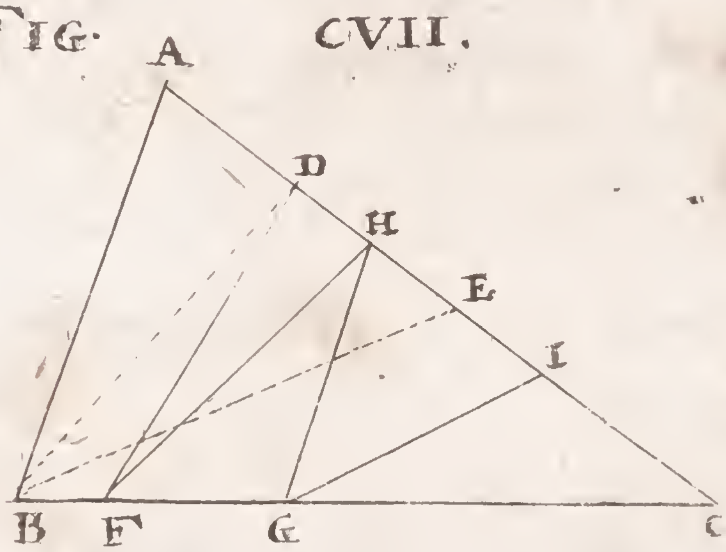


Fig CIX.

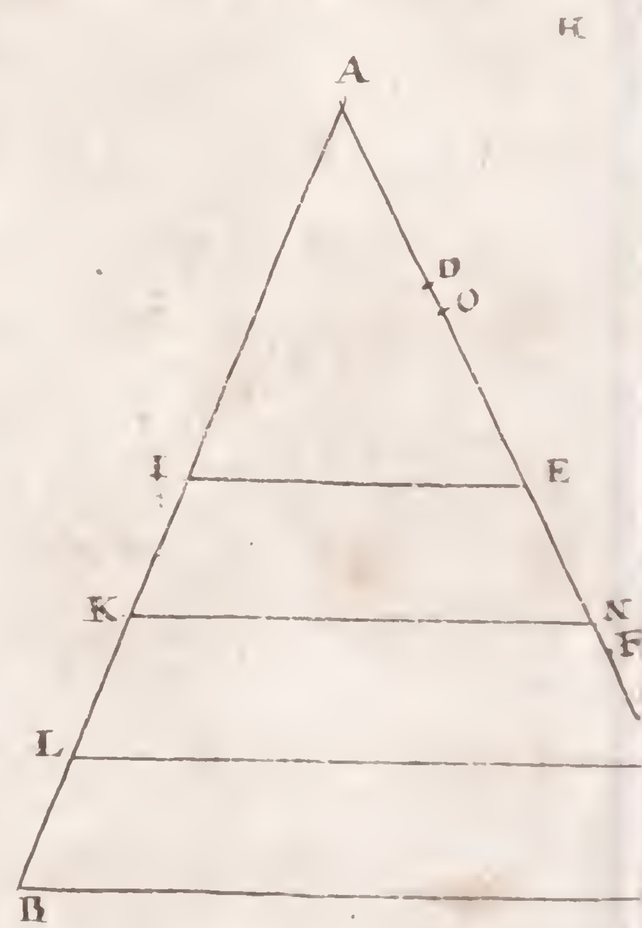
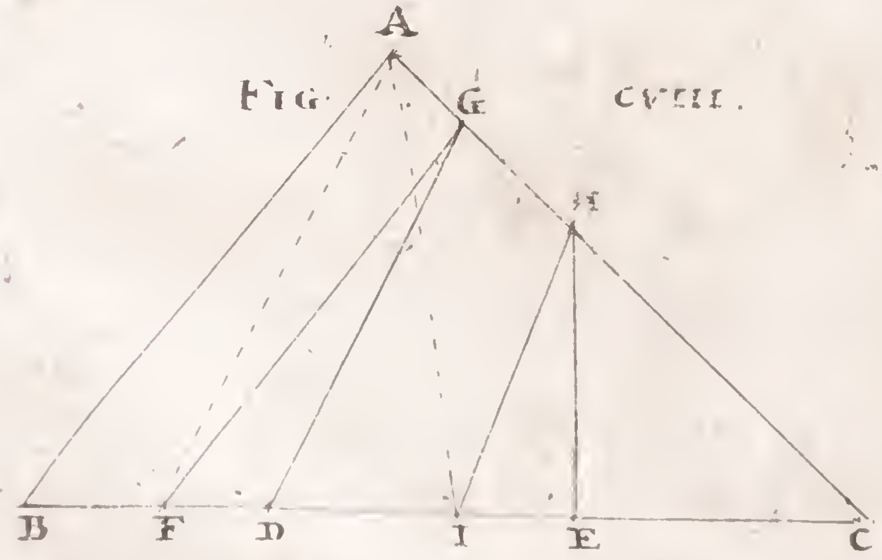


Fig. CVIII.



PROBLEMA I.

Dividere triangulum in duas æquales partes per lineam à quovis puncto dato in uno latere ipſius ductam.

HOc Problema abſolvi poteſt pluribus modis. Omnium facillimus videtur is, quem ex Peletario adducit Clavius in Scholio 38ᵃ Primi, quoque alii etiam paſſim utuntur.

Sit triangulum A B C, & punctum datum D, in latere B C. Fig. CI. Icon. XVII. Oportet igitur ex D, rectam lineam ducere, quæ bifariam dividat triangulum. Si igitur punctum D, dividat latus B C bifariam; recta D A, ducta ab A, dividet triangulum bifariam, ut eſt oſtenſum cap. præcedente Problemate primo. Si verò D non dividat B C bifariam, ſecetur B C bifariam in E. Deinde ex D, ad angulum oppoſitum A, ducatur recta D A, & per E ducatur recta E F, parallela ipſi D A, ſecans A C in F. Si igitur ducatur recta D F, erit triangulum diviſum bifariam à linea D F.

DEMONSTRATIO.

N*Am ductâ rectâ E A, erunt triangula E F A, E F D, æqualia,* per 37 Primi, *cùm ſint ſuper eandem baſim E F, & inter eaſdem parallelas E F, A D. Addito ergo communi B F E, erunt tota triangula A E C, C D F æqualia: Eſt autem A E C dimidium totius A B C, ut jam fuit oſtenſum in loco citato; Igitur & C D F dimidium eſt ejuſdem trianguli A B C. quod erat probandum.*

ANNOTATIO.

Q*Vòd ſi punctum D fuerit in altera medietate E C, eodem modo Problema conficiemus: ſed tunc triangulum abſcindetur ad partes B, trapezium verò ad partes C, ut præſens figura oſtendit; demonſtratio tamen eadem erit, ut patet.* Fig. CII. Icon. XVII.

COROLLARIUM.

H*Inc patet, quomodo dividendum ſit triangulum in duas partes à puncto in latere ad libitum aſſumpto: eſt enim eadem operandi ratio.*

Pro-

PROBLEMA II.

Dividere triangulum in duas partes per rectam à quovis puncto in aliquo latere ductam, in proportionem datam.

ABſolvit hoc Problema Clavius primò in fine lib. 6. Eucl. nempe propoſ. 14. Schol. propoſ. 33. & deinde in lib. 6. Geomet. pract. propoſ. 4. Sed prior modus facilior eſt, & conformis præcedenti.

Fig. CIII. Icon. XVII Sit triangulum A B C, oporteatque à dato puncto D, in latere B C, lineam rectam ducere, quæ ſecet triangulum in duo ſegmenta ſecundùm proportionem datam E ad F. Dividatur B C, in G, ſecundùm proportionem E ad F, *per coroll. decimæ Sexti*; cadetque punctum G vel in ipſum D, vel inter C & D, vel inter B & D.

Cadat primò punctum G, in datum punctum D, ut in prima figura. Ducatur ergo recta D A, & erit Problema abſolutum.

DEMONSTRATIO.

QVoniam enim eſt ut B D ad D C, ita triangulum B D A ad triangulum C D A, per primam Sexti; *ſecabit recta D A, triangulum A B C, ſecundùm proportionem datam B G ad G C, hoc eſt, E ad F.*

Fig. CIV. Icon. XVII Cadat ſecundò punctum G, inter C & D, ut in ſecunda figura. Ducatur ergo recta D A, cui per G agatur parallela G H, conjungaturque recta D H. Dico rectam D H ſecare triangulum datum ſecundùm proportionem datam, hoc eſt, eſſe trapezium A B D H ad triangulum C D H, ut B G ad G C, hoc eſt, ut E ad F.

DEMONSTRATIO.

DVcta enim recta G A, erunt triangula H G A, G H D, æqualia, per 37 Primi, *cùm ſint ſuper eadem baſi G H, & inter eaſdem parallelas G H, D A. Addito igitur communi triangulo C G H, fient æqualia triangula C G A, C D H (itemque trapezium A B D H erit æquale triangulo B G A:) Ac proinde*, per ſeptimam Quinti, *totum triangulum A B C, eandem habebit proportionem ad C G A, & ad C D H. Dividendo igitur*, per

per 17 Quinti, *erit ut triangulum B G A, ad triangulum C G A, ita trapezium B D H A ad triangulum C D H. Eſt autem*, per primam Sexti, *B G A, ad C G A, ut B G ad G C; Igitur erit & trapezium B D H A ad triangulum C D H, ut B G ad G C, hoc eſt, ut E ad F.*

Cadat tertiò punctum G, inter B & D, ducaturque recta D A, cui rurſus per G agatur parallela G H. Dico igitur rurſus, rectam ductam D H ſecare triangulum A B C, ſecundùm proportionem E ad F, hoc eſt, eſſe triangulum B D H ad trapezium C D H A, ut E ad F. Fig. CV. Icon. XVII.

DEMONSTRATIO.

D*uctâ enim rectâ G A, erunt ut priùs*, per 37 Primi, *triangula H G A, G H D, æqualia; additoque communi B G H, æqualia fient B G A, B D H. Quare erit*, per ſeptimam Quinti, *A B C ad B G A, ut ad B D H. Dividendo ergo*, per 17 Quinti, *erit ut C G A ad B G A, ita trapezium C D H A ad triangulum B D H: & convertendo*, per coroll. Quartæ Quinti, *ut B G A ad C G A, ita B D H ad trapezium C D H A. Eſt autem B G A*, per primam Sexti, *ad C G A, ut B G ad G C: Igitur & B D H ad trapezium C D H A, erit, ut B G ad G C, hoc eſt, ut E ad F.*

PROBLEMA III.

Dividere triangulum in tres aut quotlibet partes æquales, per rectas è puncto in latere aſſumpto.

SIt dividendum triangulum A B C in tres partes æquales, per rectas lineas ductas à puncto D. Divide latus B C in tres æquales partes in punctis E & F; & ductâ rectâ D A, erige ex punctis E & F ipſi D A parallelas E G, F H; tandemque duc rectas G D, H D. Dico, triangulum eſſe diviſum in tres æquales partes B G D, G D H, H D C. Fig. CVI. Icon. XVII.

DEMONSTRATIO.

Q*Voniam enim triangulum B G D æquale eſt triangulo B A E (nam triangulum G E A æquale eſt triangulo G E D, per 37 Primi: ergo addito communi B G E, erit A B E æquale ipſi B G D;) erit prædictum triangulum B G D, ad totum triangulum A B C, ut triangulum B A E ad*

idem totum triangulum B A C, hoc eſt, ut B E ad B C, per Primam Sexti: *Eſt autem B E pars tertia totius B C; ergo etiam B G D pars tertia eſt totius trianguli A B C. Eodem modo probatur, quadrilaterum B A H D eſſe duas tertias totius trianguli.*

COROLLARIA.

I.

Hinc patet, quomodo dividendum ſit quodlibet triangulum in quotlibet partes æquales à puncto in quovis latere dato. Si enim à puncto dato D ad angulum oppoſitum ducatur recta D A, & latus in quo eſt punctum aſſignatum, dividatur in partes æquales propoſitas, & ex punctis diviſionis erigantur rectæ parallelæ ipſi D A, & ducantur rectæ ad punctum D; habebitur quod petitur.

II. *Patet præterea, quomodo à quovis dato puncto in latere aliquo trianguli ducenda ſit recta linea, quæ auferat à toto triangulo partem quamcunque imperatam, v. g. tertiam, quartam, quintam &c. Si enim latus in quo aſſignatum eſt punctum, dividas in partes æquales tres, quatuor, quinque &c. & opereris ut dictum, habebis partem imperatam; & quidem ad quamcunque volueris partem aſſignati puncti, hoc eſt, ſive ad dexteram, ſive ad ſiniſtram.*

PROBLEMA IV.

Triangulum dividere in tres æquales partes, per lineas à latere ad latus ductas è diverſis punctis.

PRæcedens ratio dividendi triangulum in tres æquales partes, non eſt comoda pro camporum diviſionibus; in quibus comodius eſt, ſi ducantur lineæ è diverſis punctis in duobus lateribus aſſumptis, ut patet ex appoſita figura. Sit itaque præſens triangulum dividendum modo dicto. In quolibet latere, v. g. in A C, elige duo puncta, D & E, ex quibus putas dividi poſſe triangulum
Fig. CVII. Icon. XVII. per lineas ad latus B C ductas, & fac lineas occultas B D, B E. Deinde divide lineam A C in tres æquales partes in punctis H & I; ex quibus duc rectas H F, H G, parallelas rectis D B, E B. Tandem duc rectas D F, E G, eritque quadrilaterum A B F D una tertia pars, quadrilaterum D F G E altera tertia pars, reliqua verò tertia pars erit triangulum E G C. Ratio patet ex dictis.

CO-

COROLLARIUM.

Hinc colligitur, qua ratione triangulum quodcunque ſit dividendum in quotcunque æquales partes, per lineas ad duo oppoſita latera ductas è diverſis utrimque punctis: eſt enim eadem in omnibus operandi ratio.

ANNOTATIONES.

I.

Si velis ut quadrilaterum extremum cadat ad latus A C, elige puncta D & E in latere A B. Sin velis ut cadat ad latus B C, elige eadem puncta in eodem latere A B. Sed tunc ex alio atque alio angulo ducendæ ſunt lineæ occultæ.

II. *Puncta diviſionis D, E, poſſunt aſſumi in omnibus lateribus ubi volueris.*

PROBLEMA V.

Dividere triangulum in tres partes inæquales ſecundùm quamcunque rationem datam, lineis à latere ad latus ductis, & ita, ut pars qualibet cadat quò volueris.

Sit dividendus campus triangularis A B C, inter tres ita, ut primus habeat $\frac{1}{4}$, ſecundus $\frac{1}{3}$, tertius reliquum; hoc eſt, ut primus habeat $\frac{3}{12}$, ſecundus $\frac{4}{12}$, tertius $\frac{5}{12}$; ita tamen, ut pars quarta cadat ad latus A B. Divide latus quodcunque ſecundùm rationem datam, v. g. latus B C in punctis D & E. Deinde quia diviſio facta requirit, ut quarta pars cadat ad latus A B; elige punctum F ubi libuerit (melius tamen eſt, ſi eligatur inter B & D) & duc rectam occultam A F, & huic rectam parallelam D G, tandemq; rectam F G: eritque quadrilaterum A B F G, pars quarta totius trianguli A B C. Quia deinde diviſio lateris B C in puncto E requirit, ut pars tertia cadat intra medium; elige punctum I ubi volueris in dicto latere (meliùs tamen eſt, ut eligatur inter D & E;) deinde ducatur recta occulta A I, & alia occulta ipſi parallela E H, tandemque recta I H; erit quadrilaterum G F I H pars tertia totius trianguli; reliquum verò erit triangulum H I C. Ratio ex dictis patet. Fig. CVIII Icon. XVII

 ANNO-

ANNOTATIO.

Poteſt diviſio ſecundùm proportionem datam fieri in alio latere, prout volueris partes diviſas reſpicere alia atque alia latera.

COROLLARIUM.

Colligitur hinc, quomodo triangulum ſit dividendum in quotcunque partes ſecundùm rationem datam.

CAPUT TERTIUM

De diviſione triangulorum per lineas lateribus parallelas, & non parallelas.

PROBLEMA I.

Triangulum quodcunque per lineas uni lateri parallelas dividere in quotlibet partes æquales.

Fig. CIX. Icon. XVII. Sit triangulum A C B dividendum in partes æquales v. g. quatuor, per lineas lateri C B æquidiſtantes. Secetur utrumvis reliquorum laterum, v. g. latus A C in quatuor æquales partes in punctis D, E, F: & inter duas A D, A C, inveniatur, *per 13 Sexti*, media proportionalis A E: item inter duas A E, A C, alia media proportionalis A N: denique inter duas A F, A C, alia media proportionalis A G. Ducantur tandem rectæ E I, N K, G L, parallelæ lateri C B. Dico, has parallelas dividere triangulum datum in quatuor æquales partes.

DEMONSTRATIO.

Quoniam enim, per Coroll: quartæ Sexti, *ſimilia ſunt triangula A E I, A C B; erit*, per Coroll. decimæ nonæ Sexti *A E I ad A C B, ut A D ad A C: Eſt autem A D una quarta totius A C; Ergo & triangulum A E I erit una quarta totius A C B. Propter eandem rationem triangulum A N K erit ad triangulum A C B, ut A E ad A C: quia igitur A E eſt dimidium ſeu duæ quartæ totius A C; erit etiam triangulum A N K dimidium ſeu duæ quartæ totius A C B: Et quia demonſtratum eſt, triangu-*

lum

lum A E I eſſe unam quartam totius A C B; erit etiam quadrilaterum E N K I una quarta totius A C B. Simili modo demonſtrabimus, triangulum A G L eſſe tres quartas totius trianguli A C B, eò quòd ſit ut A F ad A C, hoc eſt, tres quartæ ad totum, ita ipſum triangulum A G L ad triangulum A C B. Ablatis igitur duabus quartis, hoc eſt, triangulo A N K, erit quadrilaterum N G L K tertia quarta; & quod remanet quadrilaterum G C B L, quarta totius trianguli A C B.

COROLLARIA.

I.

Ex his colligitur primò, quomodo dividendum ſit triangulum in duas partes æquales per lineam uni lateri parallelam.

II. *Vlteriùs colligitur, quomodo à quovis triangulo auferenda ſit pars quævis imperata, v. g. tertia, quarta &c. per lineam aut lineas rectas uni lateri parallelas, ſive pars imperata ſit auferenda prope unum latus, ſive prope unum angulum, ſive circa medium ipſius trianguli. Si enim opereris modo prædicto, erit quælibet pars inventa, pars imperata.*

PROBLEMA II.

Dividere triangulum in duas partes habentes quamcunque proportionem datam, per lineas uni lateri parallelas, ita ut antecedens proportionis ſit verſus quem volueris angulum, aut verſus quod volueris latus.

In triangulo A C B præcedentis figuræ ducenda ſit linea parallela lateri C B, quæ ipſum triangulum dividat ita in duas partes, ut pars verſus A ad partem verſus C B, ſit ſicut M ad H. Dividatur alterutrum reliquorum laterum, videlicet A C, in F ita, *per Schol: decimæ Sexti*, ut ſit A F ad F C, ſicut M ad H; Sic enim antecedens A F erit verſus A, ubi deſideratur antecedens proportionis trianguli diviſi. Deinde inter duas A C, A F, inveniatur, *per decimam tertiam Sexti*, media proportionalis A G, & ducatur recta G L parallela lateri C B. Dico, ipſam G L dividere triangulum propoſitum, ſicut poſtulatum eſt.

DEMONSTRATIO.

QVoniam enim triangula A C B, A G L, ſimilia ſunt, per Coroll. quartæ Sexti; *erit A C B ad A G L, ſicut A C ad A F, eò quòd A C, A G, A F, ſint tres continuè proportionales, ex conſtructione facta. Ergo per converſionem rationis ſeu proportionis*, per Coroll. decimæ nonæ Quinti, *erit triangulum A C B ad quadrilaterum G C B L, ſicut eſt A C, ad F C: & dividendo*, per decimam ſeptimam Quinti, *triangulum A G L ad quadrilaterum G C B L, ſicuti eſt A F ad F C, hoc eſt, ut M ad H.*

Alia Demonſtratio.

QVoniam eſt triangulum A C B ad triangulum A G L, ut recta A C ad A F; erit dividendo trapezium G C B L ad triangulum A G L, ut F C ad A F: Et convertendo, triangulum A G L ad trapezium G B, ut A F ad A C, hoc eſt, ut M ad H.

ANNOTATIO.

SI velis ut antecedens proportionis vergat verſus latus C B, cui recta ducenda eſt parallela; divide latus C A in O, ſecundum datam proportionem M ad H, ita ut antecedens proportionis incipiat à latere C A. Deinde inveniatur inter totam C A & ejus partem O A, quæ eſt conſequens proportionis, media proportionalis, & procedatur ut dictum. Demonſtratio verò erit eadem.

PROBLEMA III.

Dividere in plures partes triangulum modo dicto.

EX dictis Problemate præcedenti patet, quomodò dividendum ſit triangulum dicto modo in tres, quatuor, & quotcunque partes; nempe dividendo unum latus ſecundum proportionem propoſitam, & inter quoslibet duos terminos proportionis inveniendo mediam proportionalem, & operando ut dictum.

PRO-

FIG. CX

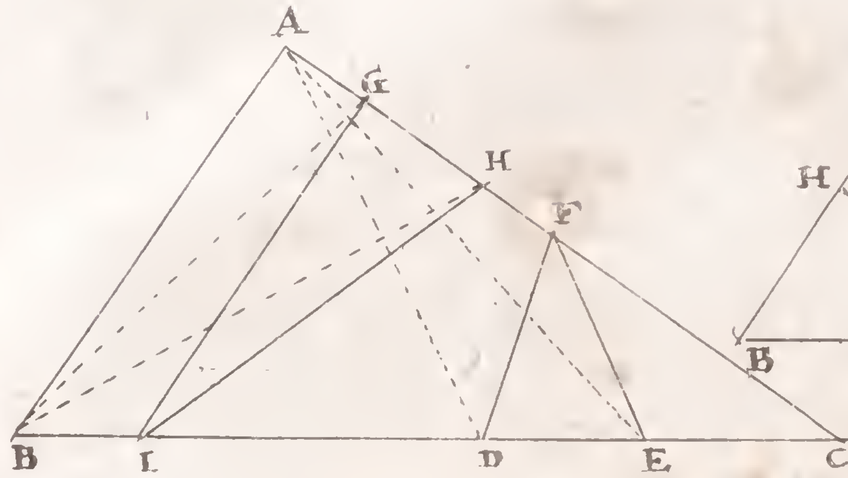


FIG. CXI.

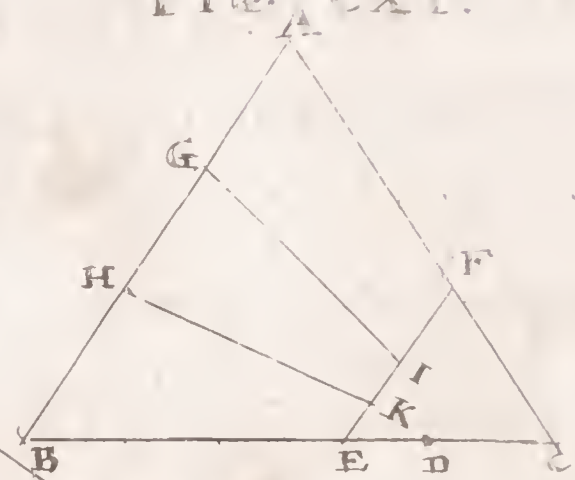


FIG. CXII

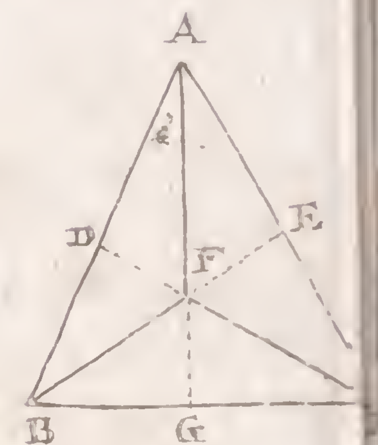


FIG. CXIII.

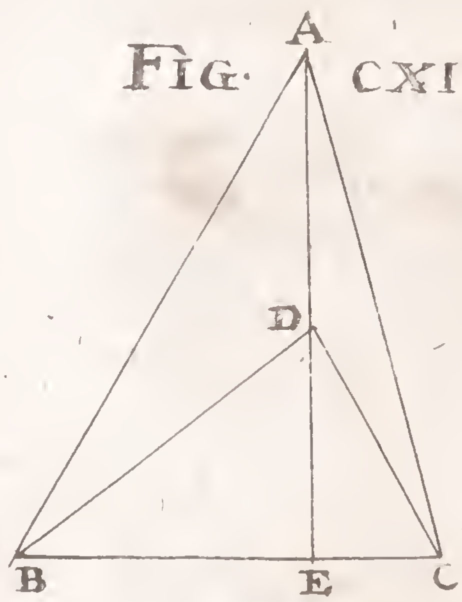


FIG. CXIV.

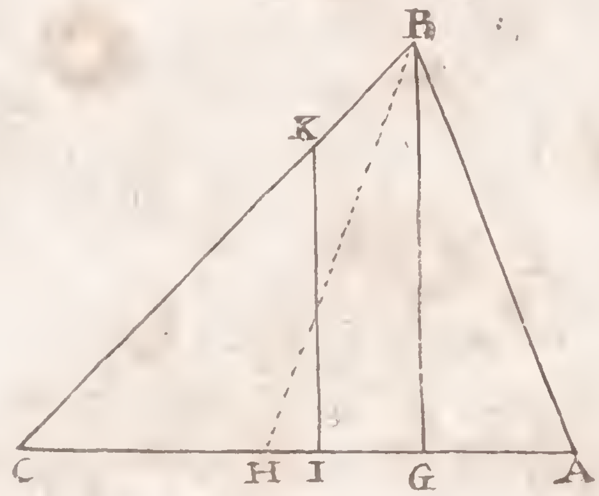


FIG. CXV.

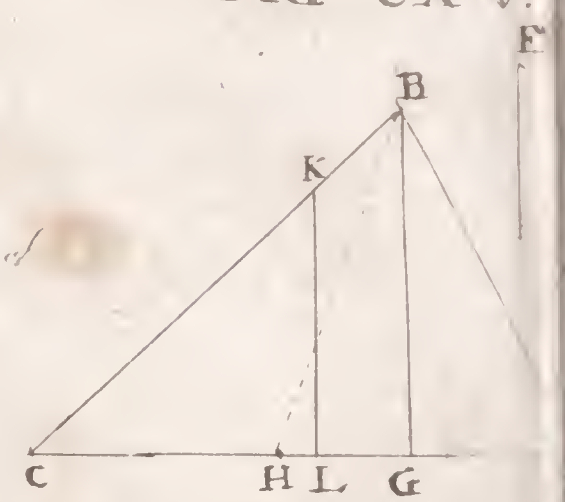


FIG. CXVII.

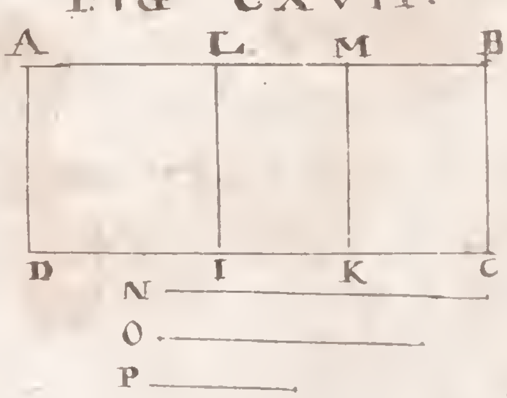


FIG. CXVI.

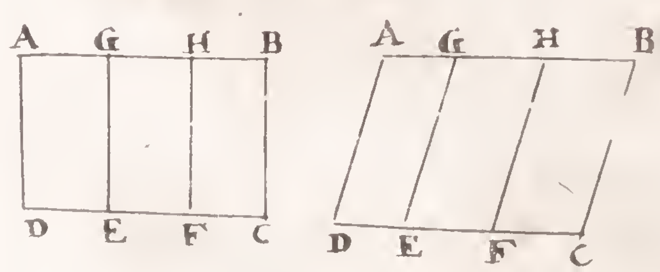


FIG. CXVIII

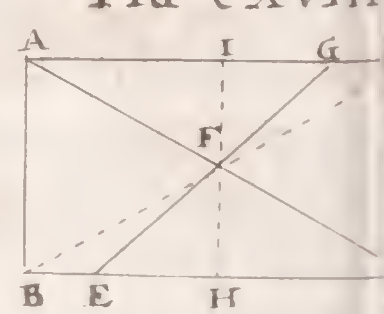
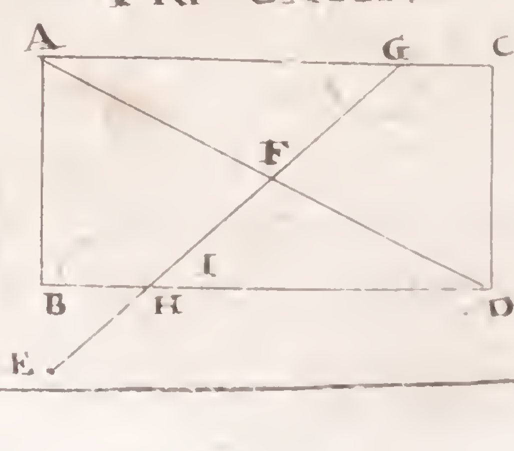


FIG. CXIX.



PROBLEMA IV.

Dividere triangulum in plures partes inæquales imperatas, per lineas uni lateri utcunque oppoſitas, quando ſcitur area ipſius & latera.

EST campus triangularis A B C, cujus latus A B eſt 36 perticarum, latus A C 48, & latus B C 60, area verò ſeu capacitas eſt 864 perticarum quadratarum. Dividendus ſit dictus campus inter tres, per lineas uni lateri utcunque oppoſitas, ita ut unus habeat perticas quadratas 216, alter 288, tertius 360. ita procede.

Elige in latere B C, incipiendo à C verſus B (poſſes etiam incipere à B verſus C) punctum D, è quo ducta recta, oppoſita lateri A B, cenſeatur, oculorum judicio, abſciſſura perticas 216 quadratas; & duc rectam occultam D A. Deinde dic: ſi 864 perticæ quadratæ dant 60 perticas ſimplices in latere B C, 216 perticæ quadratæ quot perticas ſimplices dabunt in eodem latere? Invenies 15. Abſcinde ergo 15 perticas in puncto v: g: E, incipiendo à C, & duc rectam E F parallelam lateri D A. Tandem duc rectam D F. Dico, triangulum D F C continere 216 perticas quadratas. Fig. CX. Ico. XVIII.

DEMONSTRATIO.

D*Vcatur recta A E, eritque*, per 37 Primi, *triangulum A E F æquale triangulo D E F, & addito communi E F C, æqualia erunt triangula A E C, F D C. Sed triangulum A E C continet perticas quadratas* 216, *quia tot debentur ſegmento E C, ut vidimus, & conſtat ex prima Sexti; Ergo & triangulum D F C &c:*

Iterum, in latere A C elige punctum G, ex quo recta, oppoſita eidem lateri A B, abſciſſura cenſeatur 288 perticas quadratas. Deinde dic: ſi 864 perticæ quadratæ abſumunt in latere A C 48 perticas ſimplices; 288 perticæ quadratæ quot perticas ſimplices abſument in eodem latere? Invenies 16. Abſcinde ergo 16 perticas in puncto v: g: H. His factis, duc rectam B G, & ipſi parallelam H I, tandemque rectam G I. Dico, trapezium A B I G continere 288 perticas quadratas. Intermedium verò quadrilaterum G I F D, continet reſiduum.

DE-

DEMONSTRATIO.

DVcatur recta B H; eritque triangulum B G I æquale triangulo B G H; & addito communi B A G, erit triangulum B A H æquale trapezio B A G I. Sed triangulum B A H continet 288 perticas quadratas; Ergo & trapezium B A G I. Reliquas autem 360 continet quadrilaterum G I D F.

ANNOTATIONES.

I.

PVncta electa & inventa in latere B C, poteris etiam eligere & invenire in latere A C, & contrà; & operatio demonſtratioque erit eadem.

II. *Poteris quam volueris ex tribus partibus collocare in medio, ad dexteram, ad ſiniſtram. Et idem intellige de ſecunda & tertia parte.*

PROBLEMA V.

Dividere triangulum in partes æquales per lineas partim parallelas, partim non parallelas lateribus.

QUamvis hic caſus non ſpectet propriè huc, quia in eo dividitur partim trilatera, partim quadrilatera figura; tamen quia in camporum diviſione utilis eſſe poteſt, eum nolui omittere.

Fig. CXI. Ico. XVIII. Sit igitur triangulum A B C dividendum in quatuor æquales partes, per lineas rectas, quarum una ſit parallela lateri alicui, reliquæ verò minimè. Abſcinde verſus C (aut verſus alium quemvis angulum) triangulum E F C, continentem quartam totius trianguli A B C partem, operando juxta dicta ſuprà Problemate 2. Deinde divide tam latus A B, quàm rectam F E, in tres æquales partes, & duc rectas G I, H K; & habebis intentum. Ratio partim patet ex dictis, partim patebit ex dicendis.

CAPUT QUARTUM

De diviſione triangulorum per lineas à punctis mediis ductas.

PRO-

PROBLEMA I.

Triangulum à puncto invento in ejus medio dividere in tres partes æquales.

MEminit hujus rei Clavius lib. 6. Geom. pract. Propoſ. 8. & eam dependenter ab aliis duabus demonſtrationibus in dicto loco demonſtrat. Ego verò immediatè id demonſtrabo.

Sit igitur triangulum quodcunque A B C. Dividantur biſariam ſingula latera in punctis D, E, G, & ducantur rectæ ad angulos oppoſitos D C, E B, G A. Punctum F, in quo interſecant ſeſe hæ lineæ, eſt illud, è quo ſi formentur tria triangula, B F C, B F A, C F A, erunt inter ſe æqualia. Fig. CXII. Ico. XVIII.

DEMONSTRATIO.

D*Vo triangula A G B, A G C, ſunt inter ſe æqualia,* per 38. Primi: *item duo B F G, C F G, ſunt æqualia inter ſeſe,* per eandem 38. Primi: *ablatis ergo his, ab illis duobus, remanent B F A, C F A, inter ſe æqualia. Iterum, duo triangula B E C, B E A, ſunt æqualia: & C F E, A F E, ſimiliter æqualia: ablatis ergo his duobus ab illis, remanet B F C æquale ipſi B F A. Omnia ergo tria ſunt æqualia inter ſe.*

PROBLEMA II.

Intra triangulum quodcunque invenire puncta, ex quibus ductæ rectæ dividant ipſum in quotvis partes æquales.

IN triangulo A B C v. g. ab angulo quocunque ad latus oppoſitum ducatur perpendicularis, ut A E, quæ dividatur in quotcunque partes æquales, v. g. in duas in puncto D; à quo ad reliquos duos angulos ſi ducantur rectæ, habebis quod poſtulatur. Fig. CXIII. Ico. XVIII.

DEMONSTRATIO.

D*Vo triangula B D E, B D A, ſunt æqualia,* per 38 Primi: *item duo C D E, C D A,* per eandem. *Ergo duo B D E, C D F ſimul, ſunt æqualia duobus B D A, C D A ſimul,* per ſecundum Axioma lib. 1. Euclid.

ANNOTATIO.

Quomodo datum triangulum per rectam ex puncto extra triangulum dato, aut aſſumpto, in duas partes æquales ſit dividendum, docet Clavius lib. 6. Geomet. pract. Propoſ. 12. & Leonardus Piſanus, cum Nicolao Tartaleo, quos citat. Quod quoniam inutile videtur, & tamen intricatiſſimum eſt, omitto.

CAPUT QUINTUM.

De diviſione triangulorum per lineas lateribus perpendiculares.

PROBLEMA I.

Triangulum dividere in duas partes æquales per lineam uni laterum perpendicularem.

SI triangulum eſt æquilaterum, abſolutum erit Problema, ſi quod volueris latus diviſeris bifariam, & ab angulo oppoſito duxeris rectam: tunc enim recta ducta erit perpendicularis lateri in quod cadit, *per octavam & quartam primi*, & dividet triangulum bifariam, *per 38 Primi*.

Præterea, ſi triangulum eſt Iſoſceles, & dividatur baſis bifariam, & à puncto diviſionis ad angulum oppoſitum ducatur recta, erit ſimiliter abſolutum Problema, propter eaſdem rationes.

At ſi triangulum eſt Scalenum, vel Iſoſceles quidem, ſed linea debet eſſe perpendicularis uni laterum; difficillimus eſt caſus, eumque arithmeticè ſolvit Reinholdus p. 3. Geom. practicæ, c. 3. geometricè verò ſic ſolvi poteſt.

Fig CXIV. Ico. XVIII. Sit triangulum A B C, dividendum in duas æquales partes, per lineam lateri A C perpendicularem. Ex angulo oppoſito B, demitte perpendicularem B G, & ipſum latus A C divide bifariam in H. Deinde inter G C, & H C, quære mediam proportionalem C I, *per 13 Sexti*, & ex I erige I K perpendicularem lateri A C, parallelam verò rectæ B G. Dico, rectam I K dividere triangulum modo poſtulato.

DE-

DEMONSTRATIO.

SI ducatur recta B H, erit diviſum triangulum A B C bifariam, per primam Sexti; eritque ut triangulum G B C ad triangulum I K C, ita G C ad C H, per coroll. decimæ nonæ Sexti, quòd tres G C, C I, C H, ſint continuè proportionales, & triangula ſimilia ſimiliterque poſita. Vt autem eſt G C ad C H, ita eſt quoque triangulum G B C ad triangulum H B C, per primam Sexti: æqualia igitur erunt triangula I K C, H B C, per nonam Quinti: cùm igitur H B C ſit dimidium totius trianguli; etiam I K C erit dimidium, & conſequenter reliquum trapezium I K B A erit alterum dimidium.

PROBLEMA II.

Triangulum dividere per lineam uni lateri perpendicularem in proportionem datam.

SIt dividendum idem triangulum A B C, in datam proportionem D ad E, per lineam perpendicularem lateri A C. Demitte ut antè ab angulo B perpendicularem B G, ad latus A C. Quæ ſi dividat latus A C in G, ſecundùm proportionem datam D ad E; factum erit quod jubetur, quia tunc triangulum G B C ad triangulum C B A, erit ut C G ad G A, *per primam Sexti*, hoc eſt, ut D ad E. Fig. CXV. Ico. XVIII.

Si verò perpendicularis B G non dividat latus A C in datam proportionem, dividatur, & punctum diviſionis cadat in H, inter G & C, ita ut A H ad H C, ſit ſicut D ad E; & ducatur recta H B, dividens totum triangulum ABC in eandem proportionem D ad E, *per primam Sexti*. Deinde inter G C, H C, inveniatur media proportionalis C I; & per I ducatur I K, parallela ipſi G B, & perpendicularis ipſi A C. Dico, I K efficere Problema, hoc eſt, eſſe trapezium A B K I ad triangulum I K C, ut D ad E.

DEMONSTRATIO.

QVoniam enim eſt, ut triangulum G B C, ad triangulum I K C, ita G C ad C H, per coroll. decimæ nonæ Sexti; ut autem G C ad C H, ita eſt quoque triangulum G C B ad triangulum H C B, erunt triangula IKC, H B C, æqualia, per nonam Quinti: Ac proinde & reliquum trapezium

ABKI, reliquo triangulo ABH, æquale erit. Igitur erit, per ſeptimam Quinti, *ut trapezium ABKI ad triangulum ICK, ita triangulum ABH ad triangulum HBC, hoc eſt, ut AH ad HC, velut D ad E.*

ANNOTATIO.

SImili modo dividitur triangulum in plures partes ſecundùm datam proportionem.

CAPUT SEXTUM.

De diviſione parallelogrammorum in partes datas.

PROBLEMA I.

Dividere datum parallelogrammum in plures partes ſecundùm quamlibet proportionem datam, per lineas lateribus oppoſitis æquidiſtantes.

Primus Caſus.

Fig.CXVI. Ico. XVIII. SIt dividendum parallelogramum ABCD, ſive rectangulum, ſive non rectangulum, in tres partes æquales, lineis rectis lateribus AD, BC æquidiſtantibus. Dividatur alterutrum reliquorum duorum laterum, nimirum DC, in tres æquales partes in punctis E & F, & ducantur EG, FH, parallelæ lateribus AD, BC; eritque factum quod jubetur, *per 36. primi, & primam Sexti.*

Secundus Caſus.

F, CXVII. Ico. XVIII. SIt deinde dividendum idem parallelogrammum ABCD in partes ſecundùm proportionem rectarum N, O, P,. Dividatur idem latus DC, in I & K, ſecundùm proportionem datam, *per ſchol. 10*. Sexti*, ita ut tres, DI, IK, KC, habeant proportionem trium N, O, P; & ducantur rectæ IL, KM, parallelæ lateribus AD, BC; quæ divident parallelogrammum ut jubetur. Nam, *per primam Sexti*, parallelogrammum DL eſt ad parallelogrammum

IM, ut

IM, ut DI ad IK, hoc eſt, ut N ad O: & parallelogrammum IM eſt ad parallelogrammum KB, ut IK ad KC, hoc eſt, ut O ad P. Ergo &c.

COROLLARIUM.

Itaque ſi ex latere DC auferatur pars dimidia, tertia, quarta, vel alia quæcunque pars, aut partes, & per puncta diviſionis ducantur parallelæ lateri AD; ablata erit ex toto parallelogrammo eadem pars, vel eædem partes. Sic vides in primo caſu, AE eſſe partem tertiam totius parallelogrammi AC.

PROBLEMA II.

Dividere datum parallelogrammum bifariam per rectam ex puncto, ſive in latere, ſive extra, ſive intra ipſum dato, aut aſſumpto.

Primus Caſus.

Sit primò dividendum parallelogrammum ABCD in duas partes æquales, per rectam ductam ex E puncto, in latere BD dato, aut aſſumpto utcunque. Ducatur diameter AD, eaque dividatur bifariam in puncto F; & à puncto E, per F, ducatur recta EG. Dividet hæc parallelogrammum bifariam. Idem fiet, ſi ducatur diameter BC, & dividatur bifariam in F, & ducatur recta EG. Idem præterea fiet, ſi latera oppoſita AC, BD, dividantur bifariam in punctis I & H, & ducatur recta IH, dividaturque æqualiter in F, & per F ducatur EG. F.CXVIII. Ico.XVIII.

DEMONSTRATIO.

Diameter AD dividit bifariam totum parallelogrammum, per 34 Primi; *ergo triangulum ACD æquale eſt triangulo ABD. Eſt autem & AFG triangulum æquale triangulo EFD, (ideoque & trapezium GFDC trapezio EFAB*, per 3 Axio:) *Nam anguli GAF, EDF, ſunt æquales*, per 29 Primi, *utpote alterni; item anguli AFG, & DFE*, per 15 Primi, *utpote ad verticem; & latera AF, DF, quibus adjacent prædicti anguli in duobus triangulis æquales uterque utrique, ſunt per conſtructionem æquales; Ergo*, per 26 Primi, *tota triangula AFG, DFE, ſunt*

æqualia. Ergo quadrilaterum A G E B, æquale eſt æquilatero D E G C, per 2 Axioma. *Eadem hæc demonſtratio applicari poteſt tam ſecundæ conſtructioni, quàm tertiæ.*

Secundus Caſus.

Fig. CXIX Ico. XVIII. SIt deinde idem parallelogrammum A B C D, dividendum bifariam per rectam ductam ex puncto E extra dato, aut aſſumpto. Ducatur ut antea diameter A D, dividaturque in F bifariam, & per F ducatur E G, ſecans latus B D in H; eritque quadrilaterum A G H B, æquale quadrilatero D H G C. Demonſtratio eſt eadem.

Tertius Caſus.

SI ex puncto I intus dato, aut aſſumpto, dividendum eſſet bifariam prædictum parallelogrammum; ducatur ut antea diameter A D, eâque diviſâ in F, ducatur per F recta I G, & ab I puncto protrahatur uſque ad H punctum; & habebis idem quod antea.

PROBLEMA III.

Dividere parallelogrammum datum in plures partes ſecundùm rationem datam, quando nota eſt ſuperficies.

Fig. CXX. Icon. XIX. SIt datum parallelogrammum A B C D, cujus ſuperficies tota ſit 12 jugerum quadratorum, dividendum in tres partes ita, ut prima habeat jugera quadrata 5, ſecunda 4, tertia 3. Metire latera oppoſita A B, C D, & contineat unumquodque perticas ſimplices 192. Divide utrumque ſecundùm rationem datam 5, 4, 3, utendo ter, aut bis ſaltem Regulâ Trium, ſic: Si 12 dant 192, quid dabunt 5? quid 4? quid 3? Invenieſque 80, 64, 48. Metire jam in utroque latere A B, C D, perticas 80, ab A uſque ad G, & à C uſq; ad E: deinde perticas 64 à G uſque ad H, & ab E uſque ad F. Demum conjunge rectis G E, H F puncta diviſionum, & habebis inventum. Ratio eſt eadem, quæ in Problemate primo, imò caſus idem in re, verbis diverſus; volui tamen proponere exercitii cauſâ.

ANNO-

ne

FIG. CXX.

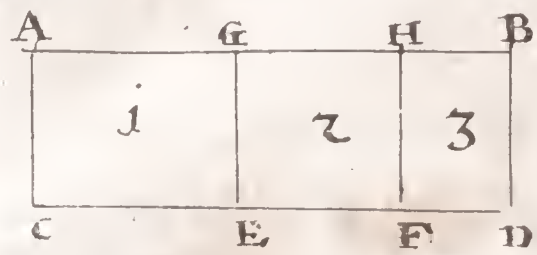


FIG CXXI

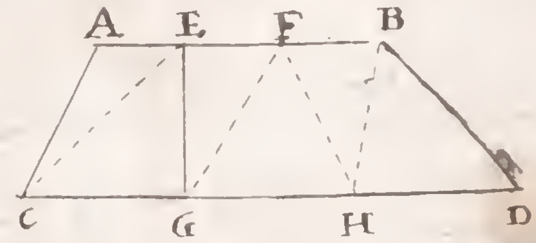


FIG: CXXII.

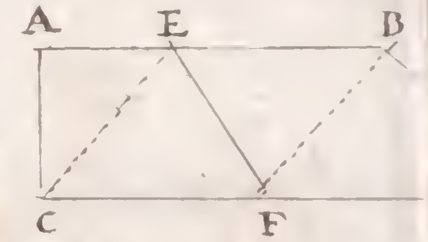


FIG CXXIII.

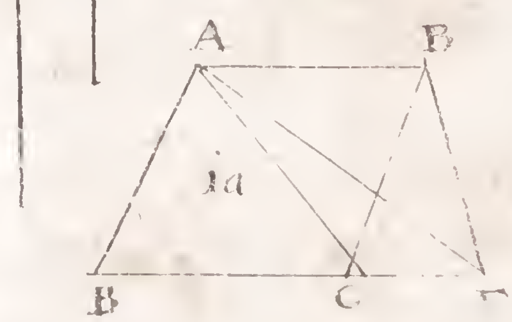


FIG CXXIV

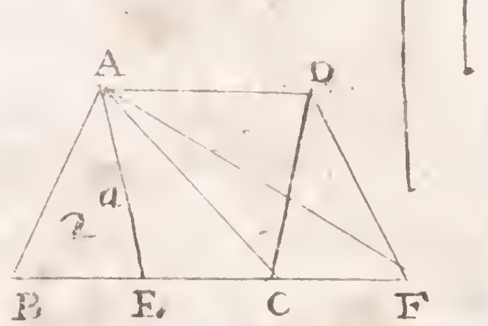


FIG CXXV.

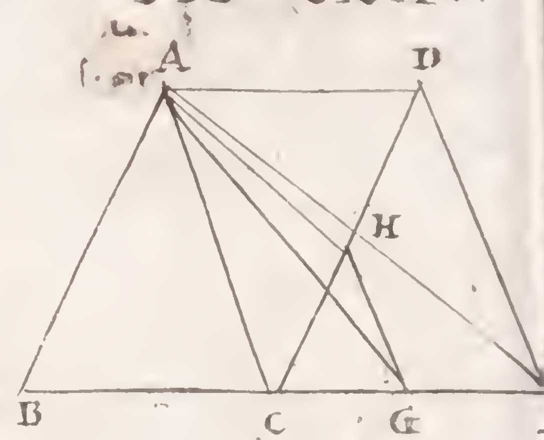


FIG. CXXVI.

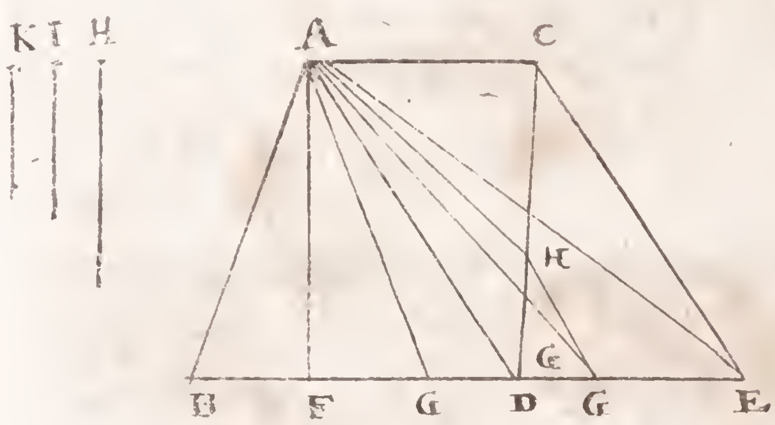


FIG. CXXVII.

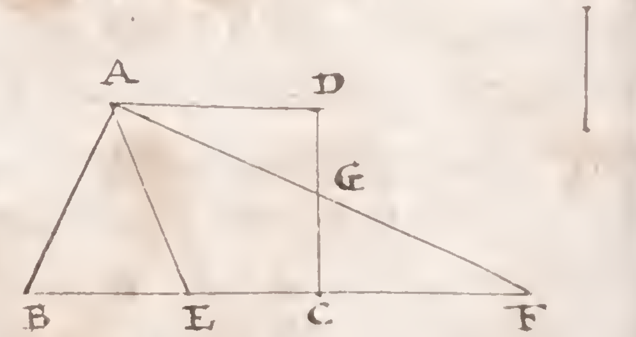


FIG. CXXVIII.

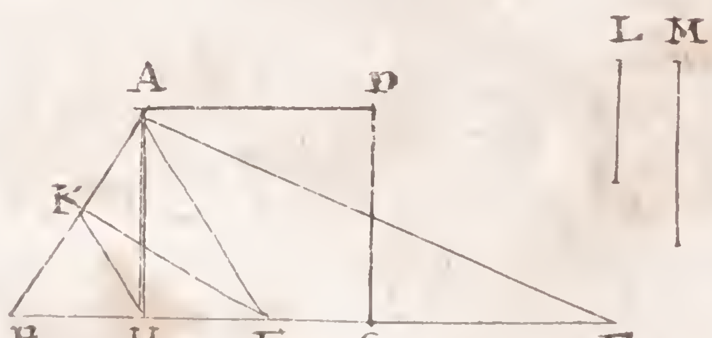
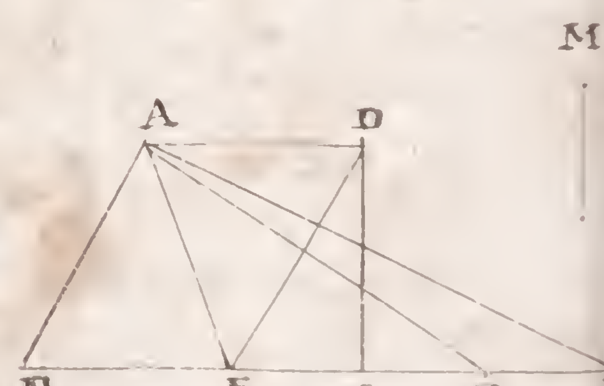


FIG. CXXIX.



ANNOTATIO.

QVomodo operandum ſit, ſi parallelogrammum eſſet dividendum per lineam, aut lineas, protractas ab uno angulorum aut laterum, in partes ſecundùm proportionem datam, patebit ex dicendis capite ſequenti.

CAPUT SEPTIMUM

De diviſione trapeziorum, quorum duo quælibet oppoſita latera ſunt parallela.

PROBLEMA I.

Dividere trapezium laterum parallelorum in partes æquales, lineis à latere ad latus tractis.

FAcillima eſt in hoc caſu geodæſia. Nam ſi latera parallela oppoſita dividantur in tot partes æquales, in quot dividendum eſt totum quadrilaterum, & puncta correſpondentia in dictis oppoſitis lateribus conjungantur rectis lineis; erit totum quadrilaterum diviſum, ut poſtulatum fuit. Exempli gratia, ſit trapezium A B C D, cujus omnia quatuor latera inæqualia ſint, duo tamen oppoſita A B, C D, parallela: ſit autem dividendum in tres æquales partes. Divide latus A B in tres æquales partes A E, E F, F B; ſimiliter latus C D in partes tres æquas C G, G H, H D. Duc deinde rectas E G, F H, eritque diviſio peracta, hoc eſt, tria trapezia, A G, E H, F D, erunt inter ſe æqualia.

Fig. CXXI. Icon. XIX.

DEMONSTRATIO.

DVctis enim rectis C E, G F, H B, erunt tam tria triangula E C G, F G H, B H D, quàm tria C A E, G E F, H F B, inter ſe æqualia, per 38 Primi, *utpote inter eaſdem parallellas ſuper æqualibus reſpectivè baſibus conſtituta. Ergo &c.*

ANNO-

ANNOTATIONES.

SI nota eſſet ſuperficies trapezii in menſuris quadratis, & dividenda eſſet in partes æquales; eodem prorſus modo operandum eſſet. Et ſi quidem latera parallela æqualia ſunt, ſufficit ſemel uti Regulâ Trium modo docto in Cap. præced. Problem. 3. Si autem inæqualia ſunt, bis erit adhibenda dicta Regula, ſemel pro majori latere, & ſemel pro minori; & deinde puncta diviſionis conjungenda rectis lineis. Exempli gratia. Eſt ſuperficies trapezia laterum parallelorum inæqualium continens jugera quadrata 16, debetque dividi in tres partes ita, ut prima habeat jugera 4, ſecunda 5, tertia 7: ſit autem latus majus perticarum 246, minus 192. Ad dividendum latus majus dic: Iugera 16 dant perticas 246, quid dant 4? quid 5? quid 7? Invenies 62, 77½, & reliquum pro tertia parte. Ad dividendum deinde latus minus dic, ut ſuprà cap. 6. Probl. 3. Conjunge jam rectis lineis puncta diviſionis, & erit diviſio peracta.

II. *Si oblatum trapezium habet quidem duo oppoſita latera parallela, atqui lineæ dividentes non debeant duci ab uno latere parallelo ad alterum, ſed ab uno ad alterum reliquorum laterum; tunc procedatur ut ſequitur.*

PROBLEMA II.

Dividere trapezium laterum parallelorum in partes inæquales ſecundùm proportionem datam, lineis à latere ad latus.

F. CXXII. Icon. XIX. EAdem eſt hîc praxis, quæ in præcedenti Problemate: dividitur enim utrumque latus parallelum ſecundùm proportionẽ datam, & puncta diviſionis conjunguntur rectâ, aut rectis. Ut ſi trapezium A B C D dividendum eſſet in duas partes ſecundùm proportionem ſubduplam, ſeu 1 ad 2: dividi deberet tam latus A B, quàm latus C D, in punctis E & F, ſecundùm dictam proportionem, & trahenda recta E F; hæc enim efficeret diviſionem quæſitam.

DEMONSTRATIO.

D*Uctis rectis C E, E B, erit tam triangulum E C F ad triangulum B F D, quàm triangulum C A E ad triangulum F E B, ut 1 ad 2,* per primam Sexti; *Ergo &c.*

PRO-

PROBLEMA III.

Dividere trapezium duorum æquidiſtantium laterum, per lineam ab angulo protractam, in duas partes ſecundùm proportionem datam.

SIt trapezium A B C D, dividendum per lineam protractam ab angulo A, ſecundùm proportionem M ad N. Protrahatur latus B C verſus C, & ſumatur C F æqualis lateri A D, ducaturque recta D F. His factis divide lineam B F ſecundùm proportionem M ad N; cadetque punctum diviſionis vel in C, vel citra inter B & C, vel ultra inter C & F.

Primus Caſus.

CAdat primò punctum diviſionis in C, ita ut ſit eadem proportio B C ad C F, quæ eſt M ad N. Dico, lineam ab angulo A protractam ad punctum C, dividere trapezium ſecundùm proportionem M ad N. F.CXXIII. Icon.XIX.

DEMONSTRATIO.

D*Vcatur enim diameter A F. Erit igitur triangulum A C F æquale triangulo D C F;* per 37 Primi, *& conſequenter triangulo A C D, quòd æquale eſt triangulo D C F,* per 34 Primi. *Atqui triangulum A B C ad triangulum A C F, eſt ut B C ad C F, hoc eſt, ut M ad N,* per primam Sexti; *Ergo etiam idem triangulum A B C ad triangulum A C D eſt, ut B C ad C F, ſeu M ad N.*

Secundus Caſus.

CAdat ſecundò punctum diviſionis in E citra punctum C, ita ut ſit eadem proportio B E ad E F, quæ eſt M ad N. Dico, lineam ab A ad E protractam, dividere trapezium ſecundum proportionem M ad N. Icon. XIX F. CXXIV

DEMONSTRATIO.

D*Vctis A C & A F, erit ut antea triangulum A C D æquale triangulo A C F, addito ergo communi triangulo A E C, erit trapeziũ A E C D,*

æquale triangulo A E F. Atqui triangulum A B E eſt ad triangulum A E F, ut B E ad E F, hoc eſt, ut M ad N; Ergo &c.

Tertius Caſus.

CAdat tertiò punctum diviſionis in G, ultra punctum C, ita ut ſit eadem proportio B G ad G F, quæ eſt M ad N. Dico, ſi ex puncto G ducatur linea G H, parallela lineæ F D, uſque dum concurrat cum linea C D in puncto H; & deinde ducatur recta A H, dico inquam, quòd proportio ſpatii A B C H ad ſpatium A H D, erit ut M ad N.

DEMONSTRATIO.

F. C X X V. Icon. XIX. *DVcantur enim diametri A C & A F, & recta A G. Erit igitur triangulum A H C æquale triangulo A G C,* per 37 Primi, *quia ſunt ſuper eadem baſi A C, & in eiſdem parallelis A C, H G: Eſt autem & totum triangulum A C D æquale toti triangulo A C F; Ergo & reſiduum triangulum A H D erit æquale reſiduo A F G. Addito ergo triangulo A B C communi duobus triangulis A C H, A C G æqualibus; erit trapezium A B C H ad triangulum A D H, ut triangulum A B G ad idem triangulum A H D, hoc eſt, ad æquale ipſi A G F. Sed proportio trianguli A B G ad triangulum A G F, eſt ſicuti proportio M ad N; Ergo &c.*

ANNOTATIONES.

I.

SI quadrilaterum A B C D eſſet parallelogrammum, & dividi deberet ſecundùm proportionem M ad N, per lineam ab angulo A tractam; deberet eodem modo procedi in omnibus tribus caſibus, uti advertimus etiam Capite præcedenti Problem. 3.

II. *Hæ praxes & demonſtrationes hujus Problematis ſunt Mahometi Bagdedini lib. de Diviſione ſuperficierum Propoſ. 7. & ex ipſo Friderici Commandini libello de eadem re, Probl. 1. §. Sit quadrilaterum &c. neuter tamen diſtinguit inter quadrilaterum cujus duo oppoſita latera ſunt parallela, & quadrilaterum cujus latera non ſunt parallela; quod tamen omninò neceſſarium, cùm praxis & demonſtratio ſolùm habeat locum in primo caſu, non in ſecundo ut patet.*

PRO-

PROBLEMA IV.

Dividere quadrilaterum ſeu trapezium æquidiſtantium laterum, in plures partes ſecundùm proportionem datam, per lineas ab uno angulo protractas.

SIt quadrilaterum A B C D, laterum parallelorum duorum, dividendum ſecundùm proportionem H, I, K, per lineas ab angulo A protractas, ſed aliter quàm in præcedenti Problemate. Protrahatur B D in E, ut D E fiat æquale ipſi A C, ducaturque recta C E. Deinde dividatur recta B E ſecundùm proportionem datam in punctio F & G, cadetque punctum ſecundum G vel in D, vel citra, vel ultra. Cadat primò in punctum D. Ducantur igitur rectæ A F, A G, ſeu A D; eritque quadrilaterum diviſum in tres partes A B F, A F G, ſeu A F D, & A D C, ſecundùm proportionem datam H, I, K. Cadat ſecundò ſecundum punctum citra D. Ducantur igitur rectæ A F, A G, eruntque tres partes A B F, A F G, A G D C, ut proportio data H, I, K. Cadat tertiò punctum ſecundùm G ultra D. Producatur recta G H parallela lateri C E, donec occurrat ipſi C D in H, & ducatur recta A H; eruntque tres partes A B F, A F D H, A H D, ut proportio data. Demonſtratio in omnibus tribus caſibus eſt eadem omninò quæ in præcedenti Problemate: F. CXXVI. Icon. XIX.

PROBLEMA V.

Quadrangulum duorum æquidiſtantium laterum dividere per lineam ductam à puncto in uno æquidiſtantium laterum aſſignato, ſecundùm proportionem datam.

SIt quadrilaterum ſeu quadrangulum æquidiſtantium laterum A B C D, & punctum aſſignatum in latere B C, æquidiſtante lateri A D, ſit E; debeatque ab hoc puncto E trahi linea, quæ dividat quadrangulum ſecundùm proportionem L ad M. Protraha- F. CXXVII Icon. XIX.

tur B C latus ulteriùs uſque ad F, ita ut linea C F ſit æqualis lineæ A D, & dividatur tota linea B F ſecundùm proportionem L ad M. Cadet igitur punctum diviſionis vel in E, vel citra verſus B, vel ultra verſus F.

Primus Caſus.

CAdat primò punctum diviſionis in E, ita ut proportio B E ad E F, ſit ſicuti L ad M. Dico, lineam E A dividere quadrangulum ſecundùm proportionem L ad M.

DEMONSTRATIO.

D*Vcatur enim recta A F. Eritque triangulum A G D æquale triangulo F C G,* per 26 Primi, *quia duo anguli D A G, D G A, trianguli A D G, æquales ſunt duobus angulis C F G, C G F, trianguli F G C, uterque utrique,* per 15, & 29 Primi; *& latus A D eſt æquale lateri C F, per conſtructionem. Addito ergo communi trapezio A B C G, erit totum triangulum A B F æquale toti trapezio A B C D; & ablato communi triangulo A B E, erit reliquum triangulum A E F æquale reliquo trapezio A E C D. Sed triangulum A B E ad triangulum A E F, eſt ut B E ad E F,* per primam Sexti, *hoc eſt, ut L ad M: Ergo idem triangulum A B E ad ſpacium A E C D, eſt ut L ad M.*

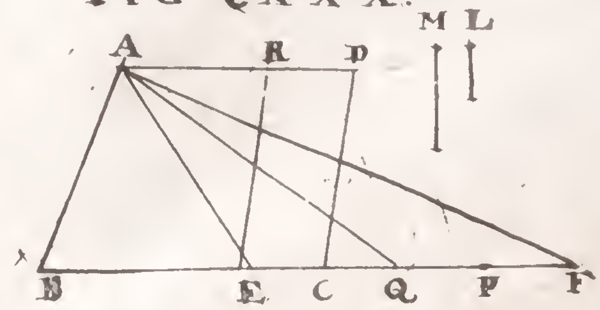
Secundus Caſus.

Fig. CXXVIII. Icon. XIX. CAdat ſecundò punctum diviſionis citra E in punctum H, ita ut proportio B H ad H F ſit ſicut L ad M. Ducatur recta H K parallela rectæ E A, ſecans rectam A B in puncto K; & à puncto K ad punctum E ducatur recta K E. Dico, rectam K E dividere quadrangulum prout petitur.

DEMONSTRATIO.

D*Vcatur enim recta A H. Quoniam igitur rectæ A E, K H, ſunt parallelæ, erunt triangula K H A, & K H E, æqualia,* per 37 Primi; *additoque communi triangulo K B H utrique, erit triangulum A B H æquale triangulo K B E. Eſt autem & triangulum A K E æquale triangulo A H E,* per 37. Primi; *Igitur addito communi A E C D utrique, erit ſuperficies A K E C D æqualis quadrangulo A H C D. Quadrangulum verò A H C D æquale eſt triangulo A H F, ut probatum eſt in primo caſu. Ergo eadem eſt proportio trianguli K B E ad ſuperficiem A K E C D, quæ eſt trian-*

Fig. CXXX.



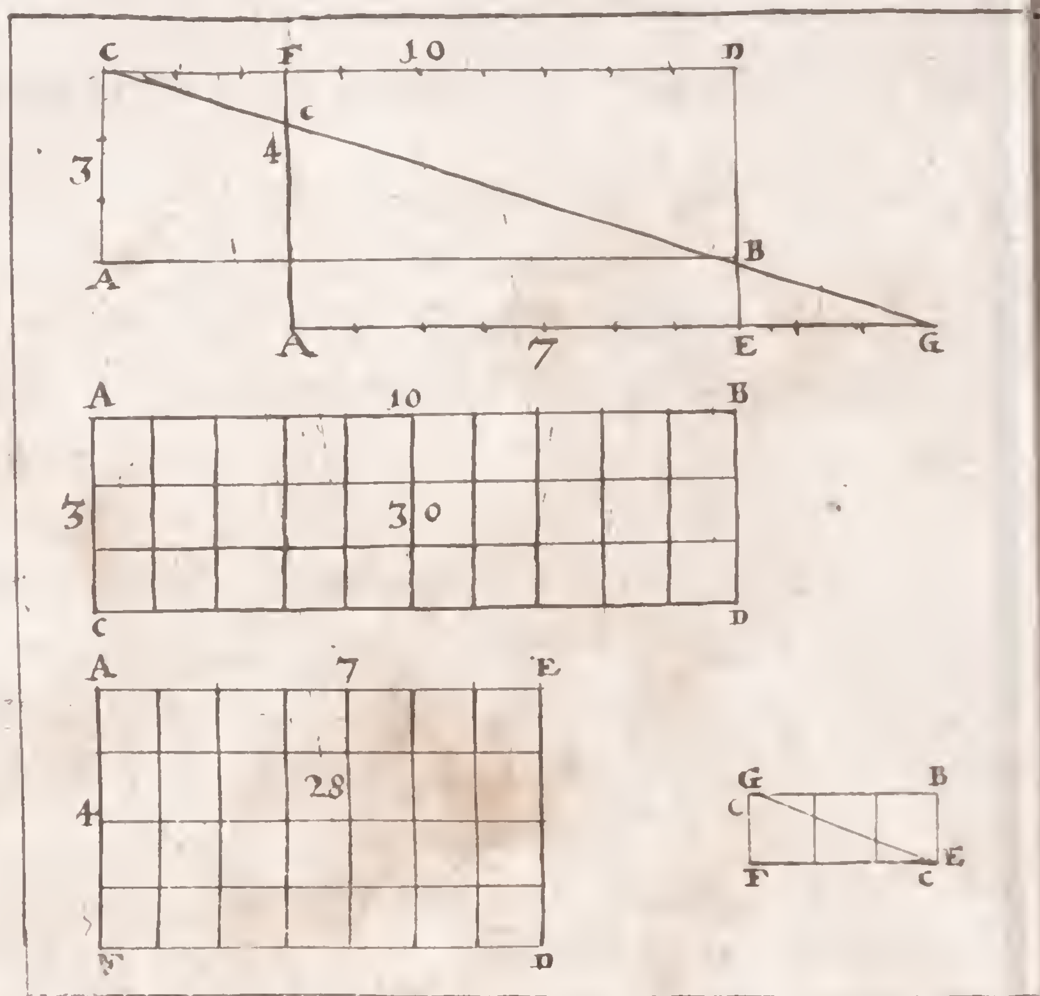


Fig. CXXXI.

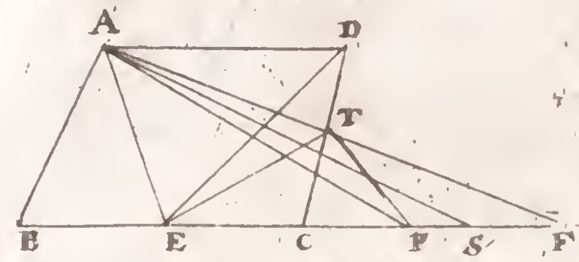


Fig. CXXXIII.

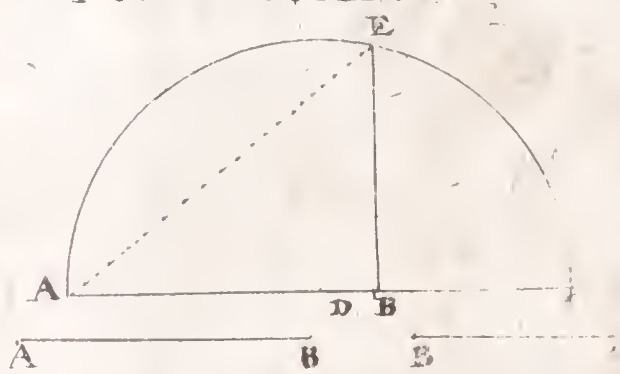


Fig. CXXXIV.

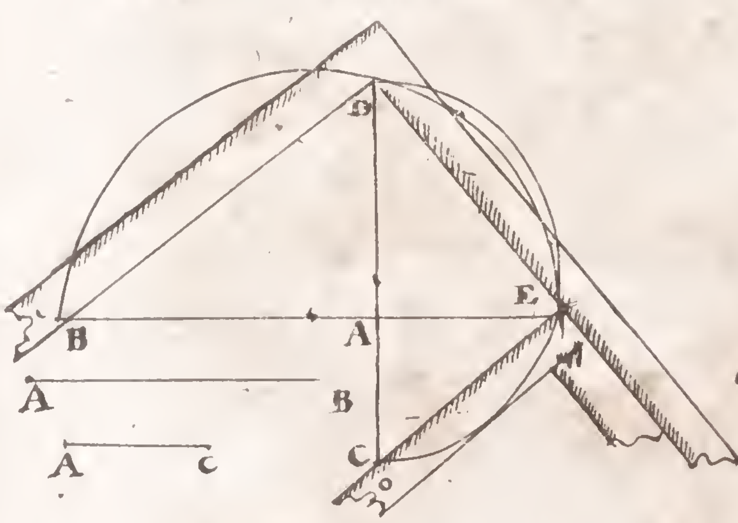


Fig. CXXXV.

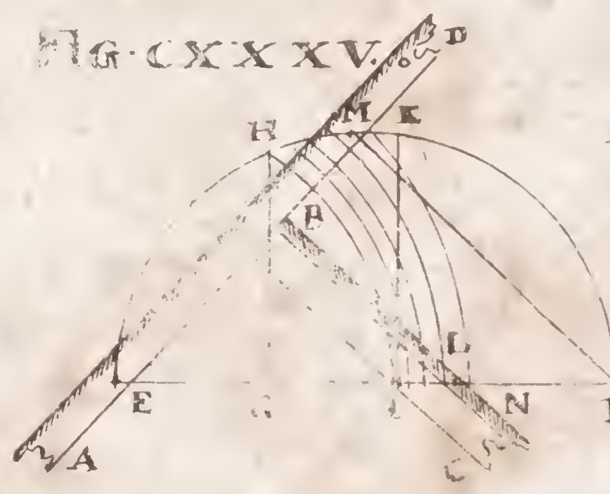


Fig. CXXXVI.

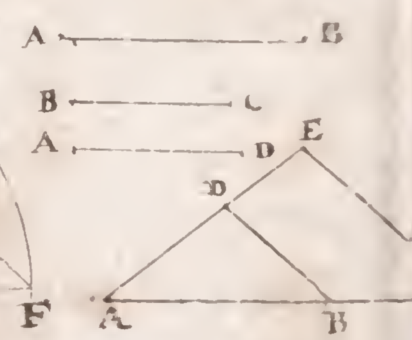


Fig. CXXXVII

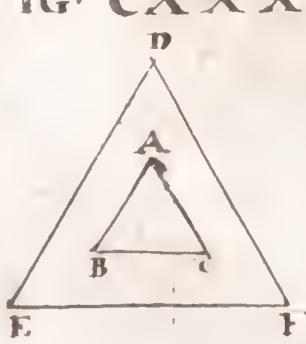


Fig. CXXXVIII.

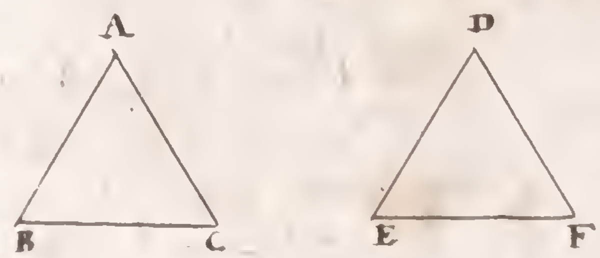
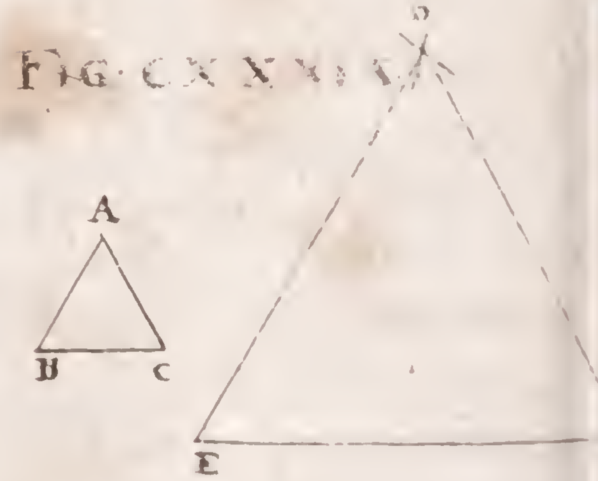


Fig. CXXXIX.



trianguli A B H ad triangulum A H F; & per conſequens B H ad H F, hoc eſt, L ad M.

Tertius Caſus.

CAdat tertiò punctum diviſionis ultra E, verſus F. Poteſt hoc fieri iterum tribus modis: primò ut ſpatium inter E & punctum diviſionis ſit æquale lineæ A D, ſecundò ut ſit minus, tertiò ut ſit majus.

Primus Modus tertii caſus.

CAdat primò punctum diviſionis in P, ita ut ſpatium E P ſit æquale lateri A D; ſitque proportio B P ad P F, ſicut L ad M. F. CXXIX. Icon. XIX.
Ducatur recta E D, à puncto aſſignato E ad angulum D. Dico, hanc lineam E D dividere quadrangulum ſecundùm proportionem L ad M.

DEMONSTRATIO.

D*Vcantur rectæ A P, & A E, & A F. Quoniam igitur recta E P æqualis ponitur rectæ A D, & ipſi æquidiſtans; erit,* per 29, & 26, & per 2 Axio. Pri: *triangulum A E D æquale triangulo A E P. Addito igitur triangulo A B E communi, erit quadrangulum A B E D æquale triangulo A B P; & per conſequens reſiduum triangulum D E C erit æquale reſiduo triangulo A P F, eò quòd, ut ſuprà demonſtravimus, totum quadrangulum A B C D æquale eſt toti triangulo A B F. Liquet igitur quòd eadem eſt ratio quadranguli A B E D ad triangulum D E C, quæ eſt trianguli A B P ad triangulum A P F,* per Schol. 7æ. Quin. ubi demõſtratur quòd æqualium ad æqualia eadem eſt proportio. *Sed proportio trianguli A B P ad triangulum A P F, eſt ſicut L ad M; Igitur & proportio ſpatii A B E D ad ſpacium D E C, eſt ſicut L ad M.*

Secundus Modus tertii caſus.

CAdat ſecundò punctum diviſionis in Q, ita ut ſpatium E Q ſit minus quàm latus A D; ſitque proportio B Q ad Q F, ſicut L ad M. F. CXXX. Iconiſ. XX.
Sumatur ex A D linea A R, æqualis lineæ E Q, & ducatur recta E R. Dico, hanc lineam E R dividere quadrangulum A B C D ſecundùm proportionem datam L ad M.

DEMONSTRATIO.

DVcantur enim recta A E, A Q, & A F. Quoniam igitur recta A R, & E Q ſunt æquales, & æquidiſtantes; erunt, per 29, & 26, & per 2. Axio. Primi, *triangula A E R, & A E Q æqualia: quibus addito cõmuni triangulo A B E, erit quadrangulum A B E R æquale triangulo A B Q. Eſt autem, ut ſuprà probavimus, totum quadrangulum A B C D æquale toti triangulo A B F. Igitur reſiduum quadrangulum R E C D erit æquale reſiduo triangulo A Q F. Eadem eſt igitur proportio quadranguli A B E R ad quadrangulum R E C D, quæ eſt trianguli A B Q ad triangulum A Q F. Atqui hæc eſt ut B Q ad Q F, hoc eſt, ut L ad M; ergo & illa.*

Tertius Modus tertii caſus.

F. CXXXI. Icon. XX. CAdat tertiò punctum diviſionis in S, ita ut ſpatium E S ſit majus, quàm latus A D; ſitque proportio B S ad S F eadem, quæ L ad M. Dividatur latus D C ſecundùm proportionem P S ad S F, in puncto T, & ducatur recta E T. Dico, hanc rectam E T dividere quadrangulum A B C D ſecundùm proportionem datam L ad M.

DEMONSTRATIO.

DVcantur enim A E, D E, A S, AF, ET; & facto ſpatio E P æquali lateri A D, ducatur recta A P. Quoniam igitur lineæ A D, & E P æquales ſunt, & æquidiſtantes; erunt, ut ſuprà dictum, triangula A E D, & A E P æqualia; & addito communi triangulo A B E, erit quadrangulum A B E D æquale triangulo A B P. Eſt autem & totum quadrangulum A B C D æquale toti triangulo A B F. Igitur triangulum reſiduum D E C æquale eſt triangulo reſiduo A P F. Vlteriùs, proportio trianguli D E T ad triangulum T E C, eſt, per primam Sexti, *ſicuti D T ad T C, hoc eſt, ſicuti P S ad S F: cùmque D T ſit ad P S, ſicut T C ad S F, erit triangulum D E T ad triangulum T E C, ſicuti P S ad S F: ſed etiam triangulum A P S ad triangulum A S F, eſt ut P S ad S F*, per eandem primam Sexti; *æqualia ergo ſunt triangula D E T, & T E C, triangulis A P S, & A S F; hoc eſt, triangulum D E T eſt æquale triangulo A P S, & triangulum T E C triangulo A S F*, per 9 Quinti. *Probatum autem fuit, quòd quadrangulum A B E D æquale eſt triangulo A B P: Igitur addito communi triangulo D E T ad quadrangulum A B E D, & triangulo A P S (ipſi D E T æquali) ad triangulum A B P; erit pentagonum A B E T D æquale triangulo*

gulo A B S. Cùm igitur probatum ſit, triangulum A S F eſſe æquale triangulo T E C, & triangulum A B S ad triangulum A S F, hoc eſt, ad triangulum T E C, eſt ut B S ad S F, hoc eſt, ut L ad M; erit & ſpatium A B E T D ad ſpatium T E C, ut L ad M.

ANNOTATIO.

QVod dixi de quadrangulo non parallelogrammo, intelligi etiam debet de quolibet parallelogrammo.

Concluſio Libri.

OMitto infinita alia Problemata geodætica, ut quomodo dividenda ſint trapezia per lineas ductas à punctis in lateribus non æquidiſtantibus; item quomodo dividenda ſint pentagona, aut quæcunque polygona, ſive regularia, ſive irregularia; item quomodo dividendus ſit circulus; & alia multa, quæ qui volet ſcire, adeat Auctores initio Libri hujus citatos. Nobis ſufficit, oſtendiſſe uſum Pantometri noſtri in Geodæſia, ſi in eo per præcepta tertii & quarti Libri delineentur Campi, qui dividendi ſunt; & deinde figura Campi delineata dividatur prout petitur, juxta regulas à nobis, aut ab aliis Auctoribus traditas; ac tandem ope ejuſdem Inſtrumenti Pantometri, & ope figuræ in ipſo diviſæ, dividatur campus propoſitus juxta præcepta tradita in Libro quarto Ichnographico.

PARERGUM,

In quo error Serlii, aliorumque, detegitur.

SEbaſtianus Serlius Lib. 1. Architecturæ, & Gualterus Rivius in ſua Architectura, quem ſequitur Daniel Schwenterus in Recreationibus Mathem: par: 15. quæſt. 14. & alii, proponunt, atque amplectuntur Praxin quandam ad Geodæſiam pertinentem, facillimam ſanè, & ut ipſi putant, pulcherrimam. Quæ ſi vera eſt, Geometriciſque conſona rationibus; næ ego Cræſi acquiram divitias temporis ſpatio exiguo, labore ac ſumptu pœnè nullo. Efficiam, ſanctè affirmo, ut quilibet tantum auri, tantum ſibi coacervet argenti, ſpatio non plus bimeſtri, aut ſummùm trimeſtri, quantum Luſitani, quantum Hiſpani, quantum Belgæ, ac Britanni, quantum Europæi omnes, tot annorum ſpatio, tam frequenti

lon-

longiſſimorum marium trajectione, tam inſatiabili terrarum eviſceratione, tantis periculis ac ſumptibus non coacervârunt. Sed nè verbis Lectorem ludere videar, proponam Problema Serlii, & quidem ipſis, quibus ab Auctore ſuo proponitur, verbis.

F.CXXXII Iconiſ.XX. Sebaſtianus igitur Serlius, libro primo Architecturæ, in hunc diſcurrit modum Italico idiomate: Strani accidenti vengono tal volta all' Architetto, come ſaria queſto. Egli hà una tavola ſola, longa verbi gratia dieci piedi, è larga trè; & hà neceſſità di una porticella, alta piedi ſette, e larga quattro. Hora ſe egli vorrà di eſſa tavola fare due parti della ſua longhezza, le due larghezze non fanno più che ſei piedi; e ſette gliene biſogna. Se egli vorrà torre via un capo della tavola, che ſarà piedi trè; quello non ſervirà per coſa alcuna, perche la tavola rimane piedi ſette longa, e larga trè. Faccia adunque così. La tavola ſarà piedi dieci longa, e tre piedi larga; li angoli di eſſa ſaranno A, B, C, D. Partirà detta tavola per linea diagonale dal C, al B; e fatto di eſſa due parti eguali, tiri in dietro lo angolo A, tre piedi verſo il B, e l' angolo C verſo il D, di maniera che il capo A F ſarà quattro piedi, & il capo E D ſarà anche quattro piedi; così da A al E ſarà ſette piedi, doue la tavola A E F D ſarà longa ſette piedi, e larga quattro, per ſupplire al biſogno della porticella; & anco gli avanzarà un triangolo C C F, & un altro E B G.

Hæc Serlius loco citato. Vult itaque hic Auctor, quòd ſi habeam tabulam A B C D longam pedes decem, & latam pedes tres; velimque ex ipſa conficere portam, longam pedes ſeptem & latam pedes quatuor; vult inquam quòd aſſequi id poſſim, ſi ducam ab angulo C ad angulum B lineam diagonalem, ſive diametralem C B, dividamque totam tabulam in duas æquales partes *per trigeſimam quartam propoſitionem Libri primi Elementorum Euclidis:* deinde retraham partem A C B, verſus B, per ſpatium trium pedum, ita ut conſtituatur latus A F quatuor pedum, latera vero A E, & F D fiant ſeptem pedum, relictis hinc & inde tribus pedibus C F, & E G: ſic enim habebo portam A E F D, longam pedes ſeptem, & latam pedes quatuor, & remanebunt duo triangula C C F, & E B G. quod erat faciendum.

Hæ

Hæc eſt praxis & demonſtratio Serlii, non quidem geometrica, ſed mechanica & ocularis, vel potiùs manualis; quæ tamen rem totam clarè ob oculos ponere videatur.

Hæc praxis ſi vera eſt, atque legitima, tantum quilibet auri, argentique, ut principio dicebam, accumulare ſibi poterit, maximo temporis, laboris, expenſarum compendio, quantum nulla unquam viderunt opulentorum gazophylacia. Nec opus erit, tranare maria, præcipitare ſe in terræ Peruvianæ penetralia, in inferos deſcendere vivos, in ſedibus Manium quærere divitias, terræ vim faciendo, ejuſq; viſcera extrahendo; ſolo malleo opus eſt & incude; quod ita oſtendo.

Tabula longa palmos decem, lata tres, continet palmos quadratos triginta, ut Geometria docet, & patet evidenter ex hac figura A B C D, ſi latera A B, & C D cenſeantur eſſe diviſa in decem palmos, & latera A C, B D, in tres. Ductis enim per ſingula diviſionum puncta lineis rectis, reſultant triginta quadratula, ut apparet, quorum quodlibet eſt longum ac latum palmum unum, ac proinde quodlibet eſt palmus quadratus. Iterum, porta longa palmos ſeptem, lata quatuor, continet palmos quadratos viginti octo, ut eadem geometria docet, & patet ad oculum ex figura A E F D, poſito quòd latera A F, & E D ſint quatuor palmorum. Igitur ſi ex tabula triginta palmorum quadratorum fiat porta viginti octo palmorum quadratorum, deberent remanere ac reſecari ſolùm palmi duo quadrati: ſed per praxim Serlii prædictam remanent tres palmi quadrati, nempe duo triangula C C F, & E B G, quæ ſimul efficiunt tres palmos quadratos: nam latera C F, B G, ſunt trium palmorum; & latera F C, B E, ſunt unius palmi, ut Serlius ſupponit. Si igitur conjungantur hæc duo triangula, ut hic apparet, & à punctis diviſionum ducantur rectæ lineæ; fiet parallelogrammum trium palmorum quadratorum, ut docet Geometræ, & oſtendit apertè præſens figura E B C F.

Fig. CXXXII. Icon. XX.

Fig. CXXXII. Icon. XX.

Accipe igitur, quiſquis aurum ſitis, & argentum, laminam auream vel argenteam A B C D, longam palmos decem, latam tres, ut oſtendit figura primo loco poſita; divide diagonaliter ſecundùm rectam C C B; retrahe latus A C uſque ad F, juxta praxim Serlii; reſcinde duo triangula C C F, & E B G; & ecce lucratus es jam unum palmum quadratum: nam tota lamina erat tri-

ginta palmorum quadratorum, lamina A E F D eſt viginti octo palmorum, & remanent duo triangula trium palmorum, qui ſimul cum viginti octo efficiunt triginta & unum. Reſcinde jam unum palmum, & reliquos triginta confla in maſſam; diduc in laminam longam palmos decem, latam tres; divide, conjunge, reſcinde, ut antè, unum palmum; & ecce lucratus es duos palmos. Eandem operationem iterum, iterumque, ac ſæpius inſtitue, cõvoca aurifabros, imò & ferrifabros omnes, veniant in auxilium.

Bronteſque, Steropeſque & durus membra Pyracmon;

& quod promiſi, verum eſſe re ipſa experieris, ſi verum eſt Serlii Problema. At vereor vehementer, nè ſi praxis prædicta ad geometricas regulas tanquam ad lydium examinetur lapidem, fraudem detegat, & falſitatem oſtendat. Ponamus enim tabulam A B C D quadrilateram & parallelogrammam, eſſe rectangulam, ita ut angulus D ſit rectus; erit, ductâ rectâ F C per terminos trium palmorum, quadrilaterum A F parallelogrammum, *per trigeſimam tertiam Primi*; & angulus C F C rectus, *per vigeſimam nonam Primi*. Tum ſic. Ducta diagonali C B, habemus duo triangula, C D B majus, & C F C minus, quæ ſunt æquiangula: nam angulus F eſt æqualis angulo D, cùm uterque ſit rectus; angulus F C B eſt communis utrique triangulo, & reliqui duo ſunt etiam æquales, *per trigeſimam ſecundam primi*; ergo quàm proportionem habet latus C D ad latus D B, eandem proportionem habet latus C F, ad latus F C. Si ergo fiat, ut C D ad D B, ita C F ad aliud, hoc eſt, ſi per regulam auream dicatur, C D decem, dat D B tria, quid dat C F? invenientur, factâ operatione, pro latere F C novem decimæ, hoc eſt, latus F C non cõtinebit unum palmum integrum, ſed ſolùm novem decimas unius palmi diviſi in decem particulas. Et eadem eſt ratio de latere E B.

Falſum igitur eſt, quòd latera A F, & E D ſint quatuor palmorum, & quòd porta A E F D ſit lata quatuor palmos; cùm ſit ſolùm trium palmorum & novem decimarum unius palmi. Falſum præterea eſt, quòd duo triangula C F C, & E B G, contineant tres palmos quadratos; cùm contineant ſolùm viginti ſeptem decimas, hoc eſt, duos palmos & ſeptem decimas. Falſum denique eſt, quòd ex tabula aut lamina argentea triginta palmorum quadratorum, fieri poſſit porta, aut lamina argentea viginti octo

pal-

palmorum quadratorum, cum exceſſu trium palmorum quadratorum; cùm porta prædictâ ratione facta contineat ſolùm viginti ſeptem palmos quadratos, & tres decimas. Corruit ergo totum Problema Serlii; cui tamen condonandum eſt, cùm non fuerit Mathematicus, nec ſçiverit methodum mathematicæ demonſtrationis, ſed Architectus, & nuda praxi contentus.

Colligitur ex his, quanta ſit Mathematicæ, & præſertim Geometriæ nobilitas, quæ aliorum vel errores, vel impoſturas tam facilè, tamque evidenter producit in lucem.

LIBER

LIBER VIII.

METAMORPHOTICUS,

ſive

De planorum, corporumque transformatione.

I*Ngens hìc nobis aperitur Campus. Agendum enim eſt de planorum, corporumq; transformatione de una in aliam figuram (quod infinitis pœnè modis fieri poteſt,) ſimulque de earundem commutatione in majorem minoremvè formam, ſeu de ijs augendis minuendiſque in data quacunque ratione. Quod quidem, præſertim ſi de augendis minuendiſque figuris planis rectilineis ſermo eſt, tam facilè, ſimulque tam ingenioſè fit ope Pantometri noſtri, ut nulla poſſit adſignari figura rectilinea, quæ non hoc Inſtrumento, arte ſanè mirabili, in data proportione minui poſſit, aut augmentari. Unde conſequenter maximus ejuſdem Inſtrumenti*

ti uſus

ti uſus eſt in Perſpectiva, dum Scenographia, Orthographia, atque Ichnographia corporum quorumcunque, ſive regularium, ſive irregularium, uti & quarumvis aliarum rerum projecturæ, ſumma facilitate delineari poſſunt, augeri, ac minui. Quæ cauſa eſt, cur non omnia Problemata declaraturus ſim mechanicè ope noſtri Inſtrumenti; qui enim unam aut alteram praxim benè perceperit, abſq; ulla difficultate reliquas perficere poterit. Semper tamen, ut clariùs pateat praxium noſtro Pantometro exhibendarum ratio, dabo methodum transformandi, augendi, aut minuendi eadem plana & corpora, geometricè, præſertim quia aliqua Inſtrumento noſtro perfici non poſſunt. Verùm quoniam id geometricè in planis figuris effici non poteſt ſine inventione mediæ proportionalis inter duas rectas lineas datas; nec in ſolidis, niſi inter duas rectas datas duæ mediæ reperiantur proportionales; ideo de utraque re priùs agendum eſt. Quoniam præterea non rarò figura, ſive plana, ſive ſolida, augenda vel minuenda eſt per numeros, id verò ſine inventione unius medii proportionalis, vel duorum mediorum inter datos duos numeros, perfici non poteſt; ideo eâdem de causâ priùs de hiſce inveniendis agendum eſt.

ADMONITIO.

ADverte hìc Lector pro ſequentibus praxibus, & pro toto Pantometri uſu, ſi ad normam Pantometri in Libro primo deſcripti fiat Quadratum majus v. g. quatuor aut quinque pedum Romanorum, verſatile circa ſuum Orbem & Curſore ſuo inſtructum; longè faciliorem & univerſaliorem futurum Inſtrumenti noſtri uſum.

CAPUT PRIMUM.

De inventione mediarum proportionalium, tam in diſcreta, quàm in continua quantitate.

QUoniam non per ſe, ſed in ordine ad dicenda tum hoc, tum aliis libris, tractabimus de mediarum proportionalium inventione, Lemmata vocabimus ſequentes Propoſitiones.

LEMMA I.

Inter duos numeros medium proportionalem invenire.

DUos numeros propoſitos multiplica inter ſe, & ex producto erue radicem quadratam; erit hæc radix medio loco proportionalis inter duos numeros datos. Exemplum. Sit inter 4 & 16 inveniendus medius proportionalis numerus: multiplica 16 per 4, fiunt 64; cujus radix quadrata eſt 8, eſtque medio loco proportionalis inter 4 & 16; quia ut eſt 4 ad 8, ita 8 ad 16. Qua porrò ratione eruenda ſit ex numero quovis data Radix quadrata, docuimus ſuprà lib. 3. Par. 1, cap. 8. Demonſtratio ſumitur ex 17 Sexti, & 20 Septimi lib. Euclidis. Vide etiam quæ dicimus infrà Libro 10. parte 2. cap. 1. Probl. 8.

LEM-

LEMMA II.

Inter duos numeros datos invenire duos medios proportionales.

MUltiplica quadratum minoris numeri dati in majorem numerum datum; & ex producto erue radicem cubicam; & habebis primum medium proportionalem poſt minorem numerum datum collocandum. Iterum multiplica quadratum majoris numeri dati in minorem numerum datum, & ex producto erue radicem cubicam, & habebis ſecundum medium proportionalem ante majorem numerum datum collocandum. Exemplum. Sint inter 8 & 27, inveniendi duo medii proportionales in proportione continua. Accipe quadratum numeri minoris 8, quod eſt 64, & duc in majorem, nempe in 27, & producentur 1728, quorum radix cubica eſt 12, ſcilicet primus medius proportionalis collocandus poſt 8. Iterum accipe quadratum numeri majoris 27, quod eſt 729, & duc in minorem, ſcilicet in 8, & producentur 5832, quorum radix cubica eſt 18, ſcilicet ſecundus medius proportionalis collocandus ante 27. Sic ergo ſtabit Exemplum: 8, 12, 18, 27. Demonſtrationem vide apud Clav. lib. 6. Geom. pract. Propoſ. 18. Cæterùm invento alterutro mediorum proportionalium numerorum, reperietur etiam alter, ſi inventus per extremum remotiorem multiplicetur, & producti numeri radix quadrata capiatur; hæc enim erit alter medius quæſitus. Ut ſi invento primo 12, is multiplicetur per 27, & ex producto extrahatur radix quadrata, quæ erit 18. Praxin extrahendi radicem cubicam vide lo. cit. cap. 9.

LEMMA III.

Inter duas rectas lineas datas invenire mediam proportionalem.

SInt datæ duæ rectæ A B, B C, inter quas invenienda ſit media proportionalis. Conjungantur rectæ A B, B C in unam rectam continuam A B C, eâque diviſâ bifariam in D, deſcribatur ſemicir- Fig. CXXXIII. Iconiſ. XX.

circulus A E C ad intervallum D A vel D C; tandemque ex B puncto erigatur perpendicularis B E ad circumferentiam uſque; eritque B E media proportionalis quæſita. Demonſtrationem vide apud Euclidem, libro 6. Propoſit. 13. Lege etiam Merſennum in Phœnomenis Hydraulicis Propoſ. 11. & quæ nos diximus in Mechanica Hydro-pneumatica, Parte prima, Protheoriæ 4. cap. 3. Propoſit. 8. Ex his colligitur, quomodo duabus datis inveniatur tertia proportionalis.

LEMMA IV.

Inter duas rectas lineas datas, reperire duas alias continuè proportionales.

HOc Problema de inveniendis duabus mediis proportionalibus inter duas quaſcunque datas, præcipuè tamen inter duas habentes inter ſe duplam proportionem, agitatum fuit ſpatio bis mille annorum inter Geometras antiquos & Modernos, occaſione Oraculi Delphici de cubico Altari duplicando ad placandum Apollinem peſte Græciam devaſtantem, ut putabatur. Et quamvis quamplurimi omni ævo, ac præſtantiſſimi Mathematici in ſolvendo Problemate deſudârint, nemo tamen ad hanc uſque diem verè ac geometricè duas medias proportionales inter duas rectas datas invenit, ut ſentit Clavius loco citando; quamvis contrarium videatur Bettino Apiar. 2. Progym. 3. propoſ. 11. Excogitarunt tamen multi præclariſſimi viri modos ingenioſiſſimos, mechanicè id præſtandi, cujuſmodi ſunt inter Antiquos Eratoſtenes, Plato, Pappus Alexandr. lib. 8. Recoll. Mathem. Sporus, Menechmus, Archita, Hero, Apollonius Pergæus, Philo Byſantinus, Philoponus, Diocles, Nicomedes; & inter modernos Orontius Finæus, Villalpandus, Bettinus, & alii. Qui volet legere modos Antiquorum, inveniet ipſos in Commentariis Eutocii Aſcalonitæ in lib. 2. Archimed. de Sphæra & Cylindro, & in Libello Joannis Werneri Norimbergenſis de ſectionibus Conicis; & aliquos affert Clavius lib. 6. Geom. pract. Propoſ. 15. Ego ex multis quos reperi apud multos, afferam duos ſolummodò, qui mihi omnium ſimpliciſſimi videntur. Primum habet Kircherus lib. 4. Muſurgiæ cap. 7. Propoſ. 2. pag, 205, & 206. Alter eſt Villalpandi tom. 3. Parte 2. lib. 1, cap. 3. Propoſit. ultima.

Pri-

Primus modus inveniendi duas medias proportionales inter duas datas rectas lineas.

SInt datæ duæ rectæ A B major, & A C minor. Conſtituantur ad angulum rectum B A C, ut in figura patet; & producantur ambæ ad punctum A utcunque verſus D & E. Deinde interior normæ alicujus angulus D, ſuper rectam A D ſurſum deorſumque moveatur, ſervato ſemper latere interiore D B ſuper punctum B lineæ A B datæ, donec alia norma ad interſectionem E applicata, & prioris normæ lateri D E contigua, tranſeat per punctum C extremum alterius datæ rectæ A C. Dico, duas rectas A D, A E, medias eſſe proportionales inter duas datas A B, A C. CXXXIV. Fig. Iconiſ. XX.

DEMONSTRATIO.

C*Vm enim angulus B D E ſit rectus, erit is in ſemicirculo,* per 31. Tertii Euclid. *eruntque B A, A D, A E continuè proportionales,* per octavam Sexti Euclid. *Similiter A D, A E, A C proportionales eſſe conſtat, propter eandem rationem: Erunt igitur omnes quatuor continuè proportionales; quod erat faciendum.*

Si igitur datæ rectæ ſumantur in dupla ratione, erit Cubus minoris mediæ proportionalis duplus cubi minoris extremæ, per 18. Decimi tertii Euclid.

Secundus modus inveniendi inter duas rectas datas, duas medias.

FIat ex ære, aut quavis alia materia ſolida, norma A B D C, quàm accuratiſſimè conſtructa, ita ut linea A B D ſit recta, & uterque angulus A B C, D B C, ſit rectus, punctum B exactè reſpondeat angulo recto D B C; factumque erit inſtrumentum, duabus mediis inveniendis non incommodum, cujus omnem formam vides in figura. Ejus verò uſus eſt ejuſmodi.

Sint datæ duæ rectæ, E F, E G, & circa majorem E F deſcriptus ſit ſemicirculus E H F, quem perpendicularis G H ſecet in H; & centro E, intervallo E H, deſcribatur arcus H I; & rurſùm ex I erigatur perpendicularis I K; eritque E H, vel E I, minor quidem quàm ſecunda ex quatuor proportionalibus, incipiendo à

F.CXXXV Icon, XX, majori; at recta E K, vel E N erit major quàm eadem ſecunda, ut demonſtrat Villalpandus loco citato Propoſit.9. Fiet igitur ut ſecunda ex quatuor proportionalibus, ſi applicetur ex puncto E, ad peripheriam ſemicirculi E H F, neceſſariò cadat ad aliquod punctum inter puncta H & K. Quæ applicatio ut per Inſtrumentum poſitum fiat, deſcribantur priùs centro E utcunque aliquot arcus ſecantes diametrum E F, & arcum H K in punctis inter puncta H & K; eiſque deſcriptis, ut videre eſt in figura, applicetur punctum Inſtrumenti B, nempe angulus rectus, perpendiculari G H; & latus B A protendatur per punctum E; idemque angulus B ſurſum moveatur vel deorſum, per rectam G H, donec regula A D, quæ interim ſemper protenditur per punctum E, ſecet circumferentiam E H F, & altera regula B C ſecet diametrum E F iis in punctis, in quibus eandem circumferẽtiam & diametrum ſecat unus aliquis arcuum ab initio deſcriptorum; vel certè veriſimile ſit, & ita ſenſus judicet, ſi per alterum illorum punctorum centro E deſcribatur arcus, eum tranſiturum eſſe per reliquum punctum: tali enim in ſitu ſi Inſtrumentum conſiſtat, inventæ erunt duæ mediæ inter datas. Ponamus enim centro E, per punctum L, in quo regula B C ſecat diametrum, deſcriptum arcum tranſire per punctum M, in quo circumferentiam ſecat regula A D. Dico, rectas E M, E B, eſſe duas medias inter E F, E G. Ductâ enim M F, erunt M F, B L parallelæ, *per 28 Primi*; ac proinde triangula EMF, EBL, ſimilia erunt, *per Corollar: quartæ Sexti Euclid.* Eſt autem, *per octavam Sexti Euclid.* triangulo E B L, ſimile quoque triangulum E B G, ob perpendicularem B G, quæ in baſim E L cadit ex angulo recto E B L: Igitur omnia tria triangula erunt ſimilia. Quare eadem erit proportio E F, ad E M, ſive E L, (eò quòd E L, E M ponuntur æquales) quæ E L, ad E B, & E B ad E G. Atque adeo inter duas datas inventæ erunt duæ mediæ, quas invenire erat propoſitum.

ANNOTATIO I.

HIc ſecundus modus eſt longè facilior & ſimplicior priori. Inſtrumentum etiam hujus ſecundi modi vel propterea aliis eſt præferendum, quòd planum, ac ſolidum, ſimpliciſſimumque ſit, & in quo nulla movenda ſit ejuſdem pars. Aſſidua enim nos docuit experientia, inquit Villalpan-

Valpandus in Scholio citatæ Propoſit. inſtrumenta illa quarum partes movendæ, aliterque atque aliter aptandæ ſunt, exactæ fieri vix poſſe, exactè uſibus deſervire nulla ratione poſſe. In hoc verò inſtrumento non tantùm ejus fabrica & examinatio facilis, verùm ipſa operatio haud difficilis; eam verò examinare facillimum erit. Nam conſtituto, ut prædiximus, Inſtrumento, notanda in figura tantummodò eſſent puncta M & L, & circini pede fixo in E, alter extendendus uſque in M, vel L, & circumducendus circinus, probandumque num cum reliquo exactè concordet: hoc enim invento, jungetur recta E M, quæ duas medias dabit, E M, E B: ſi verò non ita exactè reſpondeat circinus, iterum applicandum eſſet inſtrumentum, & reliqua peragenda, ut præfertur.

ANNOTATIO II.

INventio duarum mediarum mechanica modis dictis, aut aliis aliorum rationibus, ſufficit pro praxi, nec major requiritur præciſio, nec ſi geometricè eſſent inventæ duæ mediæ, major in praxi haberi poſſet præciſio. Quare perinde eſt, ſive mechanicè, ſive geometricè inveniantur duæ mediæ in ordine ad praxin.

LEMMA V.

Datis duobus numeris, tertium continuè proportionalem invenire.

DUc ſecundum in ſeipſum, & productum divide per primum; quotus productus erit tertius proportionalis. Sint dati numeri 2 & 4: multiplica 4 in ſe, fiunt 16; hæc divide per 2, fiunt 8, ſcilicet tertius proportionalis quæſitus.

LEMMA VI.

Datis tribus lineis rectis, quartam proportionalem invenire.

HOc etiam Problema hic apponendum eſt ex Euclide, quoniam illo frequenter indigebimus.

Sint ergo tres lineæ rectæ A B, B C, A D, quibus invenienda ſit quarta proportionalis, ad quam ſit A D, ſicut eſt A B ad B C. Fig. CXXXVI. Icon. XX.

 Diſpo-

Diſponantur primæ duæ A B, B C, ſecundùm lineam rectam, quæ ſit A C: Tertia verò A D, cum prima A B, faciat angulum A quemcunque. Deinde ex B ad D ducatur recta B D, cui per C parallela ducatur C E, ac rectæ A D productæ, in E puncto. Dico, D E eſſe quartam proportionalem. Demonſtrat Euclides lib. 6. Propoſit. 12.

LEMMA VII.

Datis tribus numeris quartum proportionalem invenire.

UTere Regulâ Proportionum, quam Arithmetici appellant Regulam trium, ſeu Regulam Auream, diſponendo numeros datos ut iidem docent; & invenies quod quæris.

CAPUT SECUNDUM.

De transformatione triangulorum planorum rectilineorum in alias planas rectilineas figuras.

FIgura plana eſt ſuperficies, quæ ſub uno aut pluribus terminis comprehenditur atque concluditur, ut ſunt circulus, triangulum, quadratum, parallelogrammum, & ſimilia. Harum aliæ ſunt rectilineæ, aliæ curvilineæ. Inter alias affectiones, quæ planis figuris rectilineis tribuuntur, eſt, quòd aliquæ ſunt inter ſe ſimiles, ſimiliterque poſitæ. Similes figuræ ſunt, quæ angulos ſingulos ſingulis habent æquales, & latera quæ ſunt circum æquales angulos, proportionalia, ut habet Euclides lib. 6. Element. Definit. 1. Similiter poſitæ dicuntur figuræ, quando termini proportionales ſimili ſitu reſpondent, ſuperi ſuperis, inferi inferis, dextri dextris, ſiniſtri ſiniſtris, proutmox patebit ex figuris.

PRO-

PROBLEMA I.

Triangulo cuicunque dato conſtituere aliud ſimile, ſimiliterq; poſitum, cujus ſingula latera ſint vel æqualia, vel majora, vel minora, in quacunque proportione.

Mechanicè per Inſtrumentum.

Sit primò datum triangulum A B C qualecunque, hoc eſt, ſive æquilaterum ſit, ſive Iſoſceles, ſive ſcalenum; ſitque conſtituendum aliud quoad peripheriam majus in quacunque proportione, verbi gratia, in tripla, priori tamen ſimile, ſimiliterque poſitum, juxta ſenſum explicatum. Firma Inſtrumentum ſupra ſuum ſuſtentaculum ſeu pedem, illudque conſtitue horizonti parallelum, ut ſerviat loco menſulæ. Deinde cavitati ejus impone chartam quadratam, prout diximus ſuprà libro 2, 3, & 4. His factis, colloca triangulum A B C datum ſupra chartam Inſtrumento impoſitam, & promove Curſorem ſupra lineam B C; & Inſtrumento manente immoto retrahe curſorem quantum libuerit, aut neceſſarium judicaveris; & juxta ipſius latus duc lineam E F triplo longiorem lineâ B C. Hoc etiam facto, relinque Orbem interiorem Inſtrumenti unà cum charta impoſita omnino immotum; Quadratum verò Inſtrumenti unà cum Curſore gyra circa orbem, & colloca Curſorem ſupra lineam C A; eoque retracto (manente interim toto Inſtrumento omnino immobili) promove ipſum præciſè ſupra punctum F lineæ E F, & juxta ipſius latus fac lineam F D triplo majorem lineâ C A. Tandem hoc præſtito, relinque ut antea Orbem Inſtrumenti immotum, & gyra Quadratum unà cum Curſore, & Curſorem promove ſupra lineam A B; eoque retracto (manente Inſtrumento fixo) promove ipſum ſupra punctum D lineæ F D, & juxta ipſius latus duc lineam D E; quæ ſi non cadat ſupra punctum E, erratum eſt; ſi verò cadat ſupra hoc punctum, erit triangulum D E F ſimile triangulo A B C, eoque triplo majus. Ratio patet ex ipſo modo operandi;

Fig. CXXXVII Icon, XX.

randi; triplicata ſunt enim latera, & ubique ſervata eſt æqualitas angulorum, propter latera utriuſque parallela.

Sit ſecundò datum triangulum D E F qualecunque, eique conſtituendum ſit aliud ſimile, priori tamen triplo minus quoad circumferentiam. Firmato Inſtrumento ut dictum, ipſique impoſita ichnographia trianguli dati D E F, pone ſupra ipſum aliam chartam, & operare ut antea, modo tamen contrario. Hoc eſt, colloca Curſorem ſupra lineam E F, & orbe manente immoto, promove ipſum intus quantum vis, aut quantum neceſſe eſt, & duc juxta ipſius latus lineam B C triplo minorem lineâ E F. Gyrato deinde Quadrato, colloca Curſorem ſupra lineam F D; eoque intus promoto ſupra punctum C lineæ B C, duc lineam C A triplo minorem linea F D. Tandem gyrato Quadrato, & Curſore collocato ſupra lineam D E, promove illum intus ſupra punctum A lineæ C A, & fac lineam A B; eritque factum quod petebatur.

Sit tertiò datum triangulum A B C cujuſcunque conditionis, eique conſtituendum ſit aliud D E F & ſimile & æquale. Firma ſupra Inſtrumentum ichnographiam trianguli A B C, & pone Curſorem ſupra lineam B C, & juxta ipſius latus fac aliam lineam E F priori omnino æqualem. Deinde gyra Quadratum Inſtrumenti, & colloca Curſorem ſupra lineam C A; moxque retractum promove ſupra punctum F, & juxta ipſius latus duc rectam F D æqualem ipſi C A. Tandem gyrato Quadrato colloca curſorem ſupra lineam A B; eoque retracto, promove ipſum ſupra punctum D, ſeu E, & fac rectam D E; eritque factum quod petitur.

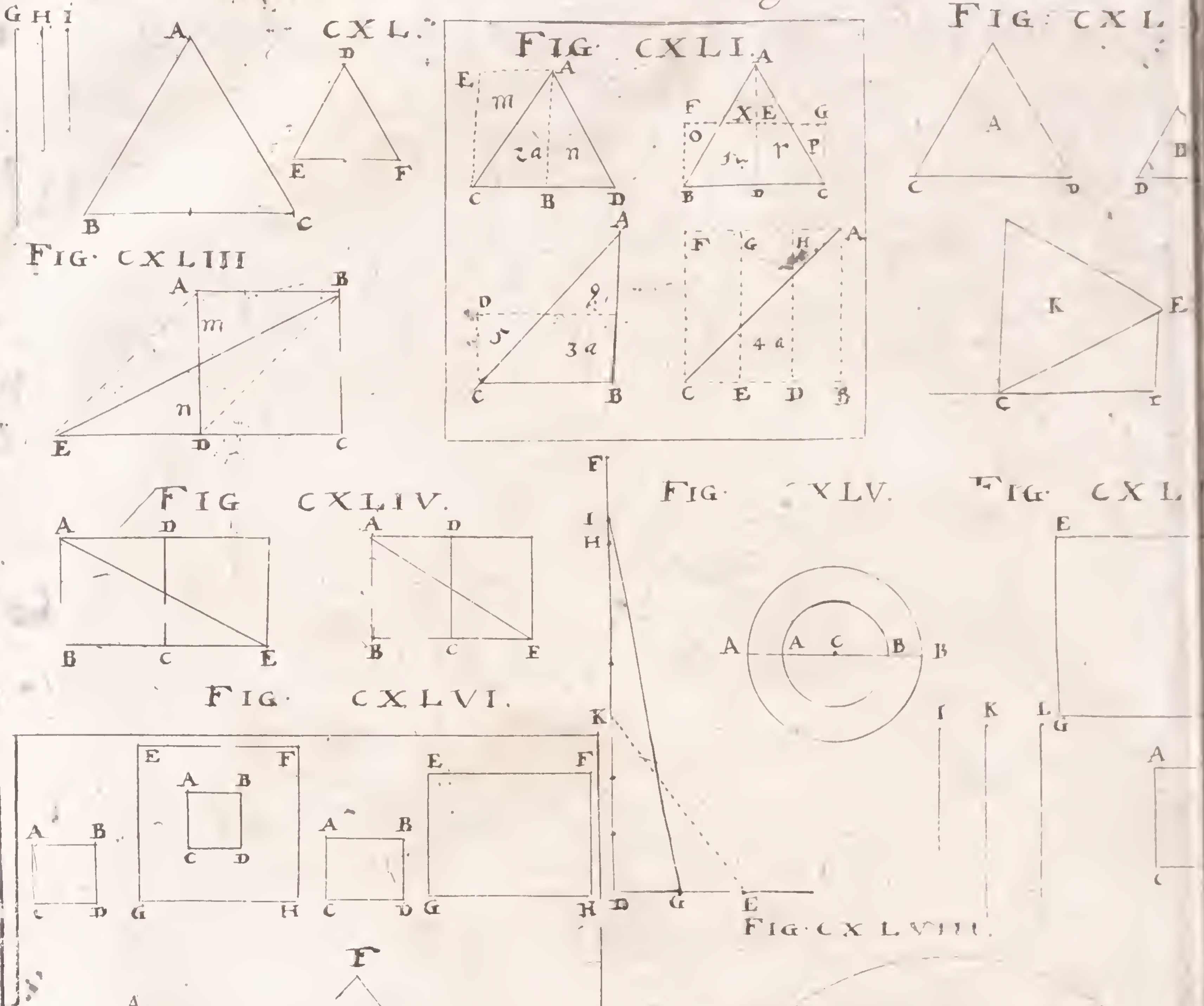
Fig. CXXXIIX Icon. XX.

ANNOTATIO I.

Non eſt neceſſarium ut figura augenda formetur circa, & figura minuenda extra prototypum, ſed poteſt formari juxta, ut factum vides in hoc tertio caſu, & videbis in praxi ſequenti; præſertim ſi ad normam Pantometri conficias tibi majus Inſtrumentum, ut ſuprà diximus in Admonitione.

Sine Inſtrumento.

Sit primò dato triangulo A B C conſtituendum aliud D E F ſimile, cujus tamen ſigula latera ſint triplo majora ſingulis lateribus prioris. Fac primò lineam E F triplo longiorem linâ B C; dein-


CXL.
FIG. CXLI.
FIG. CXL
FIG. CXLIII
FIG. CXLIV.
FIG. CXLV.
FIG. CXL
FIG. CXLVI.
FIG. CXLVIII.
FIG. CXLIX.

deinde divaricato circino ad triplam diſtantiam lateris C A, colloca unum pedem in F, altero verò deſcribe arcum ſupra lineam E F. Tandem aperi circinum ad triplam diſtantiam lateris B A,& pone unum pedem in E, altero verò deſcribe alium arcum ſupra eandem lineam E F, qui priorem interſecet in puncto D. Ex puncto D duc rectas D E, D F; eritque triangulum D E F ſimile priori, & latera ſingula erunt triplo majora. Fig. CXXXI Icon. XX.

Sit deinde dato triangulo D E F conſtituendum aliud ABC ſimile, triplo tamen minus quoad latera. Super linea B C triplo minore quàm linea E F, conſtitue modo dicto latera B A, C A, triplo minora lateribus E D, F D. Simili prorſus ratione facies triangulum alteri dato ſimile & æquale. Ratio operationis pendet ex Propoſ. 22. & 23. lib. 1. Euclid.

ANNOTATIO II.

QVod dixi de augmento ac diminutione in proportione tripla, debet etiam intelligi de augmentatione in quacunque data aut aſſumpta proportione: in omnibus enim eſt eadem operandi ratio, tam per Inſtrumentum, quàm ſine Inſtrumento.

PROBLEMA II.

Triangulo cuicunq; dato conſtituere aliud ſimile majus, vel minus quoad ſuperficiem, ſub quavis proportione.

Mechanicè per Inſtrumentum.

SIt datum triangulum A B C, quodcunque illud ſit, cui ſimile ſimiliterque poſitum ſit deſcribendum minus D E F, ſecundùm proportionem datam G ad H, aut aliam quamcunque. Tribus rectis G, H, & B C (quod dico de latere B C, intelligi debet de quovis aliorum laterum B A, C A) inveniatur quarta proportionalis I, *per 12 Sexti, aut per Lemma quintum hujus Libri*. Deinde duabus B C, & I, inveniatur media proportionalis E F, *per 13 Sexti, aut Lemma tertium hujus*. Tandem ſuper recta E F deſcribe triangulum D E F, ſimile ſimiliterque poſitum triangulo A B C, per praxim Fig. CXL. Icon. XXI.

xim Problematis præcedentis. Dico, triangulum D E F eſſe minus triangulo A B C, ſecundùm proportionem datam G ad H.

DEMONSTRATIO.

Tres rectæ, B C, E F, & I, ſunt continuè proportionales, ex conſtructione; ergo, per 19 aut 20 Sexti, *ut eſt BC prima ad I tertiam, hoc eſt, per conſtructionem, ut G ad H; ita eſt rectilineum D E F ſuper ſecundam, illi ſimile ſimiliterque poſitum.*

ANNOTATIO.

Non ſecus dato triangulo minori deſcribitur aliud majus ſimile ſimiliterque poſitum, ſecundùm proportionem datam; ut ſi triangulo D E F deſcribendum eſſet aliud A B C majus ſimile, ſecundùm proportionem H ad G. Eadem enim eſt prorſus conſtructio, atque demonſtratio.

Sine Inſtrumento.

Sint eadem præſtanda quæ antea. Inveniatur eadem E F media proportionalis inter B C & I. Deinde ſuper E F fiat angulus D E F, æqualis angulo A B C; & angulus D F E æqualis angulo A C B; & ducantur rectæ E D, F D, quæ interſecabunt ſe in D, & conſtituent triangulum D E F, ſimile ſimiliterque poſitum triangulo A B C, ſed minus ſecundùm proportionem datam G ad H. Simile quidem, quia per conſtructionem, *& trigeſimam ſecundam Primi,* ſinguli anguli hujus ſunt æquales ſingulis angulis illius; & *per quartam Sexti,* latera circa æquales angulos proportionalia. Similiter poſitum, ex conſtructione facta. Minus ſecundùm proportionem datam, per 19 aut 20 Sexti.

Eodem prorſus modo conſtituetur majus ſecundùm proportionem datam.

COROLLARIUM.

Ex his patet, quomodo quodcunq; triangulum datum ſit duplicandum, triplicandum, quadruplicandum &c. item quomodo ſit conſtituẽdum aliud quod ſit illius dimidium, pars tertia, quarta &c. ſervata nihilominùs ſemper eadem ſimilitudine. Si enim proportio G ad H ſumatur ut 2 ad 1, vel 3 ad 1, vel 4 ad 1 &c. & reliqua perficiantur ut dictum; habebitur trian-

triangulum ſimile ſimiliterque poſitum, quod ſit trianguli dati ſubduplum, ſubtriplum, ſubquadruplum &c. Si autem proportio H ad G fiat, ut 1 ad 2, 1 ad 3, aut 1 ad 4 &c. habebitur triangulum duplo, triplo, quadruplo majus.

PROBLEMA III.

Dato triangulo æquale parallelogrammum rectangulum facere.

Sine Inſtrumento.

COnſtrue parallelogrammum rectangulum, cujus unum latus circa angulum rectum ſit æquale altitudini trianguli dati, alterum verò latus circa eundem angulum rectum ſit æquale dimidiæ baſi, ſupra quam (etiam protractam) cadit perpendicularis metiens altitudinem trianguli dati, ut vides factum in ſecunda & quarta figura: vel contrà, conſtrue parallelogrammum rectangulum, cujus unum latus ſit æquale dimidiæ altitudini, alterum toti baſi ſupra quam cadit perpendicularis prædicta, prout vides factum in prima & tertia figura; & habebis intentum. Fig. CXLI Icon. XXI

DEMONSTRATIO.

QVia in prima figura triangulum X eſt æquale triangulo O, & triangulum E triangulo p. in ſecunda figura triangulum m eſt æquale triangulo n. in tertia figura triangulum q eſt æquale triangulo s, per 29, 15, & quartam Propoſitionem Libri 1. Euclid. *in quarta denique figura ſi producatur recta F G, & erigatur ſuper C D perpendicularis D H, occurrens rectæ F G productæ in H; erit F D parallelogrammum, ac proinde duplum trianguli dati*, per 41 Propoſit. lib. 1. Euclid. *Ergo dimidium F E erit æquale triangulo dato.*

Cum Inſtrumento.

QUomodo cuicunque triangulo dato conſtruendum ſit æquale parallelogrammum rectangulum, facilè colliget ingenioſus Lector ex dictis Probl. 1 & 2. Rem paucis indico in appoſitis exemplis, ex quibus intelligi poterit quomodo operandum ſit in aliis.

Si primum triangulum æquilaterum eſt, aut iſoſceles, dividatur baſis B C bifariam in D, & applicato Curſore ſupra punctum D, & angulum A, ducatur recta A D, quæ dividatur bifariam in r, & poſito Curſore ſupra baſim BC, moxque retracto (Inſtrumento manente immoto) & collocato ſupra punctum r, ducatur recta F G. Iterum poſito Curſore ſupra lineam A D, moxque retracto primùm ad punctum B, ducatur recta B F; deinde ad punctum C, ducatur recta C G; & habebis intentum.

Si ſecundum triangulum eſt ſimiliter æquilaterum, aut iſoſceles, divide iterum baſim C D bifariam in B, & poſito Curſore ſupra punctum B, & angulum A, duc rectam A B, deinde retracto Curſore ad punctum C, fac rectam C E: tandem poſito Curſore ſupra C D, & retracto ad A, fac rectam A E.

Si tertium triangulum eſt rectangulum ad B, divide latus A B bifariam in E, pone Curſorem ſupra C B, retrahe ſupra punctum E, duc rectam E D: iterum colloca curſorem ſupra E B, retrahe ſupra punctum C, & duc rectam C D.

Si quartum triangulum eſt ſcalenum, produc latus C D verſus B, erige perpendicularem B A (quod multis modis fieri poteſt per Inſtrumentum, ut experiri poteris) colloca Curſorem ſupra C D B, retrahe ſupra angulum A, fac rectam A F, & deinde parallelogrammum F E.

COROLLARIUM.

Ex his facilè colligi poterit, quomodo cuicunque triangulo dato conſtruendum ſit parallelogrammum non rectangulum æquale, quod Lectoris induſtriæ relinquo.

PROBLEMA IV.

Dato triangulo cuicunque conſtituere æquale quadratum.

Reduc triangulum ad parallelogrammum rectangulum æquale, per præcedens Problema; & huic deinde conſtitue quadratum æquale per Probl. 4. capitis ſequentis; & habebis intentum.

PRO-

PROBLEMA V.

Duobus triangulis, ſeu æqualibus, ſeu inæqualibus, ſimilibus tamen, invenire aliud triangulum ſimile æquale.

Cum Inſtrumento, & ſine illo.

SInt duo triangula æquilatera, A, & B, oporteatque invenire triangulum aliud æquilaterum illis æquale. Conjungantur triangulorum baſes CD, DE, ut efficiant angulum rectum CDE, ducaturque recta CE; ſuper qua conſtruatur triangulum K ſimile prioribus, *per Problema 1. hujus capitis.* Dico hoc eſſe æquale illis, *per 31 Propoſit. Sexti Euclid.* F. CXLII. Icon. XXI.

PROBLEMA VI.

Triangulum dato quadrato æquale conſtituere

Sine, & cum Inſtrumento.

SIt datum quadratum ABCD, eique conſtituendum æquale triangulum. Ducatur diagonalis BD, & ipſi parallela AE, ſecans latus CD productum in E; ducaturque recta BE. Dico, triangulum BCE eſſe æquale quadrato dato. Nam triangulum m eſt æquale triangulo n, *per 26, & 4 Primi Euclidis.* F. CXLIII. Icon. XXI.

PROBLEMA VII.

Triangulum dato parallelogrammo, tam rectangulo, quàm non rectangulo, æquale conſtituere.

Utroque modo.

OPerare eo modo, quo diximus operandum in reducendo quadrato ad triangulum, & habebis intẽtum. Poteris etiam procedere ut in præcedenti Problemate.

PROBLEMA VIII.

Aliter conſtituere triangulum æquale quadrato, aut parallelogrammo dato.

Utroque modo.

F. CXLIV. Icon. XXI. SIt datum quadratum, aut parallelogrammum, A B C D. Producatur B C in E, ut C E ſit æqualis ipſi B C, & ducatur recta A E; eritq; triangulum A B E æquale quadrato, aut parallelogrammo dato. Ratio deſumitur ex 36 & 34 Primi.

PROBLEMA IX.

Datis quotcunque triangulis æquale triangulum conſtituere.

Utroque modo.

TRiangulis fiant æqualia parallelogrammma, per tertium hujus capitis; parallelogram̄is fiant æqualia quadrata, per quartum hujus capitis; quadratis omnibus fiat æquale unum quadratum, per ſeptimam capitis ſequentis; quadrato ultimo fiat æquale triangulum, per ſextam hujus capitis.

PROBLEMA X.

Triangulum rectangulum dato circulo æquale quàm proximè conſtituere.

Per Inſtrumentum, & ſine eo.

F. CXLV. Icon. XXI. ESto circulus A B, cujus centrum C, eique ſit conſtruendum triangulum rectangulum æquale quàm proximè, juxta regulas Archimedeas traditas ſuprà Lib. 3. par. 2. Probl. 7. Primum fiat angulus rectus F D E, & ex D E abſcindatur D G, radio C A circuli æqualis. Deinde ſupra lineam D F transferatur circuli diameter A B ter, à D uſque in H; & inſuper pars ſeptima ejuſdem diametri, ab H uſque in I. Tandem ducatur recta I G; eritque trian-

triangulum I D G, rectangulum ad D, circulo dato quàm proximè æquale, juxta dictam Archimedis regulam.

Poteſt etiam ex recta D E abſcindi diameter circuli, à D uſque ad E; & ſupra D F transferri ejuſdem circuli radius ter, & inſuper ſeptima ipſius pars, à D uſque in K; & duci recta K E: ſic enim triangulum rectangulum K D E erit ſimiliter æquale quàm proximè circulo dato, juxta dicta loco citato.

CAPUT TERTIUM.

De tranſmutatione quadrangulorum in alias figuras planas.

QUadrangula ſunt primò omnia parallelogrammata, cujuſmodi ſunt Quadratum, Oblongum, Rhombus, & Rhomboides: deinde omnia Trapezia.

PROBLEMA I.

Quadrangulo quocunque dato deſcribere aliud ſimile, vel æquale, vel quoad ſingula latera majus, aut minus, in qualibet proportione.

Per Inſtrumentum.

SIt datum Quadratum A B C D (quod dico de Quadrato, intelligendum eſt de quocunque alio Quadrangulo, ſeu Quadrilatero) cui conſtituendum ſit aliud ſimile, ſimiliterque poſitum, ſive æquale, ſive quoad ſingula latera majus, aut minus, in quacunque proportione. Operare modo dicto Capite præcedente Problemate primo, inſcribendo nimirum minus majori, aut circumſcribēdo majus minori, aut conſtituendo unum ad latus alterius. Nil ampliùs dico, quia qui citatum Problema intellexit, nullam hîc habebit difficultatem.

Sine Inſtrumento.

QUadrato A B C D conſtituetur Quadratum E F G H ſimile, ſimiliterque poſitum, cujus ſingula latera ſint duplo majora F. CXLVI. Icon. XXI.

 quàm

quàm latera prioris; ſi ſupra rectam G H duplo majorem rectâ C D erigantur perpendiculares G E, H F, æquales rectæ G H, & ducatur recta E F. Eodem modo fit æquale, & minus. Ratio pendet ex 46 primi Euclidis.

Oblongo A B C D conſtituetur aliud E F G H æquale, aut majus, aut minus, in data proportione, ſi ſuper rectam G H æqualem, aut majorem, aut minorem in data proportione, erigantur perpendiculares G E, H F, æquales, aut majores, aut minores lateribus C A, D B, in eadem proportione; & ducatur recta E F.

Rhombo (& etiam Rhomboidi) A B C D conſtituetur alius E F G H æqualis, aut minor, majorvè in data proportione; ſi ad rectam E G æqualem, aut majorem, aut minorem ſecundùm datam proportionem rectâ A C, conſtituatur, *per 23 Primi*, angulus G E F, æqualis angulo C A B, & ducatur E F æqualis rectæ E G: deinde centro G, intervallo G E fiat arcus verſus H; & iterum centro F, intervallo F E fiat alius arcus verſus H, interſecans priorem in puncto H: ac tandem ducantur rectæ E H, G H.

Trapezio A B C D conſtituetur aliud E F G H æquale, aut majus, aut minus; ſi primò in dato trapezio ducatur recta B D, & ſuper recta E H rectæ A D aut æquali, aut majori, aut minori, fiat angulus E H F æqualis angulo A D B; & ducatur recta H F rectæ D B vel æqualis, vel major, vel minor. Deinde ſi fiat angulus H E F æqualis angulo D A B, & ducatur recta E F rectæ A B æqualis, major, minor. Tertiò ſi ſuper recta H F fiant anguli G H F, G F H, æquales angulis C D B, C B D; & ducantur rectæ H G, F G, quæ neceſſariò convenient in puncto G.

PROBLEMA II.

Quadrangulo quocunque dato conſtituere ſimile aliud majus, aut minus, quoad aream, ſecundùm quamvis proportionem.

Cum Inſtrumento, & abſque Inſtrumento.

F. CXLVII Icon, XXI, OPerare modo dicto Capite præcedente Probl. 2. Sit igitur gratiâ exempli datum Quadratum A B C D (quod dico de Qua-

Quadrato, intelligendum eſt de quovis alio Quadrangulo) cui conſtruendum ſit majus ſecundùm proportionem K ad I. Tribus lineis I, K, & C D, inveniatur quarta proportionalis L, ad quam nimirum ſe habeat C D, ut I ad K. Deinde inter C D, & L, reperiatur media proportionalis G H, ſupra quam conſtituatur Quadratum E F G H. Erit hoc Quadratum majus priori ſecundùm proportionem datam.

Simili modo conſtituetur Quadrato E F G H aliud minus ſecundùm proportionem I ad K.

ANNOTATIO.

Eodem prorſus modo operandum eſt in augmentando ac diminuendo Rhombo. In Oblongo & Rhomboide ſupra mediam proportionalem inventam erigendum eſt latus in angulo æquali, quod ad mediam illam proportionalem habeat rationem lateris homologi ad latus homologum mediæ proportionali inventæ. Exempli gratia, ſi quadrangulum hîc poſitum A B C D eſſet oblongum, & conſtituendum eſſet aliud oblongum E F G H, majus ſecundùm proportionem K ad I; ſupra mediam proportionalem G H, deberent erigi rectæ G E, H F, quæ ad G H haberent eandem proportionem, quam haberent C A, D B, ad rectam C D.

PROBLEMA III.

Aliter quadrangulo cuique dato conſtruere aliud ſimile ſimiliterque poſitum, majus, vel minus, ſecundùm proportionem datam.

Utroque modo.

HÆc praxis eſt Alberti Dureri, eamque refert Clavius in Scholio 3ᵒ. Sexti Euclidis, nec differt à priori niſi in eo, quòd hæc eâdem operâ inveniat mediam proportionalem, ut patebit. Fig. CXLVIII. Icon. XXI.

Sit igitur primò Quadratum A B C D quintuplicãdum. Producto latere A B, ad partes B, quantumlibet, ſumantur quinque partes ipſi A B æquales, à puncto B incipiendo, uſque ad E, ut ſit B E quintupla ipſius A B. Diviſâ deinde totâ A E bifariam in F, deſcribatur ex F, ad intervallum F A, vel F E, ſemicirculus A G E, pro-

producaturque latus B D ad circumferentiam uſque G. Dico, quadratum B G H I, ex B G deſcriptum, eſſe quintuplum quadrati A B C D.

DEMONSTRATIO.

B*G media proportionalis eſt inter A B, & B E*, per Coroll. Propoſ. 13. Sex. *Erit igitur ut E B prima, ad B A tertiam, ita B H quadratum ſecundæ B I, ad A D quadratum tertiæ B A*, ex Coroll. Propoſ. 20 Sex. *Eſt autem E B, per conſtructionem, ipſius A B quintupla; Igitur & quadratum B H quintuplum erit quadrati A D.*

ANNOTATIO.

S*I B E ſumatur ſextupla lateris A B, erit quadratum rectæ B G ſextuplum quadrati A D. Si autem B C fuerit pars dimidia, aut tertia ipſius A B, erit & quadratum B H dimidium, aut pars tertia, quadrati A D. Denique in quacunque proportione ſumatur B E ad A B, eandem habebit quadratum B H ad quadratum A D. Hæc Clavius loco citato, ubi etiam addit ſequentem praxin.*

F. CXLIX. Icon. XXI. Sit rurſus rectangulum A B C D (ſive quadratum, ſive Oblongum) cui inveniendum ſit ſimile ſimiliterque poſitum, quod duplum ſit ipſius. Ex latere A B producto ſumatur B E, dupla ipſius A B. Diviſâ deinde totâ A E bifariam in F, & ex F deſcripto ſemicirculo ut priùs, ac productâ C B ad G erit B G unum latus rectanguli quæſiti. Quare ſi abſcindatur A H, æqualis ipſi B G, & per H agatur ipſi B C parallela H I, occurrens diametro A C protractæ in I, perficiaturque parallelogrammum H K; erit H K ipſi B D ſimile ſimiliterq; poſitum; quod etiam ajo duplum eſſe ipſius B D, propter rationem paulò antè dictam.

ANNOTATIO.

E*Odem modo ſi ſupra A B conſtitutum fuerit quodcunque quadrangulum, erit quod ex B C illi ſimile ſimiliterque poſitum deſcribitur, ipſius duplum. Atque in hunc modum ſemper eam proportionem habebit quadrangulum ex B G, ad quadrangulum ſimile ex A B, quam habere ponetur recta E B ad rectam B A, ex conſtructione.*

PRO-

Iconismus XXII. *Pag.* 241.

Fig. CL.

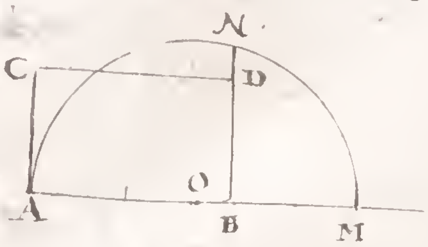


Fig. CLI.



Fig. C.l

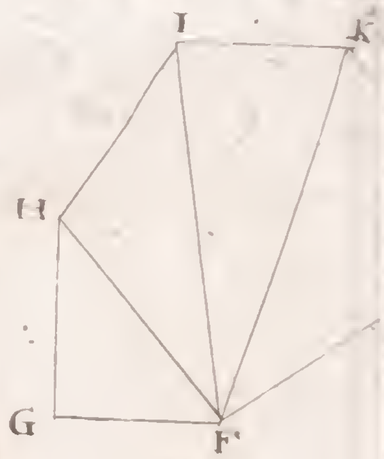


Fig. CLIII.

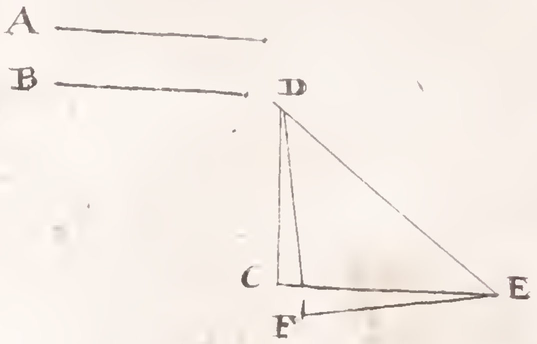


Fig. CLIV.

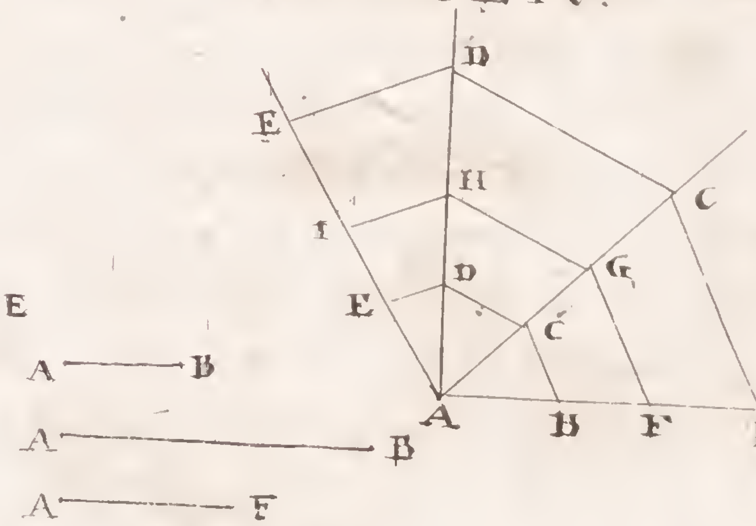


Fig. CLV

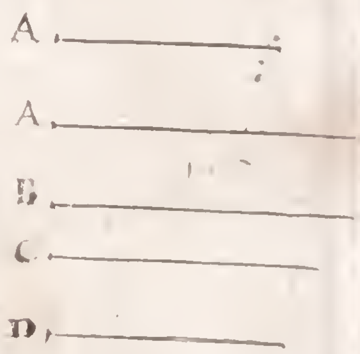


Fig. CLVI.

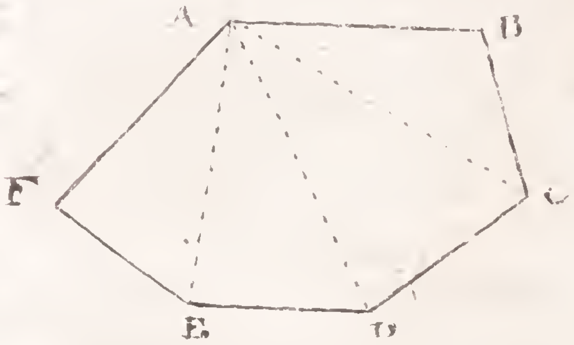


Fig. CLVII.

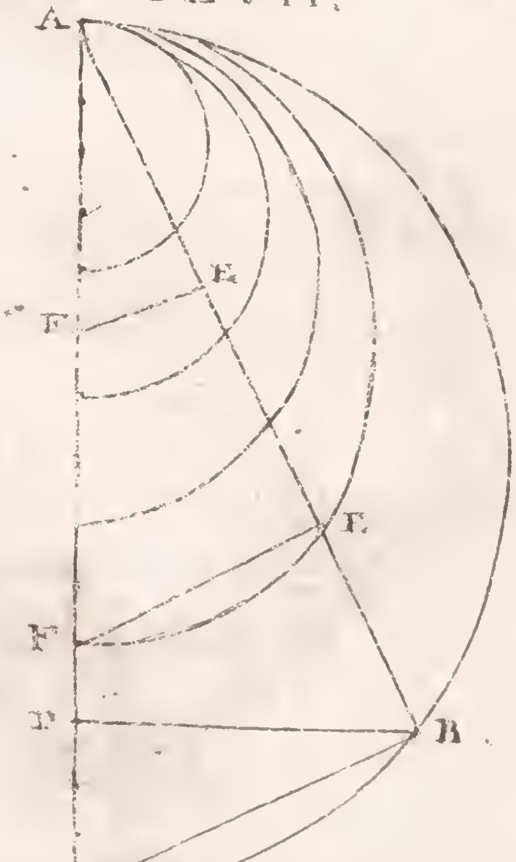


Fig. CLVIII.



Fig. CLIX



PROBLEMA IV.

Parallelogrammo rectangulo æquale Quadratum conſtituere.

Utroque modo.

INveniatur inter parallelogrammi dati baſim & altitudinem media proportionalis, *per 13 Sexti, & per Lemma 3. Cap. 1. hujus*; nam quod ſuper ea fiet quadratum, æquale erit dato parallelogrammo, *per 17. Sexti Euclidis.* Praxis porrò hujus rei ita inſtitui poteſt. Sit datum parallelogrammum rectangulum A B C D. Producatur in directum recta A B, ſumaturque B M æqualis rectæ B D. Deinde diviſâ bifariam A M, in O, deſcribatur ex O, intervallo O A, ſemicirculus, producaturque recta B D, donec ſecet ſemicirculum in N; eritque B N latus quadrati æqualis parallelogrammo dato, quia B N eſt media inter A B, B D, *per 13. Sexti.* Fig. CL. Ico, XXII.

PROBLEMA V.

Parallelogrammo non rectangulo æquale Quadratum conſtituere.

Utroque modo.

PArallelogramma non rectangula ſunt Rhombus, & Rhomboides. Ducatur ergo à quovis angulorum parallelogrammi dati ad baſim perpendicularis, & inter ductam perpendicularem & baſim inveniatur media proportionalis; ejus enim quadratum æquale erit dato parallelogrammo, *per eandem 17 Sexti.* Et ratio eſt, quia tali ratione parallelogrammum non rectangulum reducitur ad rectangulum.

PROBLEMA VI.

Datis duobus quadratis, ſive æqualibus, ſive inæqualibus, unum quadratum æquale invenire.

Utroque modo.

Fig. CLI. Ico. XXII. SInt data duo quadrata, A minus, & B majus. Producatur latus F G majoris verſus G, & ex producta abſcindatur G H æqualis lateri D E minoris, ducaturque hypothenuſa H I, quæ erit latus quadrati inveniendi, *per 47 Primi Euclid.*

PROBLEMA VII.

Propoſitis quotcunque quadratis, ſive æqualibus, ſive inæqualibus, invenire quadratum omnibus illis æquale.

Fig. CLII. Ico. XXII. SInt latera quinque quadratorum, A, B, C, D, E; oporteatque invenire quadratum æquale omnibus illis quinque. Fiat angulus rectus F G H, ſitque recta F G, æqualis rectæ A; & recta G H, rectæ B. Ductâ deinde rectâ H F fiat angulus rectus F H I, ſitque H I æqualis rectæ C. Ductâ rurſus rectâ I F, fiat angulus rectus F I K, ſitque I K æqualis rectæ D. Ductâ denique rectâ K F, fiat angulus rectus F K L, ſitque K L æqualis rectæ E, ducaturque recta F L. Dico, quadratum rectæ F L, æquale eſſe quinque quadratis poſitis, *per 47. Primi Euclid.* ita Clavius in 47 Propoſ. cit. apud quem vide etiam Demonſtrationem.

COROLLARIUM.

EX dictis hactenus patet, qua ratione reperiatur quadratum æquale quotcunque rectangulis, & non rectangulis parallelogrammis; ſi nimirum hæc priùs reducantur ad quadrata, & quadratis inventis reperiatur quadratum æquale.

PROBLEMA VIII.

Duobus quadratis inæqualibus propoſitis, invenire alia duo quadrata, quæ & æqualia ſint inter ſe, & ſimul ſumpta duobus inæqualibus propoſitis ſimul ſumptis æqualia.

Sine Inſtrumento.

SInt A & B latera duorum quadratorum inæqualium. Fiat angulus rectus D C E, ſitque D C recta æqualis rectæ B, & C E recta æqualis rectæ A. Ductâ deinde rectâ D E, conjungente duo puncta D, E, conſtituantur ſuper ipſam duo anguli ſemirecti D E F, E D F; coëantque rectæ D F, E F (coëunt enim, per 13. Pronunt. lib. 1. Euclid.) in F. Quoniam igitur in triangulo F D E, anguli F D E, F E D, æquales ſunt; erunt & latera D F, E F, æqualia, *Per Sextam Primi Euclid.* ideoque & quadrata eorundem laterum æqualia. Dico jam, eadem quadrata linearum D F, E F, æqualia eſſe quadratis linearum A, & B, hoc eſt, quadratis linearum C E, & C D. Fig. CLIII. Ico. XXII.

DEMONSTRATIO.

N*Am cùm in triangulo D E F, anguli F D E, F E D, faciant unum rectum; erit reliquus angulus F rectus. Quamobrem* per 47 Primi Euclid: *erunt quadrata linearum D F, E F æqualia quadrato lineæ D E. Sed eidem quadrato lineæ D E æqualia ſunt quoque quadrata linearum C D, C E,* per 47 Primi; *Igitur quadrata linearum D F, E F, æqualia ſunt quadratis linearum D C, E C,* per primum Pronunciat. Lib. 1. Euclid. *ita Clavius in Scholio Propoſ. 47. Euclidis.*

COROLLARIUM.

H*Inc colligitur quomodo datis parallelogrammis quotcunque, ſive rectangulis, ſive non rectangulis, conſtituēdum ſit æquale quadratum. Si enim parallelogramma illa cōvertas in quadrata, & hæc in unum quadratum; habebis intentum.*

PROBLEMA IX.

Dato quocunque rectilineo, æquale parallelogrammum, & quadratum conſtituere.

REctilineum datum reſolvatur in triangula, ductis rectis ab uno angulorum, ad reliquos omnes angulos, uno excepto; triangula reſolvantur in parallelogramma, per tertium Probl. ſecundi capitis; & parallelogramma in quadrata, per quartum hujus capitis; & quadrata in unum quadratum, per ſeptimum hujus capitis.

CAPUT QUARTUM.

De tranſmutatione polygonorum rectilineorum in alias figuras.

POlygona ſeu multangula rectilinea ſunt, omnes figuræ planæ rectilineæ, quę plures habent angulos & latera quàm quatuor, ſive regularia ſint, ſive irregularia.

PROBLEMA I.

Polygono cuicunque dato deſcribere aliud ſimile ſimiliterque poſitum, majus, vel minus, in quacunque proportione, quoad latera.

Per Inſtrumentum facillimè.

Fig. CLIV. Ico. XXII. SIt dato polygono rectilineo A F G H I deſcribendum aliud ſimile ſimiliterque poſitum majus, aut minus, in quacunq; proportione, v.g. in proportione quam habet recta A B, ad rectam A F. Pone figuram ſupra chartam Inſtrumenti, & productis duobus lateribus A F, AI, (ſi majus fieri debeat polygonum) educantur ex A per omnes alios angulos rectæ A C, A D &c. quantum libet, aut neceſſarium judicaveris. Deinde ex A F abſcindantur A B, æquales datis rectis A B. Poſt hæc poſito Curſore ſupra rectam F G, & Inſtrumento immoto manente, promoveatur antè, vel retro, ſupra punctum B notatum in latere A F producto, & ducatur juxta Curſoris latus recta B C, parallela rectæ F G. Iterum poſito Curſore ſupra rectam G H, promoveatur ſupra punctum C, & ducatur recta C D. Tandem poſito Curſore ſupra lineam H I, promoveatur ſupra punctum D, & ducatur recta D E. Eodem modo ulteriùs operaberis, ſi plura adſunt latera. Demonſtratio pendet ex 29 Primi, ex quarta Sexti, & ex ipſa Conſtructione.

ANNOTATIO.

EOdem modo minuuntur atque augentur quæcunq; alia rectilinea polygona; imo & quadrangula, atque triangula, ut jam ſupra vidimus.

Sive

Sine Inſtrumento.

EX his facilè patet, quomodo operandum ſit ſine Inſtrumento, nempe ſimili prorſus ratione ducendo parallelas BC, CD, DE, lateribus FG, GH, HI, ex punctis B, C, D, E.

PROBLEMA II.

Polygono dato conſtituere aliud ſimile ſimiliterque poſitum, majus, vel minus, quoad aream, ſecundùm datam proportionem.

Utroque modo.

SIt datum, ut antea, polygonum AFGHI, eique deſcribendum ſit aliud majus, vel minus, quoad aream ſeu ſuperficiem, hoc eſt, quoad capacitatem, ſecundum proportionem v. g. rectæ A ad rectam B. Operare modo dicto capite ſecundo Probl. 2. & Cap. 3. Probl. 2. nempe quære tribus A, B, AF, quartam proportionalem C, & inter duas AF, & C, mediam proportionalem D; & ex latere AF producto polygoni dati abſcinde rectam AB æqualem rectæ D, & cætera perfice ut dictum. Ratio deſumitur ex dictis locis citatis. Fig. CLV. Ico. XXII.

PROBLEMA III.

Multangulo dato æquale quadratum conſtituere.

Utroque modo.

IDem Problema fuit propoſitum ac ſolutum capite præcedente Probl. 9. Fig. CLVI. Ico. XXII.

Sit igitur datum multangulum ſeu polygonum ABCDEF, cui inveniendum æquale quadratum. Reſolvatur polygonum in quotquot poteſt triangula, ductis ex uno angulorum v. g. A, rectis ad reliquos angulos, ad quos duci poſſunt. Deinde per Problema 4. Cap. 2. inquire latera, quorum quadrata ſint ipſis triangulis ordine æqualia. Tandem per Problema 7 Cap. 3. fiat qua-

dratum omnibus dictis quadratis æquale; & habebis quadratum quæſitum. Ratio per ſe patet.

ANNOTATIO.

Multa alia ad hoc caput ſpectantia, leges apud alios Auctores, & præcipuè apud Clavium in Geometria practica Lib. ult. & paſſim in Scholiis ad Elementa Euclidis.

CAPUT QUINTUM.

De transformatione circulorum in alias figuras planas, & è contrario.

Locuti ſumus hactenus de transformatione figurarum planarum rectilinearum in alias figuras planas rectilineas; nunc loquemur de transformatione curvilinearum, id eſt, circulorum in alias tam rectilineas, quàm curvilineas; ſicut & harum in illas.

PROBLEMA I.

Dato Circulo æquale triangulum rectangulum invenire.

Cum Inſtrumento, & ſine Inſtrumento.

Metire circuli dati diametrum, aut ſemidiametrum, ſi potes, & per diametrum inveſtiga circumferentiam, per dicta Lib. 3. parte 2. propoſit. 9. Deinde, ſemidiametrum circuli, & rectam æqualem circumferentiæ, conjunge ad angulum rectum, & duc hypothenuſam; eritque triangulum rectangulnm conſtitutum quàm proximè æquale circulo dato, per dicta loc. cit. Propoſ. 7.

ANNOTATIO.

Qua arte conſtruatur triangulum æquilaterum æquale dato circulo, docet Metius in Geometria pract. par. 2. cap. 7. præcepto 8.

PRO-

PROBLEMA II.

Dato circulo æquale parallelogrammum rectangulum, & quadratum invenire quàm proximè.

Vtroque modo.

COnſtitue per præcedentem dato circulo æquale triangulum rectangulum; invento triangulo inveni æquale parallelogrammum rectangulum, per Probl. 3. cap. 2. parallelogrammo conſtitue æquale quadratum, per Probl. 4. cap. 3. & habebis quod quæritur.

PROBLEMA III.

Aliter dato circulo æquale quadratum conſtituere.

Vtroque modo.

LIbro 3. par. 2. Probl. 10. diximus, quadratum diametri ad circulum habere fermè proportionem, quam 14 ad 11. Si quis igitur volet ſecundùm hanc proportionem reperire quadratum circulo æquale; dividenda erit diameter circuli in 14 partes æquales, & ex undecima parte, excitanda perpendicularis uſque ad circumferentiam; recta enim ducta à principio diametri ad punctum, in quo prædicta perpendicularis ſecat circumferentiam, erit latus quadrati circulo æqualis. Demonſtrationem vide apud Clavium lib. 7. Geometr. pract. in Appendice num. III. in fine. In appoſita figura, AC eſt diameter, AD continet partes ejus 11 ex 14, DB eſt perpendicularis, AB eſt latus quadrati æqualis circulo, cujus diameter AC. Ex qua quidem figura ſtatim cuicunque circulo inveniri poteſt æquale quadratum, ſi nimirum ex AC abſcindatur diameter circuli oblati, & circa ipſum ſemicirculus deſcribatur, reſecabit is ex AB latus quadrati circulo æqualis, ut probat Clavius loc. cit.

Fig. CLVII Ico. XXII.

PROBLEMA IV.

Adhuc aliter dato circulo æquale quadratum conſtituere.

Utro-

Vtroque modo.

F.CLVIII. Ico. XXII. INveniendum ſit quadratum æquale circulo, cujus ſemidiameter A. Quæratur recta B, æqualis ſemiperipheriæ dati circuli, per dicta lib. 3. par. 2. Probl. 7. & 9. & inter A & B accipiatur media proportionalis C, *per Propoſit. decimam tertiam Libri Sexti Euclidis, aut per Lemma 3. Capitis primi.* Dico, quadratum rectæ C, fore æquale circulo cujus ſemidiameter A.

DEMONSTRATIO.

QVoniam enim, per dicta Lib. 3. par. 2. Probl. 7. Coroll. 1. rectangulum comprehenſum ſub ſemidiametro A, & ſemiperipheria B, æquale eſt circulo, cujus radius A; & per Propoſit. 17. Lib. 6. Euclid. *quadratum rectæ C, æquale eſt rectangulo eidem ex A & B; conſtat propoſitum.*

PROBLEMA V.

Dato quadrato conſtituere circulum quàm proximè æqualem.

Vtroque modo.

SIt datum quadratum C B A D, cui circulus æqualis ſit deſcribendus. In figura Problematis 3. præcedentis, ex recta A B abſcindatur recta A E, dati quadrati lateri æqualis. Et ex E ducatur ad A B, perpendicularis E F, ſecans A C in F. Eritque circulus diametri A F, quadrato lateris A E æqualis.

Fig.CLIX. Ico.XXII.

DEMONSTRATIO.

DVo triangula, A E F, A B C, ſunt æquiangula, quia angulus A eſt communis, angulus A E F æqualis eſt angulo A B C, per 31 Tert. *cùm uterque ſit rectus, utpote in ſemicirculo, ac proinde E F, B C parallelæ ſunt,* per 28 Primi, *ideoque & duo anguli A F E, A C B æquales ſunt. Vt ergo B A ad A C, ita E A ad A F: ſed quadratum lateris B A eſt æquale circulo diametri A C, ut diximus Probl. 3. & probat Clavius loco cit. ergo &c.*

PRO-

PROBLEMA VI.

Circulum cuicunque rectilineo dato æqualem conſtituere.

COnſtrue quadratum dato rectilineo æquale, per Probl. 3. Cap. præced. Deinde per antecedentem Propoſitionem deſcribe circulum dicto quadrato æqualem.

COROLLARIUM.

HInc colligitur, qua ratione dato parallelogrammo æqualis circulus conſtituatur; ſi nimirum parallelogrammum datum priùs convertatur in quadratum, per Probl. 4. aut 5. Capitis tertii, hujus Libri; & deinde quadrato fiat æqualis circulus, per paulò antè dicta.

PROBLEMA VII.

Pluribus circulis datis deſcribere unum circulum æqualem.

COnverte ſingulos circulos in ſingula quadrata, per Probl. 2, aut 3, aut 4. hujus capitis; & omnibus quadratis conſtitue unum quadratum æquale, per Probl. 7. capitis tertii hujus Libri. Huic quadrato ſi circulum æqualem conſtitueris, per Problema quintum hujus capitis, habebis quod quærebatur, non quidem exactè, ſed quàm proximè.

PROBLEMA VIII.

Dato circulo figuram rectilineam æqualem conſtruere.

FAc dato circulo æquale quadratum, per Problema ſecundum, aut tertium, aut quartum hujus; quadrato autem fac rectilineum æquale, & ſimile alteri rectilineo dato, per 25. Sexti Euclid. eritque hæc figura rectilinea conſtituta circulo dato æqualis.

PROBLEMA IX.

Circulum in quavis proportione data augere, vel minuere.

Fig. CLX. Ico. XXIII. CUm circuli inter ſe ſint, ut à diametris deſcripta quadrata, *per 2. Duodecimi.* circulos datos non aliter augebimus, vel minuemus, quàm ipſa diametrorum quadrata. Sit itaque datus circulus ad diametrum A B deſcriptus, oporteatque alium deſcribere, ad quem idem circulus datus eandem habeat rationem, quam recta D ad rectam E. Tribus lineis D, E, & A B, inveniatur quarta proportionalis F, *per 12 Sexti, aut Lemma 5. cap. primi hujus lib.* Deinde inter A B, & E, inquiratur media proportionalis G H, *per 13 Sexti, & Lemma 3. primi hujus.* Circulus circa diametrum G H deſcriptus, erit is, qui quæritur; hoc eſt, circulus datus cujus diameter A B, habebit eandem proportionem ad circulum, cujus diameter G H, quam habet D ad E. Simili ratione minuetur circulus.

ANNOTATIO.

QVòd ſi circuli ſector, vel ſectio ſit augenda, aut minuenda, compleatur circulus, & in data ratione augeatur, vel minuatur; eademque omnino erit ratio circulorum, atque eorundem ſimilium partium. Vt autem conſtituantur ſectiones & ſectores ſimiles, neceſſe eſt, ut ad circulorum centra anguli conſtituantur æquales.

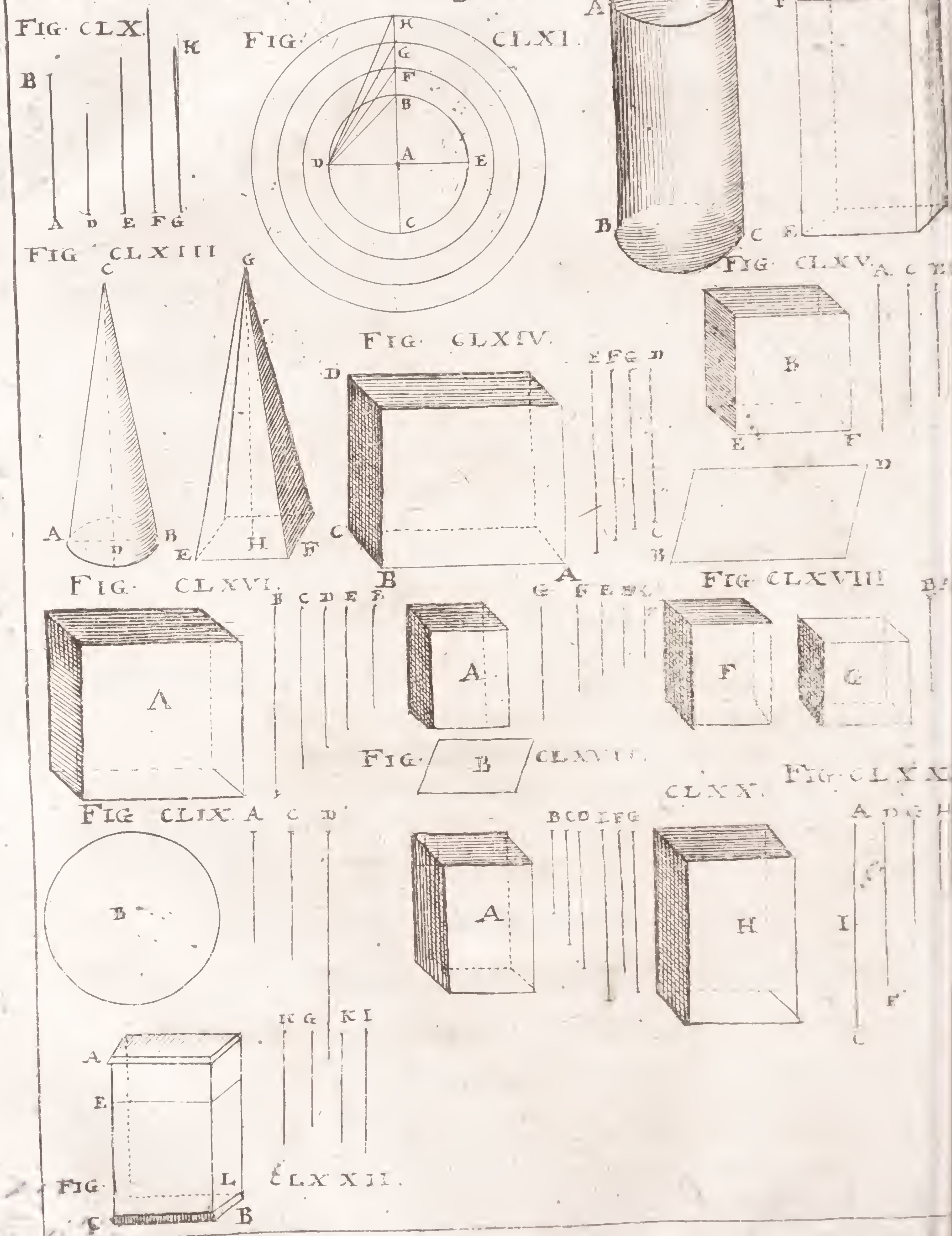
PROBLEMA X.

Circulum duplicare, triplicare, vel quavis proportione æquali augere, ac minuere.

Fig. CLXI. Ico. XXIII. E Centro A deſcriptus ſit circulus B E C D, qui ſit duplicandus, triplicandus, quadruplicandus &c. Dirime circulum datum duabus diametris, orthogonaliter ſeſe interſecantibus in centro A, in quatuor quadrantes, & diameter C B ad partes B prolongetur. Deinde recta connexa D B aſſumatur in diametro prolongata ab A centro uſque in F, & ad intervallum A F deſcribatur circulus. Erit is ad priorem duplus.

DE-

Iconiſmus XXIII *Pag: 251.*



DEMONSTRATIO.

Circuli inter ſe ſunt, ut proximè dicebam ex ſecunda Duodecimi, ut à diametris quadrata, & conſequenter ut quadrata à ſemidiametris. Sed quadratum D B duplum eſt quadrati D A, vel B A, per 47. Primi; *Ergo & circulus ſemidiametri A F duplus eſt circulo ſemidiametri A B.*

Rurſus ſumatur diſtantia F D, & transferatur è centro A in G; erit circulus ex A G deſcriptus priori triplus. Si rurſus D G transferatur ex A in H, & circulus ad radium A H deſcribatur; erit is priori quadruplus. Atque ita quoties idem hoc feceris, circulum ſemper augebis. Contraria ratione minuitur circulus. Ratio colligitur ex demonſtratione facta.

CAPUT SEXTUM.

De tranſmutatione figurarum ſolidarum in alias figuras ſolidas.

Solidarum figurarum definitionem, ſaltem aliquarum, diſces ex Libro quinto Stereometrico. Hîc breviter agemus de illis ad invicem tranſmutandis, augendis, ac minuendis.

Pantometrum noſtrum tunc locum hîc habet, quando latera ſolidorum, hoc eſt, ſuperficies, converti debent in alias figuras planas.

PROBLEMA I.

Datum cylindrum in parallelepipedum æquale ejuſdem altitudinis convertere; & datum parallelepipedum in cylindrum æqualem ejuſdem altitudinis.

Datus ſit cylindrus A B C, in parallelepipedum æquale ejuſdem altitudinis convertendus. Fiat baſi circulari B C, æquale quadratum E D, per Problema ſecundum, aut tertium, aut quartum præcedentis capitis, erectiſque ſuper E D ad angulos rectos planis, fiat parallelepipedum D F habens eandem altitudi- F. CLXII. Ico. XXIII.

 nem

nem cum dato cylindro A C; eritque cylindro, qui ex B C circulo fit in altitudinem B A, æquale parallelepipedum, quod fit ex quadrato D E, circulo æquali, in altitudinem E F, quæ ipſi A B eſt æqualis.

Quòd ſi datum ſit parallelepipedum F D, cui oporteat cylindrum æqualem in æquali altitudine conſtituere; fiat primò circulus B C, ipſi baſi D E æqualis, per Problema quintum præcedentis capitis. Deinde erigatur cylindrus in eadem altitudine; & habebitur intentum.

DEMONSTRATIO.

BAſis B C eſt æqualis baſi E D, & altitudo B A altitudini E F, ex ſuppoſitione; & è contrario: Cùm ergo tam cylindrus, quàm parallelepipedum, producatur ex ductu baſis in altitudinem, ut conſtat ex Libro quinto Probl. 1 fiet ex multiplicatione ſeu ductu B C in B A, cylindrus æqualis parallelepipedo facto ex ductu D F in E F.

COROLLARIUM.

SImili ratione convertetur cylinder & parallelepipedum in quodlibet priſma ejuſdem altitudinis; & è converſo, ſi nimirum baſi cylindri vel parallelepipedi fiat æqualis baſis futuri priſmatis, & ſuper ipſam exſtruatur priſma eiuſdem altitudinis cum cylindro aut parallelepipedo.

PROBLEMA II.

Dato cono æqualem pyramidem ejuſdem altitudinis conſtituere; & viciſſim pyramidi conum æqualem ejuſdem altitudinis.

F.CLXIII. Ico.XXIII. DAtus ſit conus A B C, convertendus in pyramidem E F G, quotcunque laterum. Conſtruatur planum rectilineum, ſive triangulum ſit, ſive quadrangulum, ſive multangulum, æquale baſi coni dati A B, per dicta capite præcedenti: Deinde ſuper rectilineum illud conſtruatur pyramis, eiuſdem cum cono dato altitudinis; & habebis quod quæritur.

Si pyramis convertenda ſit in conum, deſcribendus eſt circulus æqualis baſi pyramidis, & ſuper circulum conſtruendus conus ejuſdem cum pyramide altitudinis.

DE-

DEMONSTRATIO.

EX ductu baſis A B, in altitudinem D C, producitur cylindrus, cujus tertia pars eſt conus A B C: ex ductu item baſis E F in altitudinem H G, producitur prædicto cylindro æquale parallelepipedum, cujus tertia quoque pars eſt pyramis E G F H, ut diximus in Libro quinto, Probl. IV. Ergo conſtat propoſitum.

PROBLEMA III.

Dato priſmati, vel cylindro, æqualem ſub eadem altitudine pyramidem vel conum conſtruere; & è converſo, datæ pyramidi vel cono æquale priſma, vel cylindrum ejuſdem altitudinis.

BAſis priſmatis vel cylindri dati triplicitur, hoc eſt, ſub ratione tripla augeatur, per ea, quæ diximus ſuprà capite 2, 3, 4, & 5, & ſuper eadem baſi triplicata extruatur pyramis, vel conus, ad altitudinem ipſius priſmatis, vel cylindri; & factum erit quod in prima parte petitur.

Vice versâ, ſi data pyramis, vel conus datus, in æquale priſma, vel cylindrum, eiuſdem tamen cum pyramide, vel cono altitudinis, tranſmutandi ſint, minuenda erit baſis ipſius pyramidis, vel coni dati, ſub præfata ratione tripla, & ſupra ipſam erigẽdum priſma vel cylindrus, ad ipſius pyramidis, vel coni altitudinem.

DEMONSTRATIO.

SI ſupra baſin triplo majorem, quàm ſit baſis priſmatis, aut cylindri, erigatur priſma, aut cylindrus ejuſdem altitudinis cum dato priſmate, aut cylindro, conſurgit priſma triplo majus priori priſmate, & cylinder triplo major priori cylyndro, per Propoſ. 6 & 11 Lib. Duodec. Euclidis. *Cùm ergo pyramis & conus ſupra triplicatas illas baſes constructi, ſint tertia pars dicti priſmatis, & cyliindri triplicati;* per Corollarium Propoſit. 7. Libri duodecimi Euclid & per Propoſit. 10 eiuſdem; *erunt ij æquales priori priſmati & cylindro,* per Propoſit. 9 Libri quinti Euclid. *Contraria eſt ratio ſecundæ partis.*

COROLLARIUM I.

QUia igitur per Problema ſecundum & tertium hujus capitis omne priſma in cylindrum, & pyramis in conum converti poteſt; & contrà, cylindrus in priſma, & conus in pyramidem: Item cylindrus in conum, & priſma in pyramidem; & contrà, conus in cylindrum, & pyramis in priſma converti poteſt: fit ut indifferenter tam cylindrus, quàm priſma transmutari poſſit in pyramidem, aut conum; ac pyramis in cylindrum aut priſma æquale.

COROLLARIUM II.

EX dictis patet, quamlibet pyramidem & conum, item quodlibet priſma & cylindrum poſſe tranſmutari in parallelepipedum rectangulum, cujus baſis ſit quadrata. Nam ſi juxta præcedentia præcepta pyr, amis conus, cylinder in priſma qualecunque tranſmutetur, & quadratum ejuſdem priſmatis baſi æquale conſtruatur, & ſuper illud in eadem altitudine parallelepipedum rectangulum extruatur; erit hoc priſmati, ac proinde pyramidi, cono, vel cylindro dato æquale, per ſecundum Coroll. Propoſit. 7 Libri duodecimi Euclidis.

PROBLEMA IV.

Datum cylindrum, vel priſma; ſimiliter datum conum, vel pyramidem, cujuſcunque altitudinis, in æqualem cylindrum &c. ſub data qualibet alia altitudine, & ſupra baſem quotcunque angulorum revocare.

IN proportione quam data altitudo habet ad altitudinem propoſiti ſolidi, augeatur vel minuatur baſis ejuſdem ſolidi, per ea quæ diximus Capite ſecundo, tertio, quarto, & quinto. Nam ſolidum ſupra hanc baſem auctam vel diminutam ſecundùm datam altitudinem conſtructum, erit id quod quæritur: Erit enim æquale dato ſolido, *per Propoſ. 15 & 9. Duodec. Lib. Euclidis*, quandoquidem altitudines cum baſibus reciprocæ ſunt.

Quòd

Quod ſi baſi conſtructi ſolidi fiat æqualis baſis quotcunque angulorum, & ſupra eam conſtruatur ſolidum ſub data altitudine; erit hoc etiam ſolidum propoſito ſolido æquale.

PROBLEMA V.

Dato parallelepipedo rectangulo æqualem cubum conſtruere.

SI datum parallelepipedum habuerit baſin quadratam, tunc per Lemma IV. Capitis primi, hujus Libri, inveniantur duæ mediæ proportionales inter ipſius parallelepipedi dati altitudinem, atque ejuſdem baſis quadratæ latus; atque ex ea media proportionali, quæ eidem baſi vicinior fuerit, fiat cubus; eritque hic parallelepipedo dato æqualis. F. CLXIV. Ic. XXIII.

Si verò datum parallelepipedum non habuerit baſin quadratam, ſed oblõgam, tunc per dicta *Probl.* 4. Capitis tertij, hujus Libri, converte baſin in quadratum, hoc eſt, inquire latus quadrati eidem baſi æqualis. Deinde inter altitudinem parallelepipedi dati, & latus quadrati inventi, quære duas medias proportionales. Tandem ex ea media proportionali, quæ vicinior eſt lateri quadrati inventi, cubus conſtruatur; qui erit dato parallelepipedo æqualis.

Sit gratiâ exempli parallelepipedum datum A B C D, cujus altitudo C D, latitudo B C, longitudo A B; oporteatque ipſi parallelepipedo æqualem cubum conſtituere. Inveniatur baſis A C latus tetragonicum ſive quadratum, hoc eſt, linea recta, cujus quadratum æquale ſit baſi A C; quæ quidem linea recta ſit E. Deinde inter rectas E & C D, binæ proportionales mediæ inveniantur, F, G. Ajo, quòd cubus ipſius rectæ lineæ F, æqualis ſit dato parallelepipedo A D.

DEMONSTRATIO.

C*Vm enim parallelepipedum A D æquale ſit parallelepipedo, cujus baſis eſt quadratum ex recta E, & altitudo C D,* per 31, Undecimi Euclidis; *eidemque parallelepipedo ſub quadrata baſi rectæ E, & ſub altitudine C D, ſit,* per 34 Undecimi Euclidis, *æqualis cubus ex recta F, pro-*

propterea quòd ut baſis cubi ex F (nempe quadratum rectæ F) *ad quadratum ex E, ita ſit*, per corollarium Propoſit. 20. Libri Sexti Euclidis, *recta C D, nempe altitudo parallelepipedi prædicti, ad F, altitudinem cubi ex recta F, (quæ quidem proportio eſt reciproca baſibus & altitudinibus;) erunt quoque inter ſe æquales cubus ex recta F, & parallelepipedum A D.*

COROLLARIUM I.

Cylindro & Priſmati æqualem cubum conſtituere.

Colligitur hinc primò, quomodo cylindro & priſmati dato conſtruatur æqualis cubus. Si enim juxta Propoſitionem primam hujus Capitis fiat dato Cylindro aut priſmati æquale parallelepipedum, & per præſentem Propoſitionem facto parallelepipedo fiat æqualis cubus; erit hic æqualis cylindro dato.

COROLLARIUM II.

Cono & pyramidi æqualem cubum facere.

Colligitur ſecundò, quomodo cono & pyramidi datis, æqualis cubus conſtruatur; ſi nimirum cono, & pyramidi fiat æquale parallelepipedum, per Corollarium ſecundum Propoſitionis tertiæ hujus; & deinde parallelepipedo fiat æqualis cubus.

PROBLEMA VI.

Dato cubo æquale parallelepipedum rectangulum conſtruere in altitudine data, vel ſupra datam baſem.

F. CLXV. Ic. XXIII. Sit datus cubus B, & altitudo data ſit A, ſub qua conſtruendum ſit parallelepipedum rectangulum æquale dato cubo B. Eſto C recta linea æqualis uni lateri cubi B, fiatque ut A ad C, ſic C ad D, hoc eſt, altitudini A datæ, & lateri C cubi propoſiti, inveniatur tertia proportionalis D, per dicta hoc eodem Libro cap. 1. Lemmate. 3. atque inter C & D rectas lineas inveniatur media proportionalis E, per dicta eodem Lemmate tertio capitis primi hujus

jus Libri. Dico, parallelepipedum, cujus baſis æqualis ſit quadrato ipſius E, & altitudo æqualis ipſi A, æquale eſſe dato cubo B.

DEMONSTRATIO.

CVm enim per conſtructionem, tres rectæ C, E, D, ſint continuè proportionales, erit, per Corollarium Propoſit. 20 Libri Sexti Euclidis, *quadratum ipſius C, ad quadratum ipſius E, ut C ad D, velut A ad C (ex conſtructione enim eſt ut A ad C, ita C ad D:) hoc eſt, ut quadratum ſeu baſis cubi B, ad quadratum ex E, quod voluimus eſſe baſin parallelepipedi conſtruendi; ita erit recta A, quæ debet eſſe altitudo ejuſdem parallelepipedi, ad C altitudinem cubi B, hoc eſt, baſes cum altitudinibus erunt reciprocæ. Quare,* per Propoſitionem 34 Libri 11. Euclidis, *parallelepipedum habens baſin æqualem quadrato E, & altitudinem æqualem datæ rectæ A, æquale erit dato cubo B.*

Sit deinde data baſis B D; quæ ſi non eſt parallelogrammum, revocetur ad parallelogrammum æquale, per dicta in præcedentibus Capit. 2, 3, 4, & 5. Et quam proportionem habet baſis B D, ad baſim cubi dati, eam habeat latus cubi E F ad rectam A (quod fiet ſi ſupra latus cubi E F fiat rectangulum æquale baſi B D, & ſuper alterum latus hujus rectanguli aliud rectãgulum æquale quadrato lateris cubi E F. Nam tunc erit, ut primum rectangulum, hoc eſt, baſis B D, ad ſecundum rectangulum, id eſt, ad quadratum, vel baſem cubi; ita primi rectanguli baſis, videlicet E F, ad baſem ſecundi rectanguli.) Nam ſi ſupra baſem B D erigatur parallelepipedum in altitudine A, erunt parallelepipedum & cubus æqualia, quippe cùm baſes & altitudines ſint reciprocæ ex conſtructione.

Poriſma.

SI fiat rectangulum ſub rectis C & D, & ſuper ipſum conſtruatur parallelepipedum rectangulum ad altitudinem A; erit ſimiliter hujuſmodi parallelepipedum æquale cubo B, quoniam rectangulum prædictum ſub C & D, æquale eſt quadrato ſub E, *per propoſit. 17. Lib. 6. Euclid.*

COROLLARIUM I.

Dato cubo æquale parallelepipedum non rectangulum invenire in data altitudine.

Hinc colligitur, qua ratione dato cubo conſtruendum ſit parallelepipedum non rectangulum æquale ſub data altitudine.

COROLLARIUM II.

Colligitur præterea, quomodo cuilibet cylindro, priſmati, cono, ac pyramidi conſtrui poſſit æqualis cubus; ſi nimirum dictis ſolidis conſtituatur æquale rectangulum parallelepipedum, per dicta in præcedentibus; & huic deinde fiat æqualis cubus, & cubo æquale parallelepipedum rectangulum ſub data altitudine.

PROBLEMA VII.

Dato parallelepipedo quod non ſit cubus, ſub data altitudine æquale parallelepipedum conſtruere.

F. CLXVI. Ic. XXIII. Datum parallelepipedum non cubicum ſit A, & data altitudo ſit linea B, & linea C ſit æqualis altitudini dati parallelepipedi A. Inveniatur latus quadrati æqualis baſi parallelepipedi A, & ſit recta D; fiatque ut B ad C, ita D ad E, hoc eſt, ipſis B, C, D, inveniatur quarta proportionalis, per Lemma 5 Capitis primi, hujus Libri; tandemque inter D & E inveniatur media proportionalis F, per Lemma tertium Capitis primi hujus Libri. Ajo, parallelepipedum habens altitudinem æqualem ipſi B datæ rectæ lineæ, baſim verò æqualem quadrato rectæ lineæ F, eſſe æquale dato parallelepipedo A.

DEMONSTRATIO.

Quia enim ex conſtructione, ut D ad F, ita eſt F ad E; erit, per corollar. Propoſit. 20. Libri Sexti Euclidis, *quadratum ipſius D, ad quadratum ipſius F, ut D ad E, vel ut B ad C,* per Propoſit. 11 Libri Quinti Euclidis. *At quadratum ipſius D, per conſtructionem eſt æquale baſi parallelepipedi A: Igitur,* per Propoſit. 34 Lib. 11. Euclid. *paral-*

rallelepipedum habens altitudinem æqualem rectæ lineæ B, baſim autem ipſius F quadrato æqualem, æquale erit dato parallelepipedo A, quia altitudines baſibus ſunt mutuæ.

PROBLEMA VIII.

Dato quocunque parallelepipedo excitare ſuper dato plano quadrangulo, æquale parallelepipedum

PArallelepipedum datum ſit A, datumque planum quadrangulum B; ſitque ſuper B erigendum parallelepipedum æquale dato A. Inveniantur, per Propoſitionem ultimam Lib. 2. Euclidis, duæ rectæ C, & D, quarum quadrata ſint æqualia quadrangulo B & baſi parallelepipedi A, & ipſis C, D, proportionalis fiat tertia E, per dicta hoc Libro capite primo Lemmate tertio; tandemque altitudini parallelepipedi A æqualis fiat F; & ut C ad E, ſic fiat F ad G. Ajo, parallelepipedum habens pro baſi quadrangulum B, altitudinem autem G, æquale eſſe dato parallelepipedo A. Fig. CLXVII. Ic. XXIII.

DEMONSTRATIO.

QVia enim tres rectæ lineæ, C, D, E, ſunt ex hypotheſi continuè proportionales, erit, per Coroll. Propoſ. 20. lib. 6. Euclidis, *ſicut quadratum ipſius C, ad quadratum ipſius D, ita C ad E, ſeu F ad G. Eſt autem per conſtructionem, quadratum ipſius C, æquale quadrangulo B; & quadratum ipſius D, æquale baſi parallelepipedi A; atque F recta linea, æqualis altitudini parallelepipedi A. Igitur parallelepipedum habens baſin B, & altitudinem æqualem ipſi G, æquale eſt dato parallelepipedo A,* per Propoſit. 34. Libri undecimi Euclidis.

COROLLARIUM.

EX dictis colligitur, quomodo convertendus ſit cylinder, Priſma, Conus, Pyramis ſub altitudine data, in rectangulum parallelepipedum. Quoniam enim, per Propoſitionem primam, ſecundam, & tertiam hujus capitis, cuilibet cylindro, priſmati, cono, ac pyramidi, conſtrui poteſt æquale parallelepipedum; ſi huic parallelepipedo, per Propoſitionem quintam & ſextam hujus capitis, fiat æquale parallelepipedum ſub data altitudine vel baſe data; revocatus erit cylindrus, priſma, conus, ac pyramis in parallelepipedum æquale ſub data altitudine.

PROBLEMA IX.

Datæ ſphæræ æqualem cubum conſtruere.

ARchimedes lib. 1. de ſphæra & cylindro Propoſit. 32. demonſtrat, quòd cylindrus rectus, cujus baſis eſt, maximus ſphæræ oblatæ circulus, & altitudo diametro ejuſdem ſphæræ æqualis, habeat ſeſquialteram proportionem ad ſphæram. Habet autem idem cylindrus ad cylindrum ejuſdem baſis, cujus altitudo contineat duas tertias diametri ſphæræ, proportionem quoque ſeſquialteram, per Propoſit. 14 Libri undecimi Euclidis. Si igitur fiat hujuſmodi cylindrus, & cylindro fiat æquale parallelepipedum, per Propoſitionem primam hujus capitis, parallelepipedo verò æqualis cubus, per Propoſit 4 hujus ejuſdem capitis; habebitur quod quæritur, *per Propoſit. 9. Libri. 15. Euclidis.*

PROBLEMA X.

Dato cubo æqualem ſphæram conſtruere.

DAto cubo tanquam priſmati, conſtituatur æqualis cylindrus, per Propoſitionem tertiam hujus capitis. Deinde conſtituatur ſphæra conſtructo cylindro æqualis, hoc eſt, conſtituatur ſphæra habens diametrum ſeſquialteram altitudinis cylindri, id eſt, ſphæræ axis comprehendat in ſe altitudinem cylindri ſemel, ac inſuper ejus dimidiam partem. Hæc enim ſphæra cylindro, ac proinde & cubo dato coæquabitur; propterea quòd cylindrus ejuſdem baſis altitudinem habens æqualem diametro ſphæræ, ſeſquialter eſt tam prioris cylindri, quàm datæ ſphæræ, *per 14. Duodecimi Euclidis, & 32. Libri primi de ſphæra & cylindro Archimed.*

ANNOTATIO.

QVæ diximus hac Propoſitione, non ſunt vera præcisè & geometricè talia enim eſſent, ſi cylindrus dato cubo factus æqualis, per Propoſitionem tertiam hujus capitis, haberet diametrum baſis æqualem altitudini; cujus hìc ſemper contrarium imperatur: eſt enim diameter circuli minor, & altitudo lateri cubi æqualis.

PRO-

PROBLEMA XI.

Aliter datæ ſphæræ æqualem cubum conſtituere.

Diameter datæ ſphæræ ſit A, circa quam circulus in data ſphæra maximus deſcribatur, eique inveniatur æquale quadratum, per Propoſitionem ſecundam, tertiam, aut quartam Capitis quinti hujus Libri, cujus latus ſit B; accipiaturque linea C æqualis duabus tertiis partibus ipſius diametri A; atque inter B & C inveniantur duæ mediæ continuè proportionales D, & E; atque ſuper D deſcribatur cubus F. Dico, hujus cubum eſſe æqualem datæ ſphæræ. CLXVIII. Fig. Ico. XXIII.

DEMONSTATIO.

Fiat enim parallelogrammum G cujus quadrata baſis ſit æqualis quadrato ipſius B, hoc eſt, areæ circuli maximi in propoſita ſphæra, habeatque altitudinem ipſi C æqualem, nempe duabus tertiis partibus diametri ejuſdem datæ ſphæræ: eritque, per ea quæ demonſtrat Villalpandus tom. 3. par. 2. lib. 1. cap. 4. Propoſit. 6. & Clavius lib. 7. Geometr. pract. Propoſit. 16. ſolidum G ipſi ſphæræ æquale. Eidem autem æqualis eſt cubus F. Nam quoniam quatuor lineæ, B, D, E, C, ſunt continuè proportionales, erit, per Corollar. Propoſit. 20. Libri Sexti Euclidis, *quadratum ipſius B, nempe baſis ſolidi G, ad quadratum ipſius D, nempe baſin cubi F, ſicut B ad E. Eſt autem permutando, ſicut B ad E, ita D altitudo cubi F, ad C altitudinem ſolidi G. Habent ergo ſolida G & F baſes cum altitudinibus reciprocas, & idcirco ſunt inter ſe æquales,* per 34 Undecimi Euclid.

PROBLEMA XII.

Aliter dato cubo æqualem ſphæram invenire.

Latus dati cubi ſit A, & intelligatur ſphæra B, cujus diameter ſit æqualis lateri A, eique inveniatur æqualis cubus, per præcedentem Propoſitionem, cujus latus ſit C; & fiat ſicut C latus cubi, ad diametrum ipſius ſphæræ B, hoc eſt, ad A, ita ipſum latus A dati cubi ad D. Dico, ſphæram circa diametrum D deſcriptam, æqualem eſſe cubo dato A. F. CLXIX. Ico. XXIII.

DEMONSTRATIO.

Intelligantur enim quatuor lineæ proportionales, C prima ad ſecundam A, ut diameter B, hoc eſt, ut A tertia ad D quartam, juxta conſtructionem: eruntque ipſis inſiſtentia ſolida cubica ſimilia etiam proportionalia, per 37. Libri Undecimi Euclidis. *At ſphæra ad ſphæram habet eandem rationem, quam cubus ſuper diametrum primæ ſphæræ ad cubum ſuper diametrum ſecundæ, ut demonſtrat Villalpandus loco cit. Cap. 1. Lemmate 2. quoniam demonſtratum eſt ab Euclide Propoſit. 18. Duodecimi, ſphæras inter ſe eſſe in triplicata ratione diametrorum; qua etiam ratione ſe habet cubus ad cubum,* per 33. Undecimi Euclid. *Ergo ſicut cubus ſuper C, ad cubum ſuper A deſcriptum; ita ſphæra B, ad ſphæram, quæ ſuper D deſcriberetur: & permutando,* per 16. Quinti Euclidis, *ut cubus ſuper C, ad ſphæram B, ita cubus ſuper A, ad ſphæram ſuper D deſcriptam. Sed cubus ſuper C, poſitus eſt æqualis ſphæræ B; ergo & cubus A erit æqualis ſphæræ D.*

PROBLEMA XIII.

Sphæræ datæ conſtruere æquale ſolidum rectangulum ſupra baſim quotcunque angulorum; & è contrario.

SPhæræ datæ fiat æqualis cubus, per nonam hujus; & baſi cubi fiat æqualis figura quotcunque laterum, ſive ea regularis ſit, ſive non, per 25. Sexti Euclidis, & ſupra hanc figuram erigatur ſolidum rectangulum ad altitudinem cubi; erit ſolidum hoc æquale cubo conſtructo, *per 2. Corollar. 7æ Duodecimi.*

PROBLEMA XIV.

Sphæræ datæ æqualem pyramidem facere.

QUia cuicunque priſmati conſtrui poteſt pyramis æqualis, per Probl. 3. hujus; ſi ſphæræ fiat æqualis cubus per nonum hujus; & cubo tanquam priſmati fiat æqualis pyramis; erit eadem pyramis ſphæræ æqualis.

PRO-

PROBLEMA XV.

Sphæræ datæ æqualem cylindrum facere.

ARchimedes lib. 1. de ſphæra & cylindro, Propoſit. 32. demonſtrat, cylindrum rectum, cujus baſis eſt maximus ſphæræ datæ circulus, & altitudo diametro ejuſdem ſphæræ æqualis, ſeſquialteram habere proportionem ad ſphæram, hoc eſt, eſſe ut 3 ad 2. Habet autem idem cylindrus ad cylindrum ejuſdem baſis, cujus altitudo contineat duas tertias diametri ſphæræ, proportionem quoque ſeſquialteram: Ergo poſterior hic cylindrus eſt æqualis ſphæræ.

PROBLEMA XVI.

Datæ ſphæræ æqualem Conum facere.

QUoniam cuilibet cylindro conus fieri poteſt æqualis, per Problema tertium hujus capitis; Si cylindrus extruatur ſphæræ æqualis, per præcedens Problema, ſupra baſem videlicet maximo circulo in ſphæra æqualem, & cujus altitudo contineat duas tertias diametri; deinde huic cylindro æqualis conus fiat; conſtitutus erit conus datæ ſphæræ æqualis.

PROBLEMA XVII.

Sphæram cuilibet corpori regulari æqualem conſtruere.

CUbo æqualis ſphæra conſtruitur per dicta Problemate decimo & duodecimo.

Tetraëdro ſive Pyramidi regulari æqualis ſphæra conſtruitur, ſi Pyramidi fiat Parallelepipedum æquale, per Problema tertium hujus Capitis, & huic parallelepipedo fiat cubus æqualis, per Problema quintum hujus Capitis; & tandem huic cubo fabricetur ſphæra æqualis, per Problema 10 & 12 hujus Capitis.

Octaëdro, Dodecaëdro, & Icoſaëdro fiet æqualis ſphæra hac ratione. Omnibus baſibus cujuslibet corporis regularis ex his tribus, fiat quadratum æquale, reducendo nimirum quamlibet

bet baſim in quadratum, per Problema nonum Capitis tertii hujus Libri; & deinde omnibus baſibus in quadrata reductis inveniendo unum quadratum æquale omnibus quadratis, per Problema 7. Capitis tertii, hujus Libri. Deinde ſuper hoc quadratum fiat pyramis habens altitudinem æqualem perpendiculari è centro corporis ad quamlibet baſim ductæ, hoc eſt, altitudini unius pyramidis ex iis, in quas corpus dividitur è centro. Erit hæc pyramis, *per Sextam Duodecimi*, corpori regulari æqualis, quippe cùm, *per nonam Quinti*, ita ſe habeat tam pyramis hæc quadrilatera ad unam pyramidem corporis regularis, quàm omnes pyramides corporis regularis ad unam pyramidem, ut baſis illius, vel baſes omnium pyramidum corporis, ad unam baſem; propterea quòd in Octaëdro proportio eſt utrobique octupla, in Dodecaëdro duodecupla, in Icoſaëdro vigecupla. Quare ſi toti illi pyramidi conſtruatur cubus æqualis, eo modo, quo diximus paulò antè de Tetraedro; atque huic tandem cubo ſphæra æqualis fabricetur; erit eadem ſphæra illi pyramidi, hoc eſt, corpori regulari æqualis.

PROBLEMA XVIII.

Datis duobus aut pluribus cubis, unum æqualem facere.

SI dati cubi duo, vel plures, fuerint inter ſe æquales, facilè in unum cubum coagmentabuntur, ſi duæ quævis lineæ accipiantur, quarum una alteram toties contineat, quot ſunt cubi adſignati, ac mox cubus unus inveniatur, per Problema vigeſimum ſequens, qui habeat ad unum ex dictis cubis eam rationem, quam major linea habet ad minorem; cubus enim ejuſmodi inventus æqualis erit omnibus datis.

Si dati cubi ſint inæquales, conſtruatur, *per Problema octavum hujus capitis*, ſupra baſem ſuperiorem primi cubi parallelepipedum rectangulum ſecundo cubo æquale, ut fiat unum parallelepipedum duobus cubis æquale: & ſupra hujus parallelepipedi baſem ſuperiorem aliud parallelepipedum æquale tertio cubo; & ſic deinceps, ſi plures adſint cubi: his enim factis, conſtructum erit parallelepipedum omnibus propoſitis cubis æquale. Huic

ergo

ergo ſi fiat cubus æqualis, *per Probl. 5. hujus capitis*, habebis quod quærebas.

PROBLEMA XIX.

Cubum quotlibet figuris ſolidis non cubis æqualem facere.

EAdem arte quotlibet figuris ſolidis non cubis, conſtruetur cubus æqualis, ſi nimirum omnia revocentur ad unum parallelepipedum, per Problemata hujus Capitis, & hoc tandem ad æqualem cubum. Sic ſphæra una invenietur, datis quotlibet ſphæris inter ſe æqualibus, æqualis, per Problema ſequens. Pluribus verò ſphæris non æqualibus inter ſe fiet una ſphæra æqualis, ſi ſingulis fiant ſinguli cubi æquales, *per 11. Probl. hujus*, & deinde omnibus cubis fiat unus cubus æqualis, per præcedens Problema; & tandem huic cubo fiat æqualis ſphæra, *per decimum Problema hujus Capitis.*

PROBLEMA XX.

Dato ſolido ſimile ſolidum in data ratione majus vel minus conſtituere.

SIt Solidum datum A, eique conſtituendum ſit ſolidum aliud ſimile, ad quod datum ſolidum A ſe habeat, ut B ad C. Ipſius igitur ſolidi A lateri cuipiam æqualis ſumatur recta linea D, & ut B ad C, ſic fiat D ad E; atque inter D, E, duæ rectæ inveniantur mediæ proportionales F, G, *per Lemma quartum capitis primi hujus Libri*: atque ſuper recta linea ipſi G æquali conſtituatur ſolidum H, ſimile & ſimiliter poſitum ſolido A dato, *per 27. Vndecimi.* Et quia, *per 33. Vndecimi, & ejus Corollar.* ſi quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint, ſicut prima ad quartam, ſic eſt, quod ex prima ſolidum, ad id quod ex ſecunda, ſimile ſimiliterque poſitum. Igitur ſolidum A, ad ſolidum H, erit ut D ad E; hæc autem poſita fuit, ut data B ad C. Dato ergo ſolido A, ſub data ratione, conſtitutum eſt ſimile ſolidum H.

F. CLXX. Ico. XXIII.

ANNOTATIONES.

I.

EAdem prorſus ratione augebis in data proportione ſphæram, aut minues, eo tantùm excepto, quòd pro latere dati ſolidi accipiatur diameter ſphæræ.

II. *Cylindro dato ſimilem cylindrum in data ratione majorem vel minorem conſtitues, ſi juxta præcedentia Problemata ipſi cylindro æquale conſtituatur ſolidum, quod juxta præſens augeatur vel minuatur, eique rurſus cylindrus conſtituatur æqualis, per eadem præcedentia Problemata. Vel certè diametro baſis cylindri dati accipiatur æqualis recta, v. g. D in præcedenti diagrammate; inveniaturque, ut priùs, recta G; ea enim erit diameter baſis cylindri, quem oportet conſtituere; qui quidem tunc erit priori ſimilis, ſi ei tribuatur altitudo, ad quam altitudo dati cylindri eandem habeat proportionem, quam diameter baſis cylindri dati ad diametrum G inventam.*

PROBLEMA XXI.

Ex cubo majori detrahere cubum minorem; reſiduoque cubum æqualem facere; idemque in ſolidis aliis efficere.

Primus modus.

SUpra baſem majoris cubi conſtruatur parallelepipedum cubo minori æquale. Deinde ex latere cubi majoris abſcindatur recta æqualis altitudini conſtructi parallelepipedi. Si enim per punctum abſciſſionis ducatur planum baſibus cubi parallelum, detractum erit parallelepipedum parallelepipedo conſtructo (cùm habeat eandem baſim, & altitudinem cum illo,) hoc eſt, minori cubo æquale. Si jam reliquo parallelepipedo fiat cubus æqualis, per Problema quintum hujus capitis, factum erit, quod proponitur.

Secundus modus.

F CLXXI. Ico. XXIII. SIt A C latus cubi majoris, D F latus cubi minoris. Fiat ut A C ad D F, ita D F ad tertiam lineam G, & tertia G ad quartam H.

Dein-

Deinde ex A C altitudine majoris cubi auferatur C I, ipſi H quartæ æqualis; ducaturque ſuperficies per I punctum, baſi cubi majoris parallela. Auferet hæc ex cubo majori, ſolidum dato cubo minori æquale. Reſiduum cubi majoris converte in cubum, & habebis intentum. Demonſtrationem vide apud Villalpandum tomo primo par. 2. lib. 1. cap. 5. Propoſ. 14.

ANNOTATIO.

Non aliter procedendum in ſolidis rectangulis, quoad utrumque modum. Imò per primum modum idem fieri poteſt in quibuslibet ſolidis figuris, ſi priùs reducantur ad parallelepipeda rectangula (quando non ſunt parallelepipeda) & deinde hæc ad cubos reducantur, & minores cubi à majoribus auferantur, ut dictum, reſiduaq; in cubos commutentur.

Simili modo ex majori ſphæra minorem detrahes, & reſiduo ſphæram æqualem exhibebis: ſi utramque ſphæram ad cubum revoces, & ex illo minorem cubum detrahas, reſiduumque in ſphæram convertas.

PROBLEMA XXII.

Data quavis aquæ quantitate, cubum invenire, qui ejus ſit capax.

TRadit hoc Problema Villalpandus loco citato, Propoſit. 15; quod quoniam non alienum eſt à noſtra materia, quam hìc tractamus, placuit non omittere:

Sciendum igitur, tunc aquæ quantitatem dari, quando vel ipſa aqua quocunque in vaſe, licet illud non expleat, datur; vel quando vas ſine aqua, vel etiam pondus duntaxat aquæ proponitur. Quamvis enim in poſterioribus duobus caſibus aqua ipſa non exhibeatur, nihilominùs vaſe dato, vel pondere, per impletionem vaſis dati, vel libratione aquæ juxta pondus præſcriptum, aqua habebitur, quam dare oportebat.

Datâ igitur in hunc modum quavis aquâ, fiat primò vas aliquod A B, cujus inane formam habeat parallelepipedi rectanguli, & baſis C L ſit quadrata, angulique quos cum baſi faciunt latera, ſint recti, quoad fieri poterit; ipſumque vas ſaltem tantæ ſit capacitatis, ut dubium non ſit, quin in eo aqua propoſita contineri F.CLXXII Ico.XXIII.

 poſſit

poſſit ſecundùm ſenſus ęſtimationem. Deinde vas eiuſmodi ſtatuatur ſuper aliquo plano, ita ut baſis ipſius C L ſit exactiſſimè ad libellam conſtituta; vel ſi vaſis orificium eſt baſi æquidiſtans, ſtatuatur illud plano horizontali æquidiſtans. Tandem infundatur aqua vel data, vel quæ ex dato vaſe aut pondere fuit inventa; & ubi penitus quievit, notetur diligenter ejus altitudo, quæ ſit v. g. C E, eique ſeorſim accipiatur æqualis recta H; recta verò G ſit æqualis lateri baſis B C; & inter G & H inveniantur duæ mediæ, I, & K, *per Lemma IV. Capitis primi, hujus*; cubus enim, cujus latus eſt I (ſecunda ſcilicet quatuor proportionalium, ſi prima ponatur G) æqualis erit parallelepipedo B E, atque adeo idem cubus ex recta I ſat præcisè capiet aquam.

DEMONSTRATIO.

C*Vm enim quatuor rectæ, G, I, K, H, ſint continuè proportionales, erit* per Corollar. 20. Sexti *quadratum ex recta G, hoc eſt, baſis C B parallelepipedi B E, ad quadratum ex recta I, nempe ad baſim cubi rectæ I, ut G ad K. Vt autem G ad K, ita eſt permutando recta I, altitudo cubi ex I, ad rectam H, nempe ad E C, altitudinem parallelepipedi C E. Quare cùm baſes parallelepipedi C E, & cubi ex I, ſint cum eorum altitudinibus I & H, reciprocæ; erit* per 34. Undecimi, *cubus ex I æqualis parallelepipedo B E, ſeu aquæ propoſitæ B E; atque adeo idem cubus I erit capax aquæ B E.*

LIBER

LIBER IX.
HYDRAGOGICUS,
ſive
De Libellatione Aquarum, totaque Libellationis natura.
PROOEMIUM.

Hydragogia, ſive aquarum perductio, earumque prævia Libratio, ut Recentiores appellant, nec tam facilis eſt, ut negligenda à Geometris ſit, ſoliſque practicis Libratoribus & Hydragogis ut plurimùm ageometris relinquenda; nec ita difficilis, ut iis ſit omnino denegenda. Licet enim non rarò hi enormes committant in librationibus errores, ſæpeque contingat, ut poſt ingentes ſumptus à Principibus & Rebuſpublicis factos aquæ minimè confluant, quò derivandæ erant; negandum tamen non eſt, nonnullos longa experientia edoctos citiſſimè hac in re præſtare, quod vel doctiſſimi

 Geo-

Geometræ vix longo tempore præſtarent. Vidi ego ſimpliciſſimum hominem, ac prorſus idiotam, qui à parente inſtructus Campum ingentem chorobate penè carie corroſa facillimè librabat; & alveo facto ſumptibus exiguis, per eum aquam feliciſſimè deducebat. Ab utriſque ergo diſcendum eſt, & utrorumque præcepta audienda, ut illorum theoria cum horum praxi conjuncta, feliciorem res ſortiatur exitum.

Quoniam igitur utiliſſima eſt, ſummèque neceſſaria, aquarum libratio, eaque facillimè Pantometro noſtro peragitur; de ea paulò fuſiùs toto hoc Libro agere conſtitui. Ut verò ἐυμεθοδέρως *& majori cum ordine procedamus, diſſeram priùs de tota Libratione in univerſum, ac deinde de aquarum Librationibus diſceptabo; tum quòd mutila ſecus eſſet partis explicatio, abſque totius explicatione; tum quòd libratio multis etiam nunc ſcatet difficultatibus, quas proponere atque diſſolvere non erit, in trito licet argumento, actum agere. Ad tria ergo ſumma capita totam hanc tractationem revocabo: in primo agam de Libratione in univerſum, in ſecunda de Libratione aquarum, in tertia de Pantometri noſtri uſu in hoc negotio. Addam parergi loco uſum ſpeculi in Libellationibus; fungitur enim id munere atque officio Libellæ præclariſſimè*

CAPUT

CAPUT PRIMUM.

Quid ſit Libellatio, & quinam de illa ſcripſerint.

Libratio, ſeu mavis Libellatio, nihil aliud eſt, niſi deſcriptio ſeu deſignatio lineæ rectæ horizonti parallelæ, ut vel juxta illam planum aliquod dirigatur atque libretur, vel utrum libratum ſit cognoſcatur, vel loca quælibet in eadem ſupra horizontem altitudine conſtituantur, conſtitutavè dignoſcantur. Hic eſt enim finis totius libellationis. Hydragogia verò, ſeu aquarum libellatio atque perductio, eſt inquiſitio atque inventio lineæ ſupra horizontem extenſæ, juxta quam aut alveos effodere, aut aquæductus, canales, tubos, ſimileſque aquarum meatus diſponere debeant Hydragogi, (aquarum Perductores) ut per illos aqua de uno ad alium locum derivari atque deduci naturali fluxu poſſit.

De Librationis non ſolùm modo, ſed ſubſtantia quoque diſſident (quod in Mathematicis rarum eſt) viri etiam docti, nedum vulgares Libratores; præſertim ſi de aquarum Librationibus ſermo eſt, uti ex dicendis patebit. De Hydragogia porrò, totaque libellandi ratione agunt (quantum quidem mihi conſtare potuit) Vitruvius libro 8. cap. 6. & 7. ejuſque Commentatores Guilhelmus Philander; Cæſar Cæſarianus Architectus Mediolanenſis italico, ſed prorſus barbaro idiomate; Daniel Barbarus Italico atque latino idiomate; Julius idem Frontinus Libello de Aquæductibus; Plinius lib. 31. cap. 6. Leo Baptiſta Albertus lib. 10. Architect. cap. 7. Petrus Appianus in Quadrante ſuo Aſtronomico Parte 3. Propoſit. 13. & in Horoſcopio Parte 3. Probl. 13. Nicolaus Tartaglia lib 3. Scientiæ novæ Propoſit. 7. Chriſtophorus Clavius lib 3. Geometriæ practicæ, Problemate ultimo; Adrianus Metius in Geometria practica parte 2. cap. 2. Præcepto 6. in Corollar. Levinus Hulſius Tract. 1. Mechanicorum Inſtrumentorum, cap 49 & 50. Petrus Dionyſius Veglia lib. 3. Geometriæ practicæ Propoſit. 26. Petrus Cataneus in Geometria practica, verſus finem; Salomon Caus lib. 2. Hydraulicorum, Problem. ultimo; Vincentius Scammozzus Parte prima de Architectura

cap.

cap. 26. & 27; Benedictus Caſtellus in Libello ſingulari de Menſura aquarum currentium; Athanaſius Kircherus lib. 3. Lucis & Umb. part. 1. cap. 4. Joannes Antonius Maginus in libro de Arte menſurandi parte penult. Nicolaus Cabæus lib. 2. in Meteora Ariſt. tex. 6. quæſt. 4. & alibi; Joannes Baptiſta Ricciolus to. 1. Almageſti novi lib. 2. cap. 4. num. 9 & 10. item cap. 13. num. 7. Joannes Baptiſta Porta lib. 3. Spiritalium cap. ult. Hieronymus Cardanus in Practica Arithmeticæ & Geometriæ, cap. 63. n. 45. ac noviſſimè Scipio Claramontius in libello poſthumo de uſu ſpeculi pro Libella.

CAPUT SECUNDUM.

De Libellaticis Inſtrumentis à Vitruvio enumeratis, videlicet Dioptra, Libra aquaria, & Chorobate.

Libratur aqua, vel potiùs ſpatium per quod deducēda eſt aqua, variis Inſtrumentis; quorum tamen alia aliis ſunt meliora, commodioraque. Vitruvius Lib. 8. cap. 6. enumerat tria, Dioptram, Libram aquariam, & Chorobatem; hanc tamen aliis præfert. *Libratur autem*, inquit, *dioptris, aut libris aquariis, aut Chorobate; ſed diligentiùs efficitur per Chorobatem, quòd dioptræ, libræque fallunt.*

De Dioptra.

Dioptra igitur, præterquàm quòd eſt, teſte Suida, μηχανικὸς τεχνούργημα, δι' οὗ οἱ γεωμέτραι ἀπηκρίβουν τὰ ὕψη τῶν ἐπάλξεων ἐκ διαστήματος ἀναμετροῦντες *inſtrumentum mechanicum, quo Geometræ ex intervallo explorant dimenſionem propugnaculorum*, turrium, & univerſim quarumcunque diſtantiarum. Significat etiam, inquit Philander in citatum Vitruvii locum, Inſtrumentum librandis aquis accommodatum. Quale tamen, & quomodo conſtructum ſit hujuſmodi Inſtrumentum, non explicat, neque indicat, niſi quòd dicat, Dioptræ frequentem eſſe mentionem apud Ptolemæum, Theonem, Proclum, ac etiam apud Plinium lib. 2. cap. 69. Quibus videtur innuere Dioptram Hipparchi, cujus illi meminerunt; quæ tamen

FIG. CLXXIII.

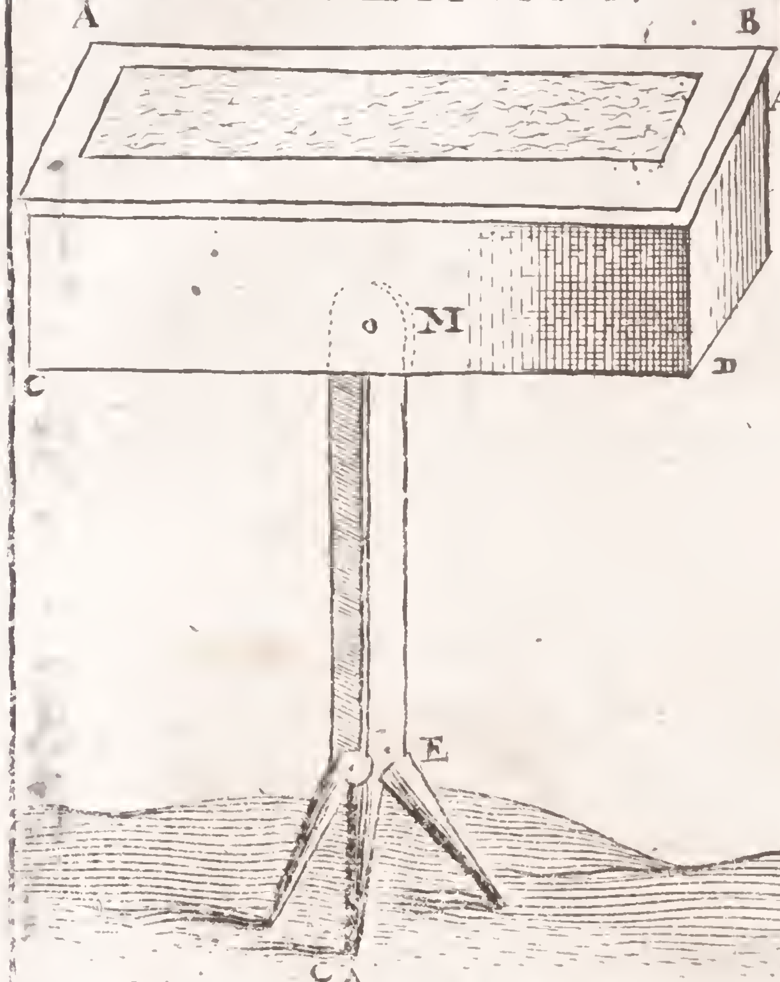


FIG. CLXXIV.

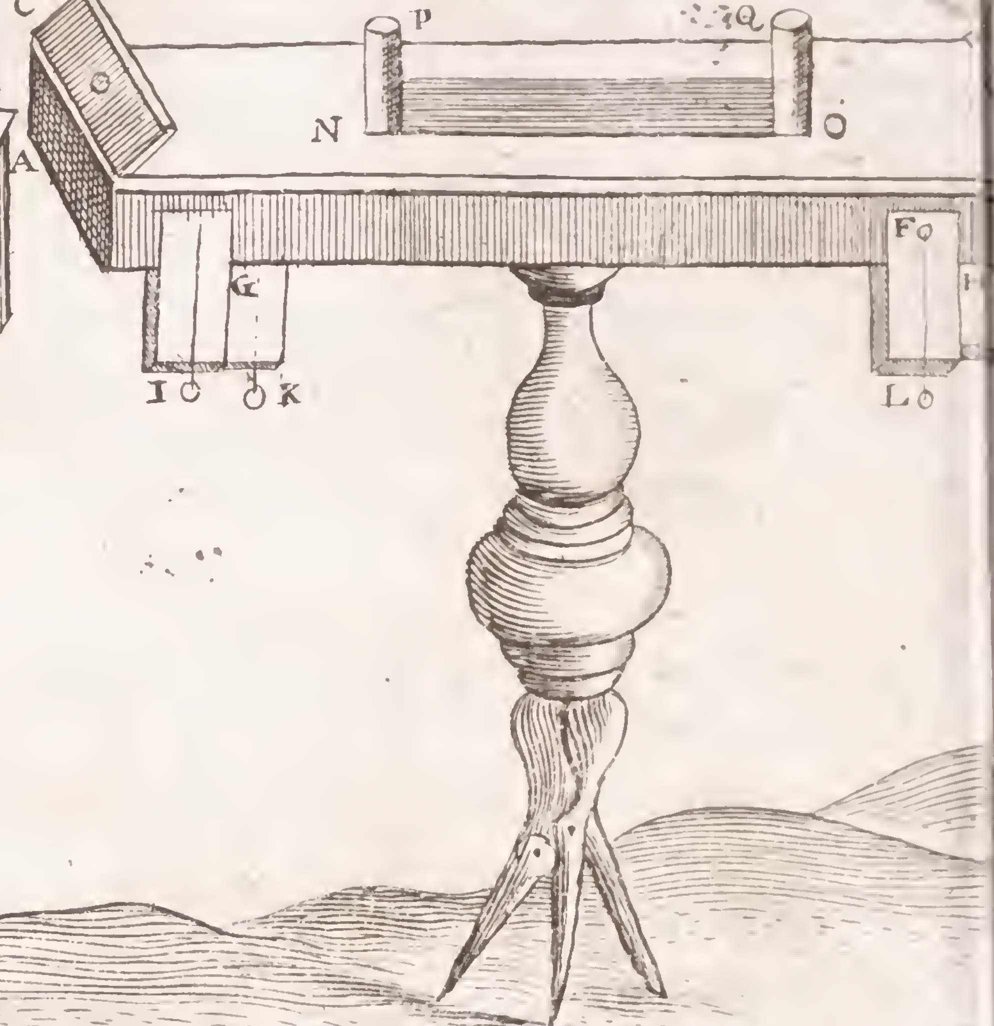


FIG. CLXXV.

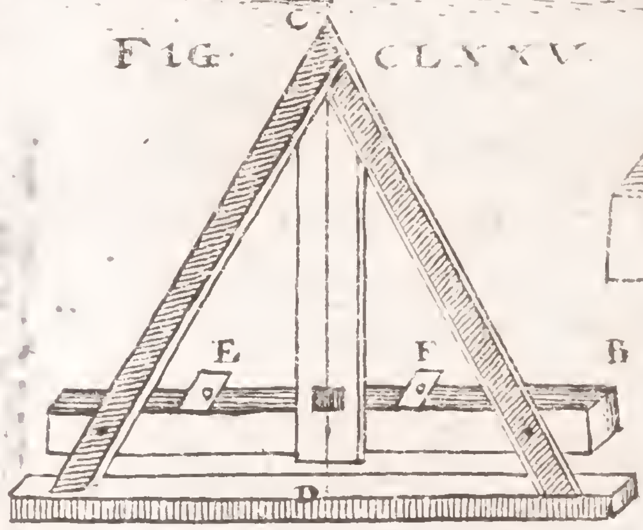


FIG. CLXXVI.

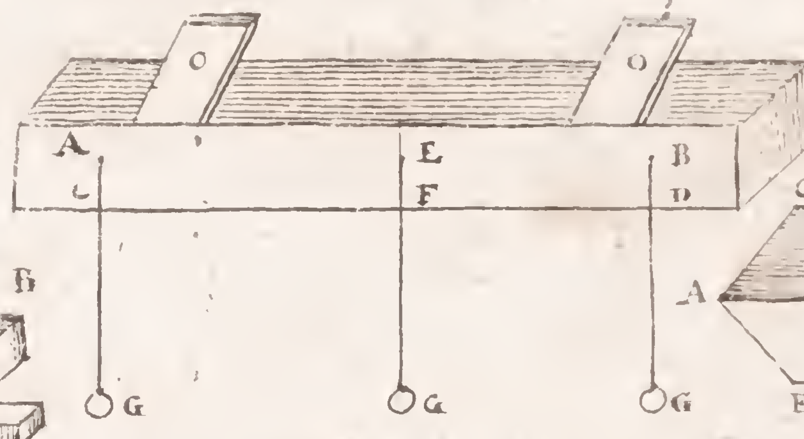


FIG. CLXXVII.

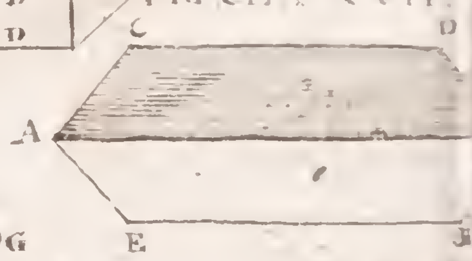


FIG. CLXXVIII.

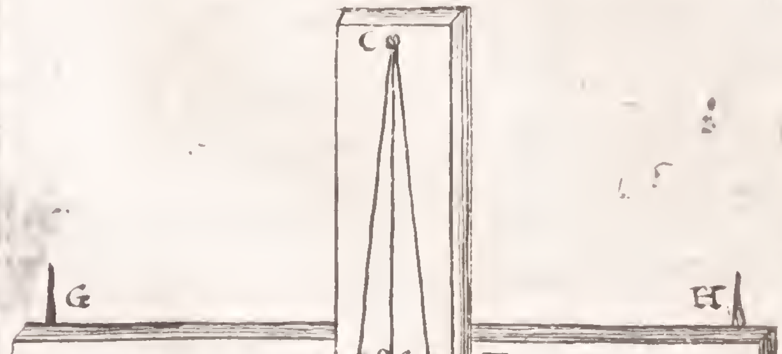
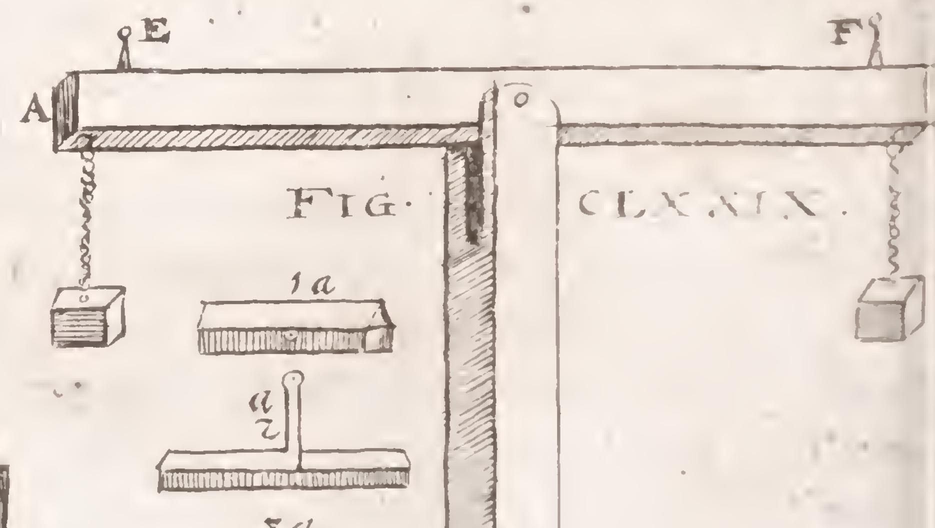


FIG. CLXXIX.



tamen nihil habet cum Libella commune. Scipio Claramontius ait, Dioptram eſſe oblongam, rectamque Regulam, per quam tranſpicimus, ſive quòd intus ſit uniformi ductu excavata ſecundùm totam longitudinem, ſeu quòd habeat pinnacidia appoſita per quæ tranſpicimus. Dicitur enim Diopra ἀπὸ τοῦ διοπτεύειν, id eſt, ab inſpiciendo explorandoque; non verò à δύο & ὄπῃ quòd ſit Inſtrumentum habens duo foramina, ut ineptè putat Cæſar Cæſarianus in dictum Vitruvii caput 6: ubi etiam alias duas non minùs ineptas hujus vocabuli etymologias affert. Recentiores tamen Mathematici Dioptras appellant in Aſtrolabiis, Quadrantibus, Quadratis, ſimilibuſque Uranometricis, Geometriciſque Inſtrumentis, tranſverſas ac mobiles diametros illas (alhidadas vocant Arabes) quæ pendent ex illorum centris, & in quarum extremis erecta ſunt pinnacidia perforata, per quæ fit proſpectus in corpora cœleſtia, aliavè objecta. Imò ſola pinnacidia perforata, ſive dictis diametris penſilibus affixa ſint, ſive ipſorummet Inſtrumentorum lateribus aut dorſis, aliiſvè locis adhæreant, Dioptras nonnulli appellant: qua ſignificatione nos paſſim uſi ſumus toto hoc opere, præſertim Libro primo; unde & Regulam Pantometri lateri affixam vocamus Regulam dioptricam. Ex his conſtat, quid ſit apud Vitruvium Dioptra, omne videlicet Inſtrumentum quo viſualis radius per foramina, pinnacidia, canaliculos tranſmiſſus dirigitur in rectam lineam.

De Libra Aquaria.

QUid Vitruvius intelligat nomine Libræ aquariæ, ſi à dioptricis Inſtrumẽtis fuit diverſa, comperire certò non licuit, quoniam Interpretes omnes ſilent; niſi quòd Jocundus, antiquus Vitruvii interpres, eam explicet figurâ ſingulari. Scipio verò Claramontius deſcribit illam hoc ſchemate, & ait eſſe Regulam longam A B C D, in uniformis canalis modum excavatam, & ſupra fulcrum M E poſitam ita, ut circa axem M, infra medium Regulæ, atque adeo infra centrum gravitatis, ſit verſatilis. Si enim canalis impleatur aquâ, & vertatur Regula circa axem M, uſquequò per ſe quieſcit, ex neutra parte deorſum decidens; erit librata Regula, id eſt, inſtar Libræ ad horizontem parallela; aqua enim

Fig. CLXXIII. Ico. XXIV.

hinc inde à centro æqualiter diviſa erit, unde ſibi mutuò æqui-ponderabit, ideoque habebit rationem Libræ.

De Chorobate.

CHorobates quid ſit, & quomodo conſtructa, recitat Vitruvius lib. 8. cap. 6. his verbis. *Chorobates autem eſt Regula longa circiter pedum viginti. Ea habet ancones in capitibus extremis, æquali modo perfectos, inque Regulæ capitibus ad normam coagmentatos: & inter Regulam & ancones à cardinibus compacta tranſverſaria, quæ habent lineas ad perpendiculum rectè deſcriptas, pendentiaq; ex Regula perpendicula, in ſingulis partibus ſingula: quæ cùm Regula fuerit collocata, eaque tangent æquè ac pariter lineas deſcriptionis, indicant libratam collocationem. Sin autem ventus interpellaverit, & motionibus lineæ non potuerint certam ſignificationem facere; tunc habeat in ſuperiore parte Canalem longum pedes quinque; latum, digitum; altum, ſeſquidigitum, eòque aqua infundatur. Et ſi æqualiter aqua canalis ſumma labra tanget, ſcietur eſſe libratum &c.* Ac licet ex hiſce Vitruvii verbis clare colligi poſſit, qua ratione Chorobates conſtructa fuerit; tamen Scholiaſtæ Vitruvii tam diverſis eam modis depingunt, ut nullus cum altero conveniat. Aliud enim ſchema proponit Cæſarianus, aliud Barbarus, aliud Jocundus, aliud Porta, aliud Claramontius, aliud alii. Genuinum ſchema inſeruerat Vitruvius operi ſuo; ſed id temporis injuriâ deperditum fuit. Ego puto compoſitam fuiſſe Chorobatem ut hìc apparet.

Fig. CLXXIV. Ico. XXIV. In hoc diagrammate, A B, eſt Regula longa pedes viginti; C & D ſunt ancones in capitibus extremis Regulæ ad normam ſeu angulum rectum erecti. E, F, G, H, ſunt tranſverſaria inter Regulam & ancones compacta à cardinibus ſeu clavis teretibus E, F &c. E I, F L, G K, H M, ſunt lineæ perpendiculares, & perpendicula pendentia ex Regula, nempe ſingula in ſingulis tranſverſariis. N O eſt canalis longus pedes quinque &c. in ſuperiore parte Chorobatis.

Habet Chorobates hoc incommodi, quòd in ejus uſu oporteat Libellatorem deferre ſecum aquam per campos, ut canalis N O identidem repleri de novo poſſit. At occurri huic incommodo poteſt, ſi ſupra canalem N O erigantur duo vitrei tubi P N, Q O, & tam tubi, quàm canalis operiantur, ut aqua effluere non

poſſit

poſſit, dum circumfertur Inſtrumentum. Si enim in dictis tubis vitreis fiant colore aliquo circuli, Regulæ B A paralleli, & æqualiter ab ipſius planitie diſtantes, & infusâ per apertum tubulum P N aquâ repleatur canalis N O ita, ut aqua pertingat ad coloratos circulos uſque, iterumque claudatur tubulus; eadem aqua ſemper, vel ſaltem longiſſimo tempore, ſervire poterit.

CAPVT TERTIVM.

De aliis Inſtrumentis libellaticis, à variis Auctoribus uſurpatis.

HActenus de Inſtrumentis libellaticis à Vitruvio enumeratis; nunc de aliis, à variis Auctoribus uſurpatis breviter aliquid dicendum, cujuſmodi ſunt quæ ſequuntur.

De Quadrante, Quadrato, Aſtrolabio, & Planimetro.

NIcolaus Tartaglia loco ſuprà citato utitur Quadrante Geometrico: Petrus Apianus locis item ſuprà citatis, Quadrante Aſtronomico, & Horoſcopio in Quadrantis formam elaborato: Clavius Quadrato Geometrico ſtabili: Veglia & Maginus Quadrante & Quadrato: Hulſius iiſdem, uti & Inſtrumento ſuo Planimetro in ſemicirculi formam elaborato, quod deſcribit ipſe loco citato: Metius ſemicirculo Aſtrolabii dorſo inſcripto, & mobili diametro ceu Dioptrâ inſtructo; uti & Quadrante, atque Quadrato eidem Aſtrolabio inſcriptis: Cataneus, Porta, & alii Chorobate: alii aliis Inſtrumentis, quæ variis modis conſtrui poſſunt.

Quomodo quadrans & quadratum conſtruantur, ſive in Aſtrolabio, ſive extra illud, conſtat pleriſque, & paſſim in multis libris eſt obvium. Planimetrum Hulſii conficitur è duro ligno (aliavè materia ſolida) ferè unius pollicis craſſitie, in forma ſemicirculi, magnitudine libita.

De Libella ordinaria.

F.CLXXV Ico.XXIV. POſſumus etiam uti Inſtrumento illo, quo omnes paſſim Architecti, Cœmentarii, Arcularii, ſimileſque utuntur Artifices, & à Scriptoribus Italis Libella (vulgò *Livella*) appellatur. Conſtruitur ut appoſita figura monſtrat, ex aſſerculis, quorum alter C D perpendicularis eſt alteri A B; & ex centro C pendet filum cum pondere D, quod, ut liberiùs pendeat filium, vel ſubintrat foramen in aſſerculo A B factum apud D, vel pendet infra dictum aſſerculum. Ut verò libratoribus aquarum inſervire poſſit hæc libella, debent lateri Regulæ A B infigi pinnacidia E, F.

De Regula oblonga.

Fig. CLXXVI. Ico.XXIV. POteſt quoque adhiberi ad libellandum Regula longa ac lata A B C D, in qua ad extremitates ducantur lineæ A C, B D, ad parallela latera A B, C D perpendiculares; ab ejuſmodique rectarum ac perpendicularium linearum ſummitatibus A & B pendeant fila cum perpendiculis A G, B G; atque ita collocetur Inſtrumentum ſupra fulcrum aliquod, ut fila libero perpendiculorum motu perpendiculares ipſas lineas A C, B D, occupent: erit enim tunc Regula librata, & horizonti parallela: Unde ſi dioptras ſeu pinnicidia infigas Regulæ, & per ea dirigas radium viſualem, erit ille quoque horizonti parallelus. Poſſet etiam in latere prædictæ Regulæ oblongæ duci per medium linea E F, perpendicularis lineis A B, C D; & in ſummitate E affigi filum cum perpendiculo E G, omiſſis perpendiculis A G & B G. Si enim Regula collocatur ut dictum, & perpendiculum E G congruit exactè lineæ E F, erit ſimiliter Inſtrumentum libratum ſeu horizonti parallelum, ac proinde & radius per dioptras projectus, & linea ſecundùm hunc radium ducta, erunt eidem horizonti paralleli.

De Vaſe Aquario.

SOlent nonnulli Hydragogi hîc Romæ, aliiſque in locis, ut ipſe vidi, & fatetur Vincentius Scamozzius Parte prima Architect. lib. 3. cap. 27; confirmatque P. Athanaſius Kircherus αὐτόπτης, adhibere in librandis planis, per quæ aquas deducere cogitant, ſequens

quens artificium, & quidem optimo ſucceſſu. Concham, aliudvè vas latiuſculum ſuperiùs, cujuſcunque figuræ & magnitudinis proportionatæ, aquâ implent ad ſummum uſque labrum. Deinde in duobus diametraliter oppoſitis conchæ locis aquæ imponunt duo lignea trigona priſmata, (qualia hìc appoſita figura mõſtrat,) ejuſdem materiæ, ejuſdemque omnino denſitatis, ac ponderis, ita ut ſuperficies C D E F incumbat aquæ, angulus verò ſolidus A B ſupra aquam emineat. Demum poſito ſupra ſcamnum aliquod è terra nonnihil elevatum vaſe, quieſcenteque aquâ cum priſmatibus ligneis, dirigunt radium viſualem verſus locum, cujus altitudinem depreſſionemvè explorare volunt, ita ut prædictus radius radat exactiſſimè ſupremum utriuſque priſmatis angulum ſolidum A B: hoc enim facto, ſtatim vident utrum locus ille, quò dirigitur radius, ſit altior aut humilior loco, è quo dirigitur. Ratio hujus rei eſt, quia aquæ ſuprema ſuperficies ſemper, ubicunque, & quomodocunque collocetur vas, & cujuſcunque illud figuræ ſit, æquilibratur, hoc eſt, parallela eſt horizonti, ſeu Aſtronomico, ſeu Phyſico, tametſi mathematicè loquendo ſphæricam affectet figuram, ut Archimedes demonſtrat, & Sphæræ Mundialis Scriptores docent, ac nos etiam inſinuavimus in Mechanica Hydro-pneumatica Parte prima Protheoria 4. cap. 1. Proprietate 2. & infrà iterum dicemus. Ergo radius viſualis prædictam aquæ ſuperficiem, vel potiùs ſolidos angulos A B, ſuperficiei prædictæ parallelos contingens ac radens, ſimiliter eſt horizonti parallelus; Ergo terminus ejuſdem radii indicat, utrum locus alius ſit hoc loco altior aut depreſſior, prout locus ille fuerit infra aut ſupra prædictum radii terminum. Hæc tamen intelligenda ſunt juxta ſenſum dicendum infrà cap. 5. ſuppoſit. 4.

Fig. CLXXVII Ico. XXIV.

Atque hoc Inſtrumentum ego jure merito appellaverim Libram aquariam ſeu aquaticam, quoniam aqua in eo contenta perfectiſſimè libratur, & mediante illâ librantur aliç aquæ, & materia quæcunque. Utuntur eo paſſim Hydragogi Romani, ut dicebam, & ſæpiſſime mihi aſſeruit P. Kircherus nullum ſe unquam expertum fuiſſe magis exactum, magiſque ad librandum aquas commodum; tametſi nonnihil incommodum ſit, ut circumferatur.

Alii tamen aliter utuntur Vaſe aquario. Vas enim poculi inſtar Inſtrumento cuipiam libellatico, præſertim Dioptræ ſuprà cap. 2. ex Claramontio deſcriptæ imponunt, ac ferruminant, aut ligant, poculumque ſeu Vas labrorum æquè altorum undique ſtatuunt: aliqui etiam intus circulum à ſum̃a vaſis ora æquè diſtantem delineant. Deinde elevant deprimuntque tamdiu Inſtrumentum libellaticum, quòuſque aqua poculo infuſa undique aut deſcriptum intus circulum, aut ſumma vaſis labra æqualiter attingat; hoc enim facto, Inſtrumentum libratum dicunt, & ad libellæ uſum conſtitutum. Tranſpiciunt tandem per Dioptram, aut Inſtrumenti pinnacidia, & reliqua peragunt, ut dicemus infrà ſuo loco.

Sunt qui pro piñacidiis, aut pro foramine, rimavè ad tranſpiciendum, in jam memorata oblonga Regula Dioptrica utantur aquæ ſummitate ſeu ſuprema ſuperficie in binis vitreis vaſculis Regulæ antedictæ, alterivè tabulæ aut aſſeri impoſitis. Cùm enim aquæ quieſcentis ſuprema ſuperficies ſemper ſit librata (ſaltem ad ſenſum & quantum ſpectat ad uſum, licet revera ſit ſpherica;) linea viſualis ipſam in utroque vaſculo æquè alto contingens ſeu radens, eſt etiam librata.

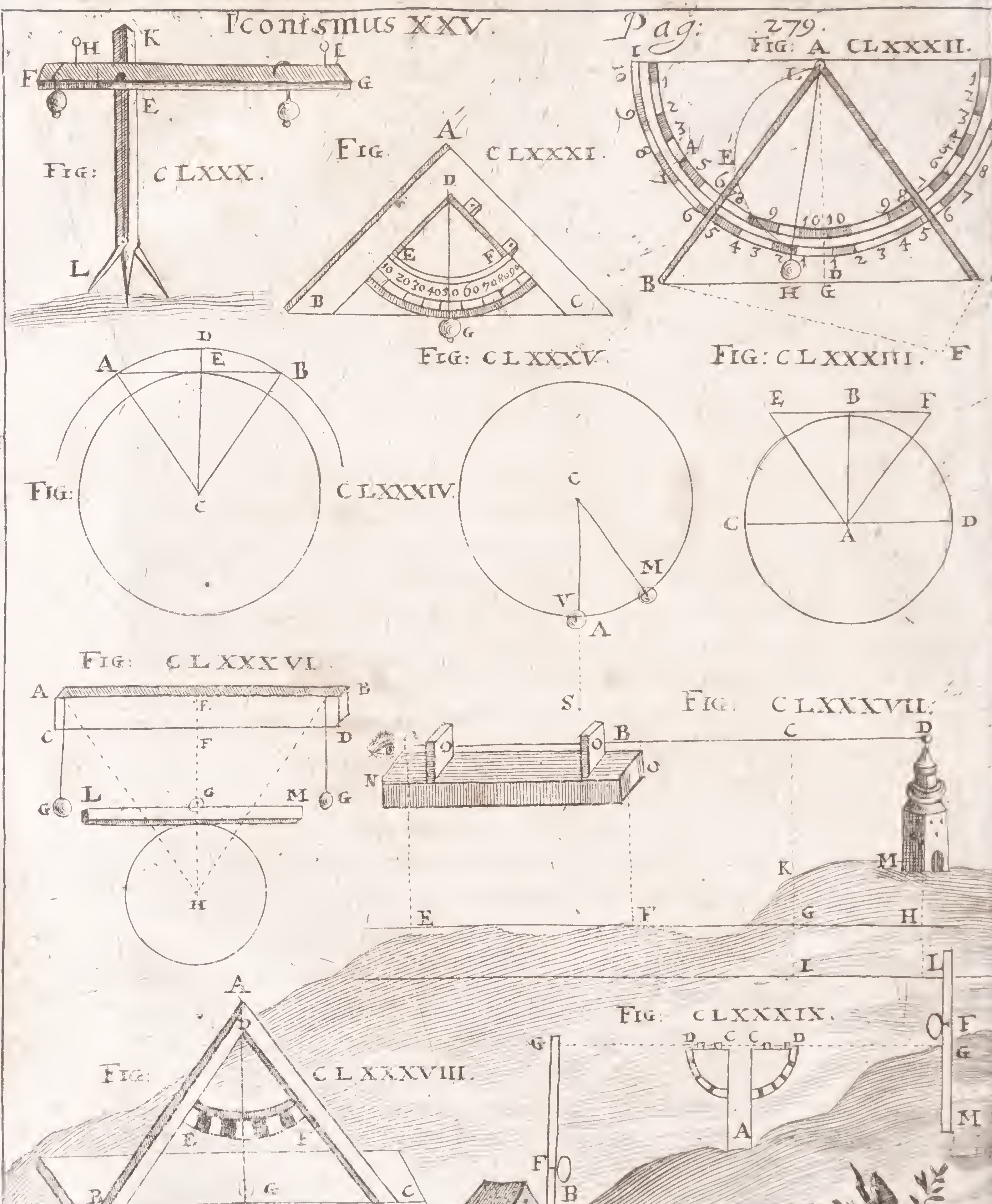
De Libella extemporali.

Fig. CLXXIIX Ico. XXIV.

ACcidit nonnunquam, ut plani alicujus librandi, aut aquæ libellandæ occaſione oblatâ, omni deſtituamur libellatico Inſtrumento. Quo caſu extemporalem libellam, ac velut αὐτοσχέδιον quoddam ita conſtrues. Accipe Regulam A B, ſaltem ad ſenſum rectam, eique affige aliam regulam C D ad angulos ſenſuum judicio rectos. In hujus Regulæ media planitie duc rectam lineam C D, & è puncto C ſuſpende filum cum pondere, quod perpendiculi officium ſubeat. Hoc facto, colloca Inſtrumentum erectum, ut hìc vides, ſupra planum aliquod, quod ſenſuum judicio ſit æquilibratum; & in regula C D nota lineam quam notat filum perpendiculi liberè pendens; quæ ſit vel C D, vel C E. Hoc etiam facto, verte Inſtrumentum ita, ut A dexteram, B ſiniſtram reſpiciant, quæ antea contraria reſpiciebant loca; & perpendiculo liberè cadente, nota iterum lineam, quam perpendiculi filum deſignat; quæ quidem erit vel C D, vel C F. Si filum in hoc ſecundo ſi-

M & N, ſed inæqualiter ex contrariis brachiis appenſis [illegible],

ut in



ſignat; quæ quidem erit vel C D, vel C F. Si filum in hoc ſecun-
do ſi-

do ſitu Inſtrumenti cadit ſupra lineam CD, eandem videlicet, ſupra quam ceciderat in primo ſitu; erit illa perpendicularis ad lineam AB. Si autem cadit extra lineam CD, notatque lineam CF, cùm in primò ſitu notaſſet lineam CE; divide ſpatium EF bifariam, in D v. g., & ex puncto C ad punctum diviſionis D, duc lineam rectam CD; eritque hæc linea perpendicularis ad lineam AB, atque adeo parata erit Libella. Et ſi lateri regulæ AB infigas dioptras, aut erigas aculeos G & H æqualis altitudinis; habebis Libellam extemporalem, librandis planis & aquis non inutilem.

De Libra,

Libra poteſt etiam pro Libella deſervire, illa præſertim, cujus centrum verſionis eſt ſupra centrum gravitatis, modo mox explicando. Eſto Libra AB, quæ lancibus & ponderibus æqualibus C, D, ex A & B appenſis, ſive brachiorum æqualium AG, BG, æquali gravitate, libretur; ſintque pinnacidia E, F, æqualia, ſeu æquè alta ad Libram perpendiculariter erecta. Per quæ ſi tranſpiciamus, dum pondera Libram conſtituunt horizonti parallelam; erit viſionis linea librata, atque adeo Libra pro Libella deſerviet. Fig. CLXXIX. Ico. XXIV.

Tres porrò ſunt Libræ ſpecies. Prima eſt, cujus centrum verſionis (circa quod ſcilicet vertitur Libra) & centrum gravitatis ſunt unum & idem, ut in prima figura. Secunda, cujus gravitatis centrum eſt infrà, centrum verſionis ſuprà, ut in ſecunda figura. Tertia, cujus centrum gravitatis eſt ſuprà, centrum verſionis infrà, ut in tertia figura. Si centrum gravitatis eſt infrà, verſionis ſuprà, Libra ab æquilibrio dimota reſtituitur neceſſariò in æquilibrium: non item in aliis duabus ſpeciebus, ut in Mechanica demonſtratur. Hîc loquimur potiſſimùm de Libra ſecundæ ſpeciei. Vide quæ dicimus in Magia par. 3. lib. 4. de Magia Statica.

De Statera.

Statera quoque poteſt pro Libella deſervire, præſertim ſi centrum ejus fuerit etiam ſuprà, ut de Libra diximus. Sit enim ſtatera FG, dioptris ſuis H & I inſtructa, cujus centrum ſuſpenſionis ſit in E. Suſpendatur è fulcro KL, & inæqualibus ponderibus M & N, ſed inæqualiter ex contrariis brachiis appenſis libretur, F. CLXXX Ico. XXV.

ut in

ut in figura apparet. Si viſus dirigatur per dioptras H & I; erit linea viſionis librata, utpote ſtateræ F G, æquidiſtans; ac proinde Libellatici Inſtrumenti munere fungetur.

De Speculo.

PRæter dicta, aliaque ſimilia Inſtrumenta, traduxit non ita pridem ad Libellandi uſum, ſpeculum, vir ingenioſiſſimus Scipio Claramontius Cæſenas, in Mathematico pulvere jam dudum, & cum laude ſumma, exercitatiſſimus. Quem uſum, ſimulque libellandi praxin univerſam, deſcribit ipſe peculiari & eruditiſſimo libello, quem de uſu ſpeculi pro Libella, & de tota Libratione inſcribit. Qua de re nos infrà fuſiùs in fine hujus Libri agemus.

CAPUT QUARTUM.

De Libella Kircheriana, & Claviana.

PUlcherrimum eſt, & ad quævis plana libranda commodiſſimum, multaque alia perficienda aptiſſimum, Inſtrumentum illud, quod fusè deſcribit, & explicat P. Athanaſius Kircherus lib. 3. Lucis & umbræ, parte. 1. cap. 4. vocatque ob id Libellam; ideoque compoſitionem illius ex ipſomet Kirchero hîc inſerere, atque nonnulla addere non gravabor. Addam deinde aliam Libellam ex P. Chriſtophoro Clavio.

Libella Kircheriana.

Fig. CLXXXI. Ico. XXV. FIat ſeorſim ex duabus Regulis A B, A C, ejuſdem latitudinis, longitudinis, & craſſitiei, Gnomon B A C, è quacunque materia ſolida ac polita, puta ligno, orichalco, argento &c. ita ut eædem regulæ exactiſſimè angulum rectum conſtituant tam in exteriori, quàm interiori concurſu A. Deinde applicatâ regulâ aliqua ad extremitates B, C, notentur in eiſdem regulis duæ lineolæ, quæ deſignabunt duas particulas ex utraque regula reſecandas, ut in figura vides. Ad hæc præparetur quadrans D E F, ejus magnitudinis, ut perpendiculum D G, quod ex ejus centro demittendum eſt, non attingat rectam B C, ſi ea ducta foret: ejuſque arcus E F dividatur, juxta regulas de dividendo Quadrante,

aut circulo, in gradus 90, adſcriptis etiam numeris ad decimum, aut quintum quemvis gradum, ut fieri aſſolet in ſimilibus Inſtrumentis, incipiendo à radio D E; qui non debet eſſe idem cum extremo latere Quadrantis, ſed ab eodem æquidiſtare tantum, ut collocato Quadrante intra Gnomonem, uti figura indicat, & perpendiculo ſuperpoſito radio DE, plumbum perpendiculi non attingat latus Gnomonis. Quod ipſum intelligendum etiam eſt de radio D F. Unde colligitur, in fabrica hujus Quadrantis primò procurandum eſſe, ut duo latera exteriora exactiſſimè etiam angulum rectum contineant, quatenus ſcilicet congruere poſſint lateribus Gnomonis, intra quem eſt collocandus Quadrans. Deinde eiſdem duobus lateribus exterioribus ducendas eſſe duas lineas parallelas D E, D F, in debita diſtantia, habita ſcilicet ratione craſſitiei plumbi perpendiculi. Et licet eædem parallelæ neceſſariò quoque angulum rectum efficiant in concurſu D, qualem efficiunt latera exteriora; ut tamen cum majori certitudine progrediamur, examinandus erit idem angulus D, per diverſas praxes, quas Geometria præſcribit. Imò fortaſſis rectiùs fecerimus, ſi primò unam ſolùm earum duxerimus, v. g. rectam D E, ac deinde ſuper eam ex aſſumpto centro D, quod æqualiter diſtet ab utroque latere exteriore, erigatur perpendicularis D F; in idem enim debet incidere operatio. Quibus diligenter obſervatis, ſi denique centro D deſcribatur arcus E F, diligenterque in gradus diſtribuatur, ut dictum eſt; confectus erit una cum Gnomone Quadrans, atque adeo Libella ipſa, quam conſtruere voluimus.

Præter ea lineamenta, de quibus hactenus facta eſt mentio, depinximus ſeorſim quandam laminulam perforatam cum ſuo perpendiculo. Quæ ſi in centro D ita infigatur, ut foramen in ſuperficie Quadrantis non jaceat; dependebit perpendiculum ex eodem foramine multò liberiùs, quàm ſi in centro D fixum fuiſſet: ſiquidem ex foramine illo deſcendit rectà, ex centro verò neceſſariò reflectitur; quæ reflexio videtur poſſe impedire motum liberum. Et hanc eandem ob cauſam reſecari poterit ſuperficies Quadrantis intra arcum E F, & latera, intercepta; ne fortè & ipſa liberum motum perpendiculi impediat, quod facilè contingit, niſi quàm exactiſſimè ſit complanata.

Præterea in Quadrante D E F, affiximus lateri D F duas pinnulas perforatas, & perpendiculariter ſupra lateris ejuſdem planum erectas; quæ inſervient, quando eodem Quadrante, relicto Gnomone, accipienda fuerit alicujus rei altitudo, & alia ſimilia, quæ per Quadrantem, vel Quadratum Geometricum obſervari ſolent, ut in ejuſmodi Inſtrumentorum tractatu explicari ſolet, & legi poteſt apud Clavium, Maginum, Vegliam, Apianum, Hulſium, & alios Tractatibus citatis capite primo. Quarum pinnularum conſtitutio hoc ſolùm requirit, ut quoad fieri poteſt, radius viſualis per utrumque foramen emiſſus, exiſtat parallelus lateri D F. Exactiſſimam, ſimul ac commodiſſimam ſimilium pinnularum fabricationem quære in Aſtrolabio Clavii lib. 3. Can. 1. ubi etiam in alium quendam Quadrantem incides, qui in accuratioribus obſervationibus rerum Aſtronomicarum plurimùm habet momenti.

Poſtremò ad uſum Libellæ convenit habere Regulam ſaltem non breviorem Gnomonis diametro B C. Et hæc Regula debet duo quævis latera oppoſita habere parallela, ita ut concurſus quatuor ſuperficierum ſint, quoad fieri poteſt, lineæ rectæ, eædemque parallelæ: id quod vix poterit fieri rectè, niſi ex metallo conficiatur Regula, vel ligno duro & ſicco, & non admodum ſubtili, prout in appoſito hîc ſchemate apparet.

Nota hîc primò, tametſi pinnulæ lateri Quadrantis affixæ ſervire poſſint etiam librationibus aquarum, meliùs tamen eſſe, ſi eæ affigantur lateri, aut dorſo regulæ A C Gnomonis: & adhuc meliùs, ſi regulæ ſeparatæ paulò antè deſcriptæ lateribus affigantur.

Nota ſecundò, loco arcus E F Quadrantis fieri poſſe regulam tranſverſam E F, volubilem circa E & F, & in medio intus plicatilem, diviſam ſimiliter in 90 gradus: ſic enim totus Quadrãs E D F, complicari poterit, lateribus D E, D F, circa D volubilibus.

Libella Claviana.

PAter Chriſtophorus Clavius lib. 3. Geomet. pract. Problem. 45. aliud affert Inſtrumentum pro librationibus planorum, quando non ſunt valde magna, percommodum; aitque illud excogi-

cogitaſſe Joannem Ferrerium Hiſpanum, nobilem Architectum & Mathematicum. Cujus hæc eſt conſtructio.

Compingantur duæ regulæ, A B, A C, ex ligno aliquo ſolido, ac duro, æqualium crurium, quæ longitudinem habeant ſatis longam, ita ut diſtantia inter extrema B & C contineat decem palmos præcisè, aut etiam plures. Deinde ductâ rectâ A G, ad B C perpendiculari, deſcribatur ex A ſemicirculus quantuſcunque I D K, cujus ſemidiameter A D in tot æquales partes ſecetur, quot palmi in diſtantia B C comprehenduntur. Deſcripto quoque circa A D ſemicirculo occulto A E D, transferantur ex D in ejus peripheriam omnia intervalla inter D, & puncta rectæ A D: ac tandem ex A, per ſingula puncta ſemicirculi A E D, rectæ occultæ emittantur, notenturque interſectiones earum cum peripheria D I, atque in alteram peripheriam D K tranſportentur. Si namque ex A filum cum perpendiculo egrediatur, & omnes partes exſcindantur, relictis ſolùm cruribus inſtrumenti A B, A C, unà cum peripheria ſemicirculi I D K; conſtructum erit Inſtrumentum ad librationes peropportunum. Fig. CLXXXII Ico. XXV.

Aliud ſimile Inſtrumentum, ſed hoc aliquantò laborioſius, reperi inter manuſcripta Patris Chriſtophori Grünbergeri, in hoc Collegio Romano olim Mathematicæ Profeſſoris; quod tamen ob difficiliorem conſtructionem hîc omitto.

CAPUT QUINTUM.

Suppoſitiones variæ Libratorum.

HActenus de Inſtrumentis ad libellandum, ſeu mavis, librandum neceſſariis utilibuſvè tractavimus; nunc de ipſa libellandi ſeu librandi praxi tractandum, idque tam ex communi Practicorum, quàm ſingulari Mathematicorum ſententia. Quod ut majori cum fundamento præſtemus, præmittere libuit varias Libratorum ſuppoſitiones, quas in praxi velut indubitatas ſupponunt Practici, hoc eſt, Libratores ordinarii & ageometræ, imò & Geometræ etiam; eaſque breviter examinabimus, non contradicendi ſtudio, ſed veritatis inquirendæ amore.

Suppoſitio Prima.

T*Erra & Aqua Terræ infuſa ac circumfuſa, maribuſque ac lacubus præcipuè comprehenſa, unicum conſtituunt globum, unicâ atque continuâ ſuperficie, licet montibus ac vallibus aſperatâ, contentum; quem ob id Terraqueum appellant Recentiores.* Conveniunt in hoc plerique Philoſophi ac Mathematici, explodentes, ac tantùm non ridentes Antiquos, quos inter Anaximander Terram ſtatuebat ſimilem columnæ, Leucippus cylindro ſeu tympano bellico, Cleanthes cono ſeu turbini, Heraclitus ſcaphio, Democritus diſco cavo, Anaximenes & Empedocles menſæ planæ, ut ex Ariſtotele, Plutarcho, ac Laërtio refert P. Joannes Baptiſta Ricciolus tomo. 1. Almag. Novi lib. 2. cap. 1. Argumenta pro Terraquei globi rotunditate vide apud Ricciolum, & Sphæræ Scriptores quos citat.

Suppoſitio Secunda.

T*Erræ, ſeu Terraquei globi centrum eſt centrum commune omnium gravium, quo videlicet omnia gravia per ſe tendunt appetitu naturali, ac per lineas rectas, & quidem niſi impediantur, breviſſimas, hoc eſt, directè & ſine ambagibus ad dictum centrum tendentes. Quia igitur aqua omnis eſt gravis, tendit innato appetitu ad centrum Terræ, eòque fertur, niſi impediatur, per rectam ac breviſſimam lineam modo dicto.* Admittitur à pleriſque, etiam ab iis, qui Terram non ſtatuunt in medio univerſi, niſi ad ſenſum; & nos etiam admiſimus in Mechanica Hydraulico-Pneumatica Protheoria IV. cap. 1. Centri porrò nomine hoc loco intelligimus centrum magnitudinis, ſeu centrum medii; quod licet à centro gravitatis Terræ differat; tam parum tamen in hoc rerum ſtatu ab illo abeſt, ut idem cenſeri cum illo, ſaltem phyſicè & ad ſenſum, poſſit. Vide quæ diximus in Mechanica loco citato, & alibi fuſiùs dicemus. Lege præterea quæ dicimus in Magia Naturali Par. 3. lib. 1. cap. 1.

Suppoſitio Tertia.

A*Qua ſuapte natura fluit, ablatis impedimentis, ad loca decliviora, hoc eſt, centro Terræ viciniora. Et quidem ſi rectus ac perpendicularis pateat ipſi aditus, fluit eò per lineam rectam breviſſimam, nempe perpendicularem, & quæ directè ad Centrum Terræ tendit: ſin minus, fluit eò per*

eò per lineam obliquam. Patet hoc experientia quotidiana, nec aliâ indiget probatione, uti diximus etiam loco citato, Propriet. 1. Notandum hîc, loca decliviora non ſumi hîc in ordine ad horizontem, ſive Aſtronomicum, ſive Phyſicum; ſed in ordine ad Centrum Univerſi, quod eſt omnium infimum in Mundo, diciturque ſimpliciter & abſolutè infimum. Sed de hac re iterum in ſuppoſitione quinta.

Suppoſitio Quarta.

A*Quæ conſiſtentis ſuprema ſuperficies, eſt æquilibrata, ſeu æquè alta.* Indiget explicatione. Conſiſtens aqua apellatur, quæ ſitum obtinet naturalem, ut explicavimus in Mechanica Hydraulico-Pneumatica loco citato. Situs autem ſeu poſitio naturalis aquæ eſt, ut ibidem diximus, quem ſponte ſua aſſumit aqua, tam in ſuperficie ſuperiore, quàm in inferiore, & in lateralibus, contenta quibuſcunque receptaculis & vaſis. Itaque ſitus aquæ, quem habet intra vaſa violenter conſtricta, non ſemper eſt aquæ naturalis, ſaltem quoad ſuperficiem ſuperiorem. Libratum ſeu æquilibratum ſumi poteſt dupliciter. Primò pro eo, quod eſt horizonti parallelum ſeu æquidiſtans, prout ſunt plana ad Libellam conſtituta, hoc eſt, quæ ex una parte non magis attolluntur aut deprimuntur, quàm ex altera, ſed inſtar Libræ æqualium brachiorum ac ponderum conſiſtunt velut in æquilibrio; unde & librata, ſeu æquilibrata dicuntur. Et in hoc ſenſu falſum eſt, Aquæ conſiſtentis ac naturaliter quieſcentis ſupremam ſuperficiem eſſe æquilibratam, ſeu æquè altam. Cùm enim ſphærica ſit, ut diximus in Mechanica loco citato, Propriet. 2. & demonſtrat Archimedes, aliique communiter; non poteſt eſſe horizonti parallela, neque ſecundùm omnes ſuas partes æquè alta, hoc eſt, æquè ſupra horizontem elevata, ut manifeſtum eſt. Secundò ſumi poteſt æquilibratum pro eo, quòd æqualiter ſecundùm omnes ſuas partes diſtat à centro Terræ. Et in hoc ſenſu veriſſimum eſt, Aquæ conſiſtentis ſupremam ſuperficiem eſſe æquilibratam, & ſecundùm omnes ſuas partes æquè altam, hoc eſt, æqualiter diſtantem à centro Terræ.

In vaſis tamen, & exiguis receptaculis, adeo exigua & inſenſibilis eſt ſphæricitas ſupremæ ſuperficiei aquæ, ut ſenſus judicet

eſſe planam, meritòque ſupponi poſſit eſſe talem, ut advertimus etiam loco citato. Et de hiſce aquis vera eſt prædicta Libratorum ſuppoſitio quoad ſenſum, non quoad Mathematicam ἀκρίβειαν.

Suppoſitio Quinta.

AQua in plano librato non movetur, hoc eſt, non fluit, ſi naturæ ſuæ relinquatur. Unde ſi aqua per planum aliquod movetur, non eſt planum ejuſmodi libratum, ſed devexum, & pendens; Si verò aqua quieſcit in plano, planum eſt libratum. Hæc etiam Suppoſitio indiget explicatione. Si enim plani librati nomine veniat ſuperficies æqualiter ſecundùm omnes ſuas partes diſtans à centro Terraquei globi, hoc eſt, ſuperficies ſphærica, & dicto globo concentrica; vera eſt, quia tunc nulla pars plani illius eſt declivior quàm altera, ac proinde non eſt ratio cur ad unam potiùs quàm ad alteram partem fluat aqua in tali ſuperficie extenſa. Dico, in tali ſuperficie extenſa; quia ſi aquæ origo ſit elevata ſupra hujuſmodi ſuperficiem, poteſt per illam fluere, donec ipſi coæquetur quoad diſtantiam à Centro Terræ. Si verò plani librati nomine intelligatur

Fig. CLXXXIII. Ic,XXVIII

planum horizonti parrallelum (cujuſmodi ſunt plana ad Libellam conſtituta) Suppoſitio abſolutè nõ eſt vera; quia tale planum non diſtat æqualiter ſecundùm omnes ſuas partes à Centro Terræ. Ut ſi Terra ſit B C D, ejus centrum A, horizon intelligibilis C D, planum horizontale ſimulque horizon ſenſibilis E B F: erunt puncta E & F, remotiora à centro A, quàm punctum contactus B, quod eſt omnium propinquiſſimum centro; quò verò magis receditur à puncto B, verſus E aut F, eò magis receditur à centro A, quòd eò longiores fiant lineæ rectæ à centro ad lineam E F ductæ, ut ex Euclidis elementis patet. Fluet ergo aqua per planum libratum, & quidem in caſu hìc poſito ab E aut F verſus B. Si tamen ſenſum ſpectemus, per plana horizontalia non magna, ſcilicet paucorum pedum aut paſſuum, non movetur aqua motu ſenſibili. Eſto enim E F planum ſeu linea horizontalis contingens ſuperficiem Terræ in puncto B; erit, *per* 18 *Tertii*, angulus A B F rectus. Ponatur B F mille paſſuum geometricorum, ſeu unius milliaris Italici, & ſupponatur interim ſemidiameter Terræ A B non major quàm 3036 milliarium (quam tamen Tycho ponit milliarium 3440, alii verò adhuc majorem) erit A F milliarium 3036

$\frac{1}{00731}$

$\frac{1}{6072}$. Etenim quadratum A B eſt milliarium 9217296, quadratum verò B F eſt unius milliaris, ac proinde duo quadrata A B, B F ſimul juncta, ſunt milliarium 9217297; quibus æquale eſt quadratum A F, *per 47 Primi*. Ergo recta A F, latus illius quadrati 9217297, eſt proximè milliarium 3036 $\frac{1}{6072}$, ut patebit calculanti. Quocirca punctum F erit altius ſeu remotius à centro Terræ A, particulâ ſexies milleſimâ ſeptuageſimâ ſecundâ unius milliaris. Quæ quidem particula continet digitos tredecim, & quintam circiter digiti partem. Nam milliare unum (cùm contineat mille paſſus, & ſinguli paſſus quinque pedes, & ſinguli pedes quatuor palmos, & ſinguli palmi quatuor digitos) erit 80000 digitorum; quem numerum ſi dividamus per 6072, exibunt digiti 13$\frac{1}{5}$ circiter, ut dicebam. Si igitur planum horizontale paſſuum mille, tangens Terræ ſuperficiem, non eſt ex illa parte, quâ non tangit, altius quàm digitis tredecim cum una quinta digiti parte; erit planum trium paſſuum vix quadrageſima parte unius digiti elatius in una, quàm in altera parte, in qua tangit Terræ ſphæricitatem: Si autem tangit eandem in medio, vix parte octuageſimâ unius digiti elevatius erit in extremitatibus. Quare meritò cenſeri poteſt ſphæricum. Terræque concentricum; ac proinde idem de tali plano dicendum eſt, quod diximus de plano Terræ concentrico.

ANNOTATIO.

QUando dicimus, aquam in plano Terræ concentrico non moveri, nec fluere, ſi naturæ ſuæ relinquatur, intelligendum id eſt, ſi aqua intra planum illud ſit concluſa; alioquin ſi libera eſt, effluet extra margines, tendens ad partes decliviores.

Suppoſitio Sexta.

SI ſit canalis non excedens in longitudine pedes circiter quinque (qualem Vitruvius ponit in ſuo Chorobate, ut vidimus ſuprà cap. 2.) cujus erecta ſupra baſem latera ſunt æquè alta in toto circuitu; immiſsâque aquâ diſtet æqualiter à ſupremis labris laterum; libratus eſt hujuſmodi Canalis, hoc eſt, horizonti eſt parallelus: ſi verò unâ parte aqua propior eſt ſummo labro, quàm ex altera parte; non eſt libratus canalis, ſed ex qua parte altior eſt aquâ, depreſſior eſt canalis; ex altera verò parte elatior. Hæc ſuppoſitio ſecundùm ſenſum, & ad uſum librandi, vera eſt, ſecundùm

dùm verò conſiderationem Mathematicam falſa eſt; quoniam ſuprema aquæ ſuperficies in vaſis etiam parvis ſphærica eſt, & non plana, ut ſuprà diximus in Suppoſitione quarta. Eſt tamen differentia inter ſuperficiem illam ſphæricam aquæ in caſu poſito de canali quinque pedibus longo, & inter ſuperficiem libratam, tam exigua, etiam in rigore Mathematico, ut cenſeri poſſit omnino indiviſibilis. Eſto enim ſuperficies ſphærica aquæ in canali contentæ A D B, cujus centrum, itemque Terræ centrum, ſit C; ductaque A B horizonti parallelâ quæ tangat ſuperficiem Terræ in E, ducatur recta C E, quæ producta cadat in D, ut differentia diſtantiæ duarum ſuperficierum à centro Terræ ſit D E. Sit præterea, majoris evidentiæ gratiâ, medietas canalis E B quinque pedum, & ducatur recta C B. Ponatur ſemidiameter Terræ C E milliarium Italicorum ſolummodò 3036, ut ſuprà dicebam. Erit itaque eadem ſemidiameter pedum 15180000, ac proinde quadratum ejus erit pedum quadratorum 230432400000. Cùm verò E B ſit quinque pedum, erit ejus quadratum pedum 25 quadratorum. Quocirca quadratum rectæ C B, ſubtendentis angulum rectum, eſt pedum quadratorum 230432400000025, *per* 47. *Primi*, cujus quadrati latus, nempe C B, erit, ſi radix quadrata extrahatur, pedum ſimplicium 15180000 $\frac{25}{30360000}$, quæ minutia ad minimam denominationem reducta erit $\frac{1}{1214500}$ unius pedis. Et quoniam pes unus eſt 16 digitorum, erunt 16 digiti 1214500 dictarum particularum: ſinguli ergo digiti erunt earundem particularum 75906 circiter; tot enim provenient, ſi 1214500 partiamur per 16. Si itaque ſecetur digitus, nempe ſextadecima pars pedis, in partes 75906; una ex illis erit exceſſus, quo B C major eſt quam C E; ac proinde E D erit unius digiti pars ſeptuagies quinquies milleſima, nongenteſima, ſexta.

Fig. C L XXXIV. Ico. XXV.

Suppoſitio Septima.

SI filum cum perpendiculo ex aliqua ſtabili re appendatur, non quieſcit ſuopte nutu, niſi cùm fuerit in recta linea ab appenſionis puncto ad Terræ centrum ducta. Eſto filum C V appenſum ex puncto immobili C, cui filo annectatur perpendiculum A; centroque C, & intervallo C A (vi enim ponderis A extenditur filum) deſcribatur circulus C M V. Eſto præterea centrum Terræ S (quod diximus

ſuppo-

Suppoſit. 2. eſſe centrum gravium) intelligaturque à puncto C ad centrum S recta linea C S, ſecans circulum M V in puncto V. Dicunt, ſi filum C A cum perpendiculo A appenſo extendatur ad quodcunque circumferentiæ punctum diverſum à puncto V, v.g. ad punctum M, non quieſcere, ſed moveri, donec ipſum filum cum perpendiculo A appenſo quieſcat in linea C S. Ratio eſt, quia punctum V, eſt omnium punctorum, quæ in circuli prædicti circumferentia adſignari poſſunt, infimum, hoc eſt, centro Terræ propinquiſſimum, eò quòd linea S V ſit omnium breviſſima illarum, quæ à puncto S extrà aſſumpto ad convexam circuli peripheriam duci poſſunt, *per* 8 *Tertii:* Atqui pondus quodcunque, niſi impediatur, tendit de facto vel ad ipſum centrum Terræ, vel ſaltem ad locum centro Terræ propinquiſſimum, ibiq; quieſcit, ut experientia patet; in præſenti autem caſu pondus A non impeditur à filo, quò minùs à puncto M, vel quocunque alio, moveatur ad punctum V, ut ſupponitur; Ergo eò movetur, ibique impetu ceſſante quieſcit, cùm ulteriùs deſcendere non poſſit impeditum à filo; nec ſponte poteſt inde dimoveri impeditum à ſua gravitate, alioquin aſcenderet, quia à loco infimo verſus altiorem moveretur. Vera eſt abſolutè hæc ſuppoſitio.

Suppoſitio Octava.

SI regula rectangula, ſeu longa, ſeu brevis, dividatur bifariam lineâ ad angulos rectos latera parallela ſecante, atque à ſupremo puncto lineæ ejuſmodi latera ſecantis filum cum perpendiculo appendatur, demiſſumque liberè filum lineam ipſam ſecantem occupet, eſt regula illa librata. Eſto regula rectangula (vel potiùs unum latus hujuſmodi regulæ) A B C D, quæ bifariam dividatur rectâ E F, ſecante ad angulos rectos utramque rectarum A B, C D; appendaturque ex puncto E filum cum perpendiculo G, occupetque filum liberè demiſſum rectam E F, & quieſcat. Dicunt, regulam A B C D eſſe libratam, hoc eſt, horizonti parallelam. Quoniam enim, per præcedentem Suppoſitionem, filum cum perpendiculo E F G, non quieſcit niſi in linea tranſeunte per punctum ſuſpenſionis E, & centrum Terræ; ſi dictum filum E F G mente extendatur, cadet in ipſum centrum Terræ. Sit itaque dictum centrum H; ex quo ſi ad intervallum H G deſcribatur circulus Terraqueo globo concentricus, faciet

Fig. C LXXXVI. Ico. XXV.

Oo linea

linea H G F E cum linea L M dictum circulum tangente, adeoque ad Terræ horizontem parallelâ, angulos rectos H G M, H G L, *per* 18 *Tertii*: Sed etiam cum lineis A B, C D, facit angulos rectos H F D, H F C &c: ut ſupponitur; Ergo, *per* 28. *Primi*, rectæ A B, C D parallelæ ſunt rectæ L M, & conſequenter horizonti. Librata ergo eſt regula A B C D. Vera eſt abſolutè hæc Suppoſitio. Et eadem eſt ratio, ſi ad latera A C, B D, ducatur perpendicularis A B, & ex puncto A ſuſpendatur filum cum perpendiculo, demittaturque ut liberè quieſcat filum, & cadat præcisè ſupra lineam A B Regulæ priùs inverſæ.

Suppoſitio Nona.

S*I fuerit regula, in qua ad extremitates ducantur lineæ ad parallela latera recta, & ab ejuſmodi rectarum ac perpendicularium linearum ſummitatibus pendeant fila cum perpendiculis, atque ita collocetur regula, ut fila libero perpendiculorum motu perpendiculares ipſas lineas occupent; erit regula librata.* Sit ut anteà regula A B C D, atque lineæ A C, B D, perpendiculares ſint ad parallelas A B, C D, & ex punctis A & B appendantur fila cum perpendiculis G, occupentque fila liberè pendentia perpendiculares A C, B D. Dicunt, regulam eſſe libratam. Hæc Hypotheſis in rigore mathematico implicat, quia nunquam poteſt accidere, ut utrumque filum cum perpendiculo cadat præcisè ſupra lineas perpendiculares A C, B D, in prædicto ſitu regulæ, ſed vel ſupra unam ſolùm, vel ſupra neutrã. Eſto enim ut antea centrum Terræ H, è quo deſcribatur circulus Terræ concentricus, quem tangat linea L M in puncto G, & huic lineæ L M æquidiſtent regulæ latera A B, C D, ducaturque recta H G per punctum contactus G, ſecans regulam in F E; & aliæ duæ H A, H B. Erunt igitur, *per* 18 *Tertii*, anguli H G M, H G L, & *per* 29 *Primi*, anguli H E B, H E A, recti, anguli verò H A E, H B E, acuti, *per* 17. *Primi*. At fila cum perpendiculis ex punctis A & B ſuſpenſa, & liberè demiſſa, cadere debent ſupra lineas A H, B H, *per dicta Suppoſitione Septima*. Eadem eſt ratio in quocunque alio ſitu regulæ, in quo recta H G ſecat ipſam intra rectas A C, B D. Neutrum ergo filum in hoc ſitu regulæ cadit ſupra perpendiculares A C, B D. Si regula A B C D ita collocaretur, ut recta A C eſſet in recta H G producta verſus regulam, caderet quidem filum

unum

unum cum perpendiculo ſupra lineam A C, at alterum minimè caderet ſupra lineam B D, propter rationem jam dictam. Eadem eſt ratio, ſi recta H G tranſeat per rectam B D. Nunquam ergo poterit utrumque filum cadere ſupra utramque lineam A C, B D.

Si tamen ſenſum ſpectemus, vera eſt prædicta Suppoſitio, & ad praxin ſufficiens. Volo dicere, fila cum perpendiculis libera dimiſſa in dicto ſitu regulæ tam parum aberrare à dictis lineis perpendicularibus A C, B D, ut cenſeri meritò poſſit ſupra illas præcisè cadere; ac proinde concedi ſine ullo errore poteſt, regulam eſſe libratam, ſi fila cadant ſupra prædictas lineas. Demonſtrationem non addo, quia neceſſaria non eſt.

Suppoſitio Decima.

QVæ per Inſtrumentum dioptricum libratum conſpicimus, ea ſunt æquè alta cum oculo, & inter ſe. Dioptrica Inſtrumenta, ut ex capite primo conſtat, ſunt illa, per quæ viſus tranſit reſtrictus, ut ita dicam, ſive tranſeat reſtrictus per rimam, ſive per canaliculum, ſive per pinnacidia. Hæc ſuppoſitio, ſi loquatur de altitudine ſimpliciter & propriè accepta, quá æquè alta dicuntur illa quæ â centro Terræ æquè diſtant; altiora, quæ ab eodem magis diſtant, humiliora, quæ minùs, falſa eſt. Sicut enim planum horizontale non eſt æquè altum ſecundùm omnes ſui partes, ut vidimus Suppoſitione Quinta; ita quæ ſunt in eadem linea viſuali æquilibrata, hoc eſt, plano horizontali æquidiſtante, non ſunt omnia æquè alta, ſeu æquè remota à centro Terræ, ſed minùs alta ſunt, quæ ſunt propinquiora oculo, magis alta, quæ remotiora ab oculo. Omitto demonſtrationem, quia ex dictis loco citato intelligi poteſt. Si verò Suppoſitio loquatur de altitudine ſupra horizontem, ſive ſenſibilem, ſive rationalem, vera eſt, quia omnia puncta, quæ occurrunt viſui per dioptricum Inſtrumentum libratum tranſpicienti, æqualiter diſtant ab eodem plano horizontali, ſecundùm lineas rectas ei plano perpendiculares; cujuſmodi ſunt in loco citato puncta E, B, F, reſpectu horizontis C A D.

Suppoſitio Undecima.

QVæ puncta æqualibus perpendicularibus abſunt à linea viſus tranſeunte per dioptricum Inſtrumentum æquilibratum, ſunt æquè alta; &

quæ inæqualiter abſunt, inæqualiter ſunt alta; ſcilicet altiora, quæ longioribus abſunt perpendicularibus; minùs verò alta, quæ abſunt brevioribus. Sit dioptricum Inſtrumentum N O, linea viſus per ipſum transſiens A B C D, à qua æqualibus lineis perpendicularibus diſtent puncta E, F, G, H; longioribus I L; brevioribus K M. Dicunt, puncta E, F, G, H, eſſe æquè alta; puncta K, M, altiora; puncta I, L, depreſſiora. Hæc vera ſunt in ordine ad horizontem; falſa in ordine ad centrum Terræ, ut patet per ſe, & ex jam dictis.

Fig. C LXXXVII Ico. XXV.

Suppoſitio Duodecima.

ÆQuales, inæqualeſque diſtantiæ punctorum infra lineam viſus æquilibratam, aut ſupra planum horizontale, rectè menſurantur perpendiculi filo. Ut in præcedenti figura diſtantiæ punctorum E, F, G, H, infra lineam viſus A D, aut ſupra horizontem, ſive ſenſibilem, ſive intelligibilem, rectè menſurantur filo cum appenſo perpendiculo; & tunc dicuntur eſſe æquales, quando fila perpendiculorum à linea viſus ad dicta puncta demiſſa, ſunt æqualia; tunc verò ſunt majores, aut minores diſtantiæ, quando eadem fila ſunt longiora, aut breviora. Hæc Hypotheſis geometricè & exactè loquendo eſt falſa, quia fila illa cum perpendiculis demiſſa non ſunt perpendicularia ad horizontem, ſed tendunt ad centrum Terræ, ut patet ex ſuppoſitione ſeptima; unde unum ſolùm poteſt eſſe perpendiculare horizonti, illud nimirum, quod cadit in punctum contactus, in quo horizon ſenſibilis tangit Terræ ſuperficiem ſphæricam. Non ergo rectè ſumuntur perpendiculi ope perpendiculares prædictæ in uſu Libellæ, ſi geometricè procedamus. Secundùm ſenſum tamen nullus in ea re committitur error, etiam in linea librata unius milliarii, quoniam differentia inter perpendicularem quamcunque ex illa demiſſam ad horizontem, & inter perpendiculum tendens ad centrum Terræ, eſt omnino inſenſibilis, ut ex dictis colligitur, & facilè demonſtrari poteſt.

Suppoſitio Decima tertia.

Fig C LXXXIIX Ico. XXV.

SI ſupra regulam aliquam longam, aut ſupra planum, ſeu Inſtrumentum aliquod dioptricum, erigatur Norma ſeu Libella C A B, qualem deſcripſimus ſuprà Capite tertio, & filum cum perpendiculo liberè demiſſum cadat ſupra lineam C D; librata eſt regula aut planum: ſi cadat extra A D, aut

aut intra B D; non eſt librata regula aut planum. Geometricè Suppoſitio vera eſt ſolùm tunc, quando punctum D Normæ congruit puncto contactus, quo regula aut planum tangit ſuperficiem ſphæricam Terræ; in reliquis caſibus falſa eſt. Practicè tamen loquendo, & in uſu librandi, vera eſt in omni ſenſu, ſi regula, aut planum libratum non excedant longitudinem unius milliaris, ut patet ex dictis Suppoſitione præcedenti. Sed de hac re iterum agetur infrà.

CAPUT SEXTUM.

De uſu libellaticorum Inſtrumentorum in explorandis atque conſtituendis planis horizontalibus ſecundùm omnem exporrectionem.

Libellæ, omniumque Libellaticorum Inſtrumentorum uſus præcipuus, imò unicus, quoad propoſitum noſtrum attinet, conſiſtit in hoc, ut iis vel explorentur, vel conſtituantur plana horizontalia; hoc eſt, ut vel cognoſcamus, utrum planum propoſitum, quod horizonti parallelum videtur, ſit revera tale; vel ut quod ſcimus, tale non eſſe, tale conſtituamus. Plana autem hujuſmodi vel exploranda atque conſtituenda ſunt talia ſecundùm omnem exporrectionem, ſcilicet longitudinis ac latitudinis; vel ſecundùm unam tantùm, longitudinis ſcilicet, aut latitudinis. Nos hoc capite agemus de prioris generis planis, præſertim non adeo magnis; videbimuſque qua ratione per libellatica Inſtrumenta hujuſmodi plana explorari atque conſtitui poſſint ad horizontem parallela ſecundùm utramque dimenſionem ſeu exporrectionem. Et tametſi omnia libellatica Inſtrumenta cap. 2. & 3. enumerata huic propoſito inſervire poſſint; commodiſſima tamen eſt præ cœteris omnibus Libella, præſertim Kircheriana & Claviana; ideo utriuſque uſum in propoſito caſu hìc breviter explicabimus. Quod autem de his duobus Inſtrumentis dicemus, de aliis etiam dictum volumus.

Uſus Libellæ Kircherianæ.

QUando propoſitum fuerit aliquod planum, quod videatur ad ſenſum horizonti parallelum, experimentoque diſcere voluerimus, num ita res ſe habeat; ſic per Libellam Kircherianam ſenſum adjuverimus. Sit propoſitum planum A, in eoque applicetur Libella primò ſecundùm longitudinem, prout vides in figura, ita ut perpendiculum liberè dependeat, ſuperficiemque Quadrantis radat. Et ſi quidem perpendiculum ceciderit in quadrageſimum quintum gradum Quadrantis, planum A in neutram partem inclinabit ſecundùm longitudinem, hoc eſt, ſecundùm lineam ſupra quam, vel ex qua, elevata eſt Libella; vel quod idem eſt, linea illa æquidiſtabit horizonti, ac proinde vocari poterit atque debebit linea horizontalis. Si verò perpendiculum à gradu quadrageſimo quinto vel minimùm alterutram in partem deflexerit; manifeſtum erit, planum illud, licet ſenſui appareat horizonti parallelum, nequaquam tamen eſſe parallelum, ſed inclinari ad eam partem, ad quam perpendiculum inclinat. Et tunc non erit quod ulteriùs idem planum examinemus, cùm jam conſtet, non eſſe horizonti parallelum. Si verò ſecundùm dictam longitudinem planum deprehendatur eſſe libratum, hoc eſt, horizonti perfectè æquidiſtans; tentandum erit idem ſecundùm latitudinem, per ſimilem prorſus Libellæ applicationem. Et ſi quidem lineam etiam latitudinis libratam invenerimus, hoc eſt, ſi etjam in hac ſecunda applicatione Libellæ filum perpendiculi abſciderit quadrageſimum quintum gradum, planum A omninò porrectum erit; perfectèque horizonti parallelum ſecundùm omnes partes; ſin minùs, inclinabitur ad unam partẽ magis quàm ad alteram.

Fig. C LXXXIIX Ico. XXV.

DEMONSTRATIO.

QVoniam enim planum Libellæ in duplici illa collocatione repræſentat duo plana verticalia, hoc eſt, plana per filum perpendiculi ducta, quod ſemper rectum eſt ad horizontem, ut ſupponitur, cùm radat ſuperficiem Quadrantis, & tranſeat per gradum quadrageſimum quintum arcus E F; fit, ut ſi duo illa plana Libellæ producta ſe mutuò intelligantur ſecare, faciant communem ſectionem lineam rectam, per tertiam Undecimi:

atque

atque adeo parallelam perpendiculo Libellæ: Cùm igitur perpendiculum ſit perpendiculare ad utramque lineam, tam longitudinis quàm latitudinis, ut diximus, & patet ex ipſa Libellæ conſtructione ac collocatione; erit etiam communis illa ſectio perpendicularis ad eaſdem lineas longitudinis & latitudinis; ac proinde eadem communis ſectio, per quartam Undecimi; *imò & plana per ipſam ducta, nempe plana Libellæ, quæ repræſentant plana verticalia, erunt* per decimam octavam Undecimi, *recta ad planum A, quod per lineas illas longitudinis ac latitudinis ductum eſt. HoriZontale igitur erit idem planum A, hoc eſt, libratum, ſiquidem ad ipſum recta ſunt plana verticalia, ut monſtratum eſt.*

Non aliter procedendum erit, ſi planum aliquod proponatur librandum, hoc eſt, ſi tabula aliqua vel marmor benè complanatum, conſtituendum foret horizontaliter. Primò enim collocabitur propoſitum planum ita, ut ſenſui appareat debitè locatum. Deinde per Libellam eadem collocatio examinabitur tam ſecundùm longitudinem, quàm latitudinem, ut dictum eſt. Et ſi quidem in aliquam illarum partium deprehendatur deflectere, elevandum erit ex illa parte, ſubjectis cuneolis, vel aliâ materiâ, donec perpendiculum cadat in quadrageſimum quintum gradum. Quod ubi ſucceſſerit in utraque parte plani, tunc demum collocatum erit planum, ut proponitur.

Intelligimus autem per lineam longitudinis & latitudinis, quaſcunque duas lineas tranſverſales, quæ non ſint parallelæ. Quamvis ad præſens negotium ſint accommodatiores illæ, quæ ſeſe, ſaltem ad judicium ſenſus, ſecant ad angulos rectos. Si enim ex ejuſmodi duabus lineis perpendiculariter erigatur Libella, faciliùs apparebit differentia inclinationis, ſi fortè planum propoſitum nou ſit libratum.

Uſus Libellæ Clavianæ.

IN campo aliquo, vel horto, aliovè quoque plano, ad ſenſum horizonti parallelo, pone puncta Inſtrumenti Claviani ſuprà capite 4 deſcripti in terra, ſeu plano illo. Et ſi quidem filum perpendiculi tranſit per D; erunt puncta B & C in plano illo ejuſdem altitudinis, ita ut ſi ſpatium interjectum B C complanetur (ſi fortè non eſt complanatum) ſpatium illud horti, vel campi, aut plani ſit libratum, hoc eſt, horizonti parallelum, ſecundùm illam dimenſio-

CLXXXII Fig. Ico. XXV.

ſio-

ſionem, ſecundùm quam applicatum ipſi fuit Inſtrumentum. Si verò filum perpendiculi A H abſcindet ex quadrante D I, aliquot partes, v.g. tres; erit punctum C tribus palmis altius puncto B, atque ita fodiendum erit ibi, aut deprimendum planum illud ad altitudinem trium palmorum, ut complanatum ſpatium inter B & infimum punctum effoſſum ſeu depreſſum, ſit horizonti parallelum. Quòd ſi filum perpendiculi abſcinderet ex altero quadrante D K quotcunque partes, v. g. quinque; eſſet punctum C depreſſius quinque palmis puncto B; ac proinde tunc puncto B ſuperimponenda foret terra, aut elevandum eſſet ad altitudinem quinque palmorum, ut ſpatium inter B & ſupremum punctum terræ ſuperimpoſitæ, aut plani elevati, æquidiſtaret horizonti ſecundùm ſitum Libellæ applicatæ. Complanato ſpatio inter B & aliud punctum prope C, ſive effoſſum, ſive elevatum, iteranda erit eadem operatio, poſito crure A B in puncto invento &c. Atque ita procedendum eſt uſque ad ultimum ſignum in horto vel campo propoſitum. Dico, in horto, vel campo; nam in plano mobili ſufficit prædictam operationem inſtituere ſemel in medio plani. Complanato ſecundùm unam poſitionem plano, complanandum eodem modo erit ſecundùm alteram, prout diximus in uſu Libellæ Kircherianæ. Demonſtrationem lege apud Clavium in Geomet. pract. lib. 3. Probl. 45. num. 2.

Quando Inſtrumentum hoc ſæpius ſecundùm unam dimenſionem in diverſis locis applicatum fuit, & diverſæ fuerunt inventæ altitudines aut depreſſiones; quæritur autem in fine, quantò altius, depreſſiuſvè ſit primum punctum, quàm ultimum; Scietur hoc per altitudines, depreſſioneſvè intermedias, inquit Clavius. Ut ſi primus locus fuerit altior quàm ſecundus, quinque palmis; & hic altior quàm tertius, duobus palmis; hic autem depreſſior quàm quartus, tribus palmis; & hic denique altior quàm ultimus locus, uno palmo; colligemus primum locum altiorem eſſe ultimo loco quinque palmis. Nam primus locus erat altior tertio ſeptem palmis, cùm primus ſecundum quinque ſuperet, & ſecundus tertium duobus: & quia tertius ſuperatur à quarto tribus palmis, ſuperabit primus quartum ſolùm quatuor palmis: cùm autem hic altior ſit quàm ultimus uno palmo, erit primus altior quàm ultimus quinque palmis, & ſic de cæteris. Idem ſciemus, ſi

alti-

altitudines omnes cruris C ſcribamus ſeparatim, in dextra parte chartæ, & altitudines cruris B in ſiniſtra, & initâ utrorumque numerorum ſummâ detrahamus minorem à majori; reſiduum enim indicabit, uter locus, & quantum ſit altero altior. vide ſchema in margine poſitum.

Crus C.	Crus B.
5.	3
2.	
1.	
8	
8.	
3.	
5.	

COROLLARIUM.

Hinc colligitur, quomodo idem, quod hactenus præſtitimus per duas dictas Libellas, præſtari poſſit per quodcunque libellaticum Inſtrumentum. Et quidem ſi cuicunque hujuſmodi Inſtrumento, in quo ſit perpendiculum, affigatur ſemicirculus diviſus eo modo, quo dictum fuit in Libellæ Clavianæ conſtructione ſuprà capite Quarto, ita ut centrum ſemicirculi correſpondeat puncto ſuſpenſionis perpendiculi; habebit id eundem prorſus uſum cum Claviana Libella dicta.

CAPUT SEPTIMUM.

De Vulgari Libratorum praxi in librandis locorum diſtantiis, ad perducendas aquas: ſimulque de uſu libellaticorum Inſtrumentorum in explorandis & conſtituendis planis horizontalibus ſecundùm unam tantùm exporrectionem.

EXponam hoc capite praxim vulgarem ac ordinariam qua utuntur Libratores communiter omnes, etiam ageometræ, in librandis duorum locorum diſtantiis, dum ab uno ad alterum perducere volunt aquam, ut ſciant uter illorum ſit altior, uter depreſſior. Eodem autem prorſus modo explorari poteſt, utrum planum aliquod ſecundùm unam dimenſionem ſeu exporrectionem, hoc eſt, ſecundùm extenſionem ab uno loco ad alterum, ſit æquilibratum, necnè; poteritque, ſi non eſt, complanari, ut dicemus iterum in fine Capitis in Corollario.

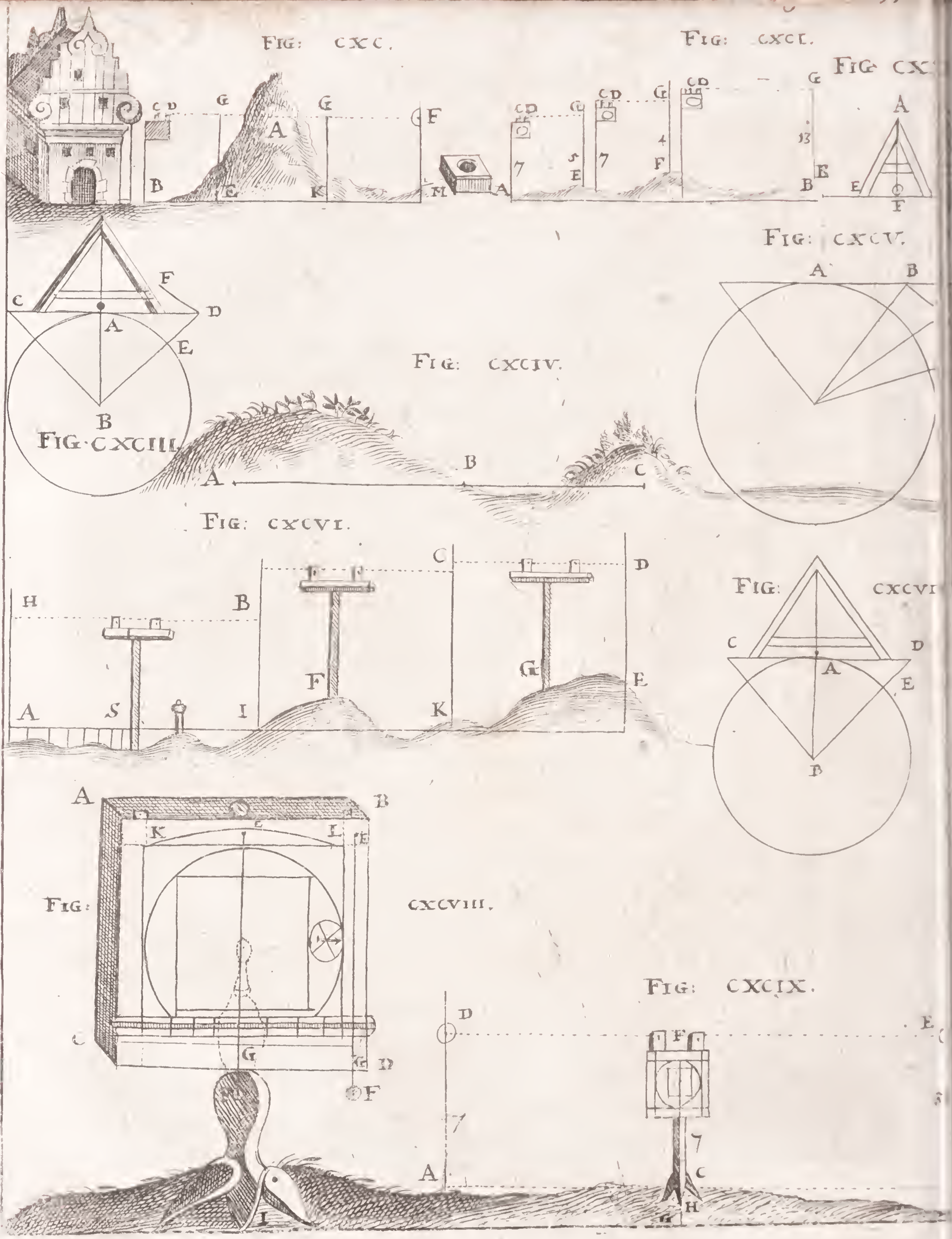
Ut ſciant igitur Libratores, utrum aqua è fontis origine, aliovè ex loco, ad locum alium, ut Urbem, Arcem, Hortum &c.

deduci poſſit naturali curſu; primùm omnium indagant, an originis locus altior ſit, quàm locus in quem deducenda eſt aqua, hoc eſt, utrum locus ille ſit magis ſupra eandem horizontalem lineam elevatus, quàm hic. Si enim inferior fuerit locus originis loco alio, aut in eodem horizontali plano cum illo; ſtatim pronuntiant, aquam naturaliter deduci eò non poſſe: ſi autem ſuperior fuerit, & planum inter utrumque locum interjectum potuerit habere ſufficientem declivitatem, ſeu ut ipſi loquuntur, pendentiam; ajunt, deduci poſſe. Videndum igitur eſt, quomodo ipſi explorent per Libellatica Inſtrumenta, quis locus ſit altior, quis humilior, quis æquè altus. Sic ergo procedunt Libratores.

Si è loco fontis, ſeu ſcaturiginis aquæ conſpici poteſt locus, ad quem deducenda eſt aqua; collocant juxta fontis locum Inſtrumentum Libellaticum, quodcunque illud ſit, è terra elevatum, hoc eſt, vel imponunt illud alicui ſuſtentaculo, vel ſuſpendunt è pertica, vel manu tenent. Deinde illud librant aliquo ex modis ſuprà dictis, nempe vel perpendiculis, vel aquâ, vel normâ ſeu Libellá, vel aliter. Intelligunt verò libratum eſſe Inſtrumentum, cùm linea, juxta quam dirigendus eſt viſus, æquidiſtat ſecundùm omnes ſuas partes horizonti inſtar libræ æqualibus ponderibus libratæ. Hoc facto, in loco illo, ad quem derivanda eſt aqua, erigunt perpendiculariter ſignum conſpicuum tantæ altitudinis, quantum eſt à loco originis aquæ uſque ad dioptras Inſtrumenti librati. Hoc etiam facto, tranſpiciunt vel per rimam ſeu canalem Inſtrumenti, vel per pinnacidia, vel per aquæ ſupremam ſuperficiem, vel per dorſa triangulorum ſolidorum aquæ impoſitorum, prout diximus ſuprà capite ſecundo & tertio. Et ſi quidem ſignum in loco, ad quem deducenda eſt aqua, erectum occurrat in eadem linea viſionis; pronuntiant illum locum eſſe æquè altum cum loco ſcaturiginis: ſi ſupra lineam viſionis fuerit ſignum, ajunt locum eſſe altiorem: ſi infra; decliviorem: ſolùmque in hoc ultimo caſu ajunt poſſe eò deduci aquam, ſi adſit ſufficiens declivitas.

Fig. C LXXXIX. Ico. XXV. Sit exempli gratia explorandum Quadrato, aut Quadrante, aliovè quocunque Inſtrumento Libellatico, utrum ex loco A deduci poſſit aqua ad locum B, aut M. Erigunt Inſtrumentum in A, illudque librant, ita ut latus C D, in quo ſunt Dioptræ, ſit horizon-

liud ſignum G, ad quod terminat[illegible] [illegible]ca viſus. Poſt [illegible] [illegible]



A, … quelibrant, ita … us C D, in quo … Dioptra, ſit hori-
zon-

zonti parallelum. Metiuntur deinde altitudinem CA, nempe diſtantiam loci oculi C, à loco aquæ A. Poſthæc in B aut M erigunt baculum BF, aut MF, quantævis altitudinis, habentem ſignum aliquod conſpicuum F, tantum diſtans à B, aut M, quantum diſtat C Inſtrumenti ab aqua A. Tandem per dioptras ſeu pinnacidia CD Inſtrumenti tranſpiciunt, & dirigunt lineam viſualem CDG, verſus B, aut M. Et ſi quidem linea viſualis CDG cadit ſupra ſignum F, ut fit apud locum B; ajunt, aquam ex A perduci poſſe ad B, ſi adſit ſufficiens pendentia, de qua poſtea. Si verò linea viſualis CDG cadat in ſignum F, aut infra ipſum, ut fit apud locum M; ajunt aquam A non poſſe perduci ad locum M. Ratio ipſorum eſt, quia in primo caſu locus B eſt demiſſior, hoc eſt, centro Terræ propinquior, quàm aqua A; & quidem tantò demiſſior, quantò magis F eſt infra lineam viſualem CDG: in ſecundo verò caſu locus M altior eſt, hoc eſt, à centro Terræ remotior, quàm aqua A; & tanto altior, quantò magis F eſt ſupra lineam viſualem CDG.

In idem recidit, ſi dicas, tunc locum A, in exemplo poſito, eſſe æqualis altitudinis cum loco B, aut M, ſi per latus CD Inſtrumenti æquilibrati conſpici poteſt ſignum F; tunc verò locum A eſſe altiorem loco B, aut M, quando latus CD deprimendum eſt verſus ſignum F, ut videatur: tunc denique locum A depreſſiorem eſſe loco B, aut M, quando latus CD elevandum eſt verſus ſignum F, ut videri poſſit.

Si è loco ſcaturiginis aquæ non poſſit videri locus, ad quem deducenda eſt aqua, quia interjectus eſt mons, ſylva, aliudvè ſimile impedimentum; ut ſi ex loco B deducenda eſſet aqua ad locum M, & interjectus eſſet mons A; ita procedunt. In loco B collocant Inſtrumentum ſupra ſuum ſuſtentaculum, & æquilibrant. Deinde in loco M perpendiculariter erigunt perticam cum ſigno F conſpicuo, ut antea, tantum à terra diſtante, quantum diſtat à loco aquæ latus CD Inſtrumenti. His factis, ex loco B dirigunt viſum per latus CD Inſtrumenti, verſus locum E in monte, & notant ſignum aliquod G, ad quod terminatur linea viſualis CDG. In loco deinde E collocant Inſtrumentum æquilibratum, ut latus CD correſpondeat puncto G; & reſpiciunt verſus K, notando aliud ſignum G, ad quod terminatur linea viſus. Poſt hæc collo- Fig. CXC. Ico. XXVI.

 cant

cant Inſtrumentum in loco K, ut latus C D Inſtrumenti æquilibrati correſpondeat iterum puncto G; & reſpiciunt verſus M. Si linea viſualis cadit in ſignum F; locus M erit æquè altus cum loco B: ſi cadit ſupra, aut infra F; erit locus M altior, aut depreſſior, prout antea dictum fuit.

Alii aliter procedunt in collocandis haſtis ſeu perticis, & in Inſtrumento haſtæ applicato elevando, aut deprimendo; ſed nulla fit mutatio in ſubſtantia rei.

Fig. CXCI Ico. XXVI. Si denique è loco ejuſdem ſcaturiginis aquæ non poteſt videri locus, ad quem aqua deducenda eſt, propter nimiam diſtantiam, etiamſi ſpatium interjectum ſit planum, aut quaſi planum; procedunt eodem ferè modo, quo jam diximus, quando mons eſt interpoſitus. Ut ſi è loco A perducenda eſt aqua ad locum B, diſtantem paſſibus 400 circiter. Dividunt diſtantiam in plures ſtationes, A, E, F, B, diſtantes à ſe invicem 100, aut 150 paſſibus; & in ſtationibus intermediis, ut in E, & F, erigunt haſtas cum ſigno conſpicuo mobili, quod videlicet altiori aut depreſſiori loco haſtarum affigi poſſit; cujuſmodi ſignum eſt v. g. charta alba, quæ cerâ molli poſſit affigi haſtis. His factis, collocant Inſtrumentum in A, prope ſcilicet locum aquæ, elevatum à terra, ſeu à ſuperficie aquæ pedibus 7. Aequilibrant deinde Inſtrumentum, & per dioptras C D tranſpiciunt verſus haſtam E, dirigendo in ipſam haſtam, viſualem lineam C D G, & in puncto G jubent affigi chartam, quæ ſit elevata ſupra terram pedes v. g. 5, quantum ſcilicet elevatum eſt punctum terminans lineam viſualem. Detrahunt 5 à 7, remanent 2. Pronuntiant ergo, locum E altiorem eſſe loco A, pedibus duobus. Iterum collocant Inſtrumentum in E, æquilibratum, & elevatum ut antea, pedes 7; & projiciunt viſum per dioptras in ſignum haſtæ F, elevatum ſupra terram pedes 4: detrahunt 4 à 5, remanet. 1; ajunt ergo, locum F eſſe altiorem loco E pede uno, & conſequentur loco A pedibus tribus. Tandem collocant Inſtrumentum in F, & dirigunt viſum in haſtam B, conſpiciuntque ſignum elevatum è terra pedes 13; detrahunt 3 à 13, remanent 10; ajunt ergo, locum B eſſe inferiorem loco F pedibus 10, ac proinde loco E pedibus 9, loco verò A pedibus 7.

Ali-

Aliqui librationem factam à loco fontis ad locum alterum, repetunt ab altero loco ad locum fontis, ut videant num benè libraverint; quoniam modicus error in Inſtrumento eſt maximus in linea librata. Utrum rectè, nec nè agant, patebit ex capite ſequenti.

COROLLARIUM.

Colligitur hinc, quomodo planum ſecundùm eandem lineam horizontalem pluribus librationibus modo dicto inventam complanari poſſit, ſi nimirum ſpatium depreſſius repleatur terrâ aggeſtâ, elatius egeſtâ deprimatur.

CAPUT OCTAVUM.

De praxi libellandi tradita à Patre Nicolao Cabæo.

P. Nicolaus Cabæus in Meteora Ariſtotelis lib. 1. tex. 62. quæſt. 2. & lib. 2. tex. 6. quæſt. 3. in fine, & quæſt. 4. per totum, mirum in modum exagitat vulgarem Libratorum praxin in librandis locorum diſtantiis ad aquas deducendas; aitque illos non intelligere, quid ſit Libella, nec cognoſcere quam lineam, ſeu quas lineas per libellationes deſignent, nec ſatis percipere, quid ſit libellare. Ait, dum dicunt, ad derivandas aquas, ut feliciter & ſatis velociter fluant, ſatis eſſe, ſi ſingulis mille paſſibus inclinetur curſus, ſeu linea cadentiæ, per uncias quatuor; illos valde errare, & hanc aſſertionem luculentum ſatis ignorantiæ teſtimonium præbere: Si enim, inquit, libellatio unica fieret mille paſſuum, ſi fieri poſſet, & libella ex uno capite milliaris conſtitueretur; etiamſi in altero extremo capite lineæ libellatæ ſumeretur punctum ſex, imò & octo unciis infra punctum viſum, aquam ex puncto libellæ non motũ iri ad punctum viſum per talem lineam, ſed potiùs à puncto viſo ad libellam curſuram. Monet proinde Principes, & Rerum publicarum Gubernatores, ut videant diligenter, dum hujuſmodi Libellatores adhibent, quibus pecuniam fidant.

Ipſe autem Cabæus, ut ſuam exponat ſententiam ac praxin, ſupponit, Libellationem nihil aliud eſſe, quàm deſcriptionem ſeu

deſignationem lineæ rectæ tangentis Terram, ſeu circulum Terræ concentricum, in illo præcisè puncto, in quod cadit perpendi-
F. CXCII. culum Libellæ. Totum enim artificium Libellæ & Libellatio-
Ico, XXVI. nis, inquit, conſiſtit in hoc, ut conſtituatur per ipſam linea recta Terram contingens, ſupra quam ſi cadat perpendiculum in puncto contactus, filum perpendiculi faciat angulos rectos hinc & inde cum illa linea. Ut ſi ſit linea ſeu Regula B C, ſuper terram extenſa; ea tunc dicetur conſtituta ad libellam, cum ita fuerit diſpoſita, ut ſi ipſi ſuperimponatur Libella A E D, perpendiculum A F cadens ſuper illam faciat angulos A F E, A E D, rectos. Quod quidem, ut ipſe monet, & nos ſuprà diximus cap. 5. ſuppoſit. 9. non fit niſi in puncto contractus.

Hoc, aliiſq; quæ apud ipſum leges, ſuppoſitis, Ait primò, ubi unica libellatione exploramus loci alicujus altitudinem, vel declivitatem, non eſſe Libellam in una loci illius extremitate collocandam, & per rimulas, vel alia ratione, dirigendam lineam rectam ad aliam extremitatem. Rationem dat, quia loca quæ per talem Libellationem inveniuntur in eadem linea æquilibrata, non ſunt revera in eadem altitudine, hoc eſt, æqualiter remota à centro Terræ, ſed altior eſt locus à Libella remotus, quàm libellæ proximus. Probat ratione mathematica, quam ſuprà adduximus cap. 5. Suppoſit. 5. ubi diximus, punctum F magis diſtare à centro Terræ A, quàm punctum B. Ex quo infert Cabæus, ad hoc ut duo loca, per libellationem in eadem linea æquilibrata inventa, dici poſſint eſſe in eadem altitudine, debere libellam collocari in medio inter duo illa loca, & dirigi viſum ad utrumque
F. CXCIII. locum; ad unum quidem ex una libellæ extremitate, ad alteram
Ico, XXVI. verò ex altera: tunc enim ſi duo illa loca occurrant in eadem linea viſuali, ſignum eſt illa eſſe æquè à centro Terræ diſtantia. Sic ſi inter duo loca C & D, in adjuncta figura, ponatur libella in puncto A, & uterque occurrat viſui in eadem linea C D; erit uterque æquè altus, hoc eſt, æqualiter diſtans à centro B. Et ratio eſt, quia cum linea C D ſit tangens circulum deſcriptum ex B, & A ponatur punctum contactus, rectæque A C, A D ponantur æquales; erunt etiam rectæ B C, B D, æquales, *per 18. Tertii, & quartam Primi Euclidis.*

Si

Si quis dicat, hanc eſſe ſpeculationem mathematicam, ac proinde in phyſica praxi libellationis non attendendam, cum Terræ ſuperficies ſphærica, in qua libellatio fit, & linea tangens protenditur, adeo ſit magna, ut elevatio lineæ tangentis poſt unum milliare non ſit ſenſibiliter altior, ſeu remotior à centro Terræ, quàm in loco contactus. Reſpondet Cabæus, hoc omnino falſum eſſe. Si enim conſtitutâ libellâ in A, fiat libellatio ſpatii A D unius milliaris (ſi fieri poteſt) cùm linea A D ſit linea recta, & ſuperficies Terræ circularis; ſi deſcribatur circulus è centro Terræ, cujus ſemidiameter ſit A B, paſſuum 3500000, & linea A D ſit paſſuum 1000; erit linea D E, (ait Cabæus) pedis unius & unciarum decem circiter, hoc eſt, locus D erit altior loco A, unciis 22: ac proinde aqua ex A non fluet ad D, ſed potiùs ex D fluet ad A. Ex quo infert, quàm parum ſit fidendum vulgaribus Libratoribus. Addit, ex hujus rei ignoratione procedere, quòd hujuſmodi Libratores nunquam repetitis libellationibus in diverſis ejuſdem librati ſpatii locis eandem inveniant altitudinem, nec, ut ipſi loquuntur, claudant ſpatium, & quòd eò magis errent, quò fuerint illâ in re diligentiores. Si enim, inquit, conſtituas libellam primò in A, & dirigas lineam fiduciæ in D, ac deinde deferas libellam ad D, & convertas directionem ad A; nunquam, adhibitâ quacunque diligentiâ, revertetur directio ad A, ſed ſupra A cadet, nempe in F; & ſi revertatur directio ex D ad A, ſignum eſt libellationem non fuiſſe legitimè peractam.

Ait ſecundò Cabæus, ſi pluribus libellationibus explorare velis regionem aliquam, v. g. A B C, non eſſe ſic explorandam, ut poſitâ libellâ in A dirigas viſum ab A in B; & puncto B exactè notato, ibi colloces jam libellam, & ex B invenias per aliam libellationem punctum C; & ſic deinceps: ſic enim non pergis in eadem altitudine ſeu diſtantia à Centro Terræ, ſed ſemper aſcendis, & elevaris eò magis, quò longiores libellationes producis ab A ad B, & à B ad C &c. ut patet ex dictis, & patebit meliùs ex dicendis ſequenti Aſſertione. Et quamvis procedas ſemper per puncta exactiſſimè inventa, non tamen procedis per puncta æquidiſtantia à centro; quia, ut oſtenſum eſt, in prima Libellatione B magis diſtat à centro Terræ, quàm A; & C adhuc magis, quàm B; & ſic deinceps; & in magna longitudine valde ſenſibilis eſt iſta elongatio F.CXCIV. Ico.XXVI.

à cen-

à centro. Licet ergo non ita recedas pluribus libellationibus in eodem ſpatio repetitis, ac ſi unicâ ſolùm totum ſpatium libellaſſes; tamen ſemper ſequentia puncta magis ac magis removentur à centro Terræ; & in longitudine multorum milliarium, receſſus à centro Terræ erit, non jam unciarum, pedum, paſſuum, ſed decempedarum. Et ſi repetas libellationem, incipiendo à fine verſus principium, ſimiliter operando ut priùs; ſenties enorme diſcrimen. Et hoc diſcrimen te docebit, utrum error in hujuſmodi praxi ſit ſenſibilis, nec nè.

F. CXCV. Ico. XXVI. Ait tertiò, dum pluribus libellationibus exploratur regio aliqua, vel dirigitur planum ædificii magni; illis pluribus libellationibus non conſtitui unam rectam lineam, nec fieri plures lineas eidem horizonti parallelas, ſed ſemper fieri lineas ſe mutuò ſecantes, & produci polygonum circa peripheriam Terræ. Ratio eſt, quia ſingulis Libellationibus fit linea tangens circulum Terræ concentricum (non eundem, ſed ſemper diverſum, & quidem majorem; cujus lineæ extremitates hinc & inde à Libella remotæ æqualiter, diſtant à centro Terræ æqualiter; & omnes ſe mutuò interſecant, ut apparet in appoſita figura, in qua linea A B, interſecat lineam B C, & linea B C lineam C D &c. Hinc ſi longam porticum, (ſubjungit Cabæus) conſtruas, puta trecentarum aut quadringentarum decempedarum, & per exactiſſimam libellationem ſingularum columnarum periſtylia, ſeu capitella diſponas, & primam columnam cum ſecunda exactè colloces ad libellam, & ſecundam cum tertia, & ſic deinceps; non erunt omnia capitella in eadem recta linea, ita ut ſi oculum in uno capite conſtituas, & lineam viſualem in directum projicias, ſint omnia capitella in eadem recta linea viſuali; hoc enim non erit, ſed columnæ procedent quaſi circulariter, capita elevando, & rectam lineam capitella media excedent valde notabiliter, pro longitudine porticus. Hujus rei addit rationem Cabæus, quæ tamen omnino eſt falſa, & planè contraria iis, quæ hactenus dixit. Dum ergo (*concludit Cabæus*) porticum aut feneſtratum ædificium dirigere vis, ut omnia ſint in linea recta; non per libellam replicatis vicibus exactè adhibitam id conſequeris, ſed unica operatione in medio cõſiſtens hoc habebis per radium viſualem.

Ait

Ait quartò, Si diverſis continuatis libellationibus exactè explorare velis regionis alicujus, vel ædificii, æquilibrium; hæc eſſe obſervanda. Primò, ut ſemper te cum libella conſtituas exactè phyſicè in medio inter extrema cujuſque libellationis, ut æqualiter diſtes ab utroque extremo. Secundò, ut, ſi per lineam viſualem punctum æquilibrij inveſtiges, diſtantiæ ſint valde moderatæ in ſingulis operationibus, ut diſtinctè punctum viſum notare poſſis. Hæc autem diſtantia non deberet eſſe major quàm quadraginta, aut quinquaginta decempedarum, quamvis acutâ vi polleas. Exemplum ponit tale. Sit explorandum æquilibrium F.CXCVI.
duorum punctorum A & E. Sume primò ſpatium A I quinquaginta decempedarum, & erectis haſtis A H, I B, colloca libellam Ico.XXVI.
in S. Tum converſus ad haſtam A H nota exactè in haſta punctum H, in quod collimat libella, ſeu oculus per libellam tranſpiciens; & nota in charta ex una parte, dexterâ v. g. diſtantiam, quâ punctum H diſtat ab A. Converſo deinde viſu per libellam ad haſtam I B, & invento puncto B, nota in eadem charta ex parte ſiniſtra diſtantiam, qua punctum B diſtat à plano inferiori ad locum I. Sume deinde diſtantiam I K, ſi fieri poteſt, phyſicè æqualem priori diſtantiæ A I; & erectâ aliâ haſtâ K C, conſtitue libellam in medio ubi F; & converſo viſu per libellam verſus haſtam I B, nota punctum, in quod collimat libella, ſeu oculus, ſive ſit punctum B, ſive infra, ſive ſupra B; & in parte chartæ dextra nota diſtantiam illius puncti viſi à plano I. Converſo deinde oculo in haſtam C K, nota in ea punctum C, & deſcribe in chartæ parte ſiniſtra diſtantiam puncti C viſi à puncto K plani. Iterum ſume diſtantiam K E, prioribus æqualem, & erectâ aliâ haſtâ D E, conſtitutâque libellâ in medio, ubi G, dirige viſum primò in haſtam C K, deinde in haſtam D E; & viſi puncti diſtantiam à plano K nota in charta dextera, puncti verò viſi diſtantiam à plano E nota in charta ſiniſtra. Eodem prorſus modo procede, ſi alia ſuperſint ſpatia uſque ad terminum ultimum deſtinatum, notando ſemper diſtantias dexteras in charta dextera, & diſtantias ſiniſtras in charta ſiniſtra. Finita tota libellatione, junge ſimul omnes diſtantias dexteras, & ſummam inito; idemque fac cum ſiniſtris diſtantiis: deinde ſummam minorem ſubduc de majori, & reſiduum dabit tibi differentiam diſtantiæ à centro Terræ primi & ultimi, ſeu dextri & ſiniſtri

ſtri puncti A & E; quod enim habebit reſiduum diſtantiæ, erit demiſſius, ſeu propius centro Terræ.

Ratio hujus praxis eſt, quia cùm in prima libellatione fiat linea tangens Terram in puncto S, ſeu ipſi æquidiſtans, nempe linea B H, cujus extrema puncta H & B æqualiter diſtant à puncto contactus, ut ſupponimus; diſtabunt eadem duo puncta H & B æqualiter à centro Terræ, ut probavimus ſuprà paulò poſt initiū hujus capitis in Aſſertione prima Cabæi.

Cognitâ ergo utriuſque puncti diſtantiâ à plano, hoc eſt, à punctis A & I, ſcietur etiam utrum ex duobus punctis A & I, ſit demiſſius, & utrum altius. Similiter propter eandem rationem ſcietur per ſecundam, tertiam, & reliquas libellationes, quomodo ſe habeant inter ſe puncta I & K, K & E, &c. quoad majorem vel minorem altitudinem ſive diſtantiam à centro Terræ. Et quamvis in ſecunda libellatione oculus non collimet in punctum B, haſtæ B I, in quod collimaverat in prima libellatione, ſed cadat ſupra, aut infra; hoc nihil refert, quia etiam punctum C in eadem ſecunda operatione cadet ſupra aut infra idem punctum B cùm æqualiter diſtet à centro Terræ cum puncto in haſta B I notato. Idem dicendum eſt de aliis operationibus. Subductis ergo rationibus diſtantiarum dexterarum & ſiniſtrarum in charta notatarum, ſcietur præciſa habitudo primi puncti ad ultimum.

CAPUT NONUM.

Examinatur ſententia & praxis Cabæi in libellandis aquis.

HÆc Cabæi ſententia & praxis optima quidem eſt, ſi aliqua excipias in quibus errat; at non multùm differt à praxi vulgarium Libratorum, ſaltem peritiorum, & qui ſcriptis libris ſuas tradiderunt praxes. Paucis ergo illam examinabo, ut veritas eluceſcat, & quid tenendum ſit, conſtet.

Aſſerit Cabæus in prima ſua Aſſertione, ut vidimus capite præcedenti, ſi libellâ in puncto aliquo Terræ ritè diſpoſitâ projiciatur linea horizontalis, v. g. in appoſita figura linea A D, eaque extendatur in directum per unum milliare, ſeu mille paſſus, punctum

ctum extremum D eſſe altius atque remotius à centro Terræ B, F.CXCVII
quàm punctum A, pede uno & unciis decem, poſitâ Terræ ſemi- Ico.XXVI.
diametro paſſuum 3500000, ſeu milliariorum 3500; adeoq; vult, lineam D E continere pedem unum & uncias decem, ſeu uncias 22. Qua in re enormiter hallucinatur contra Geometriam, ex cujus regulis dicta linea D E non eſt niſi digitorum $11\frac{3}{7}$, ſeu unciarum $8\frac{5}{7}$, ac paulò etiam minor; quod ſic oſtendo. Triangulum B A D eſt rectangulum ad A, *per 18 Tertii*; ideoque quadratum B D æquale eſt, *per 47. Primi*, quadratis B A, A D. Latus B A, utpote ſemidiameter Terræ, eſt milliariorum 3500, & latus A D milliaris unius. Quadratum ergo lateris B A eſt milliariorum quadratorum 12250000; & quadratum lateris A D, milliaris quadrati unius; ac proinde ambo quadrata ſimul, hoc eſt, quadratum lateris B D eſt milliariorum quadratorum 12250001. Ex hoc numero ſi extrahas radicem quadratam, invenies pro latere B D milliaria ſimplicia $3500\frac{1}{7000}$, paulò minùs. Erit igitur recta B E, quæ æqualis eſt rectæ B A, milliariorum 3500; recta verò E D continebit $\frac{1}{7000}$, hoc eſt, unam ſepties milleſimam unius milliaris; quam minutiam ſi reducas ad digitos, invenies digitos $11\frac{3}{7}$; ſi ad uncias, invenies uncias $8\frac{5}{7}$. Etenim unum milliare continet digitos 80000; qui ſi dividantur per 7000, provenient $11\frac{3000}{7000}$, ſeu $11\frac{3}{7}$. Iterum unum milliare continet uncias 60000; quæ ſi dividantur per 7000, provenient $8\frac{5000}{7000}$; ſeu $8\frac{5}{7}$.

Idem error Cabæi colligitur etiam ex dictis ſuprà cap. 5. Suppoſit. 5. ubi diximus, & probavimus, ſi ſemidiametro Terræ tribuantur milliaria 3036, latus B D fore milliariorum $3036\frac{1}{6072}$; ideoque rectam D E fore $\frac{1}{6072}$ unius milliaris, hoc eſt, digitorum $13\frac{1}{7}$ circiter; ſeu unciarum $9\frac{5352}{6072}$. Quòd ſi cum Tychone tribuamus ſemidiametro Terræ milliaria 3440, erit latus B D milliariorum $3440\frac{1}{6880}$; ideoque recta D E continebit $\frac{1}{6880}$, hoc eſt, unam ſexies milleſimam octingenteſimam octogeſimam unius milliaris; quæ minutia reducta ad digitos, facit digitos $11\frac{4320}{6880}$; ad uncias verò reducta facit uncias $8\frac{4960}{6880}$. Quæ omnia patebunt ritè calculanti, & radicem quadratam extrahenti. Idem Cabæi error oſtendi poteſt ex tabulis ſinuum, tangentium, atque ſecantium; ſed nolo eſſe longior.

Eſto igitur extremum punctum ſpatii unius milliaris altius ſit primo puncto unciis, non viginti duabus, ut Cabæus aſſerit, ſed octo, vel novem, ſi unicâ libellatione res peragatur; practici tamen ac prudentiores Libellatores nunquam extendunt lineam æquilibratam per unum milliare, ſi aquas deducere volunt; ſed ſolùm per 100, aut ad ſummum 150 paſſus, ut expreſsè præſcribit Cardanus in Arithmet. & Geomet. pract. cap. 65. num. 45. ubi agit de deducendis aquis: ait enim: *Dividenda autem eſt diſtantia inter loca, ſi magna ſit, iterando operationem omnibus centum, aut centum quinquaginta paſſibus.* Idem expreſsè advertit Leo Baptiſta Albertus lib. 10. cap. 7, Petrus Cataneus in fine Geomet. pract. ubi tractat de libellatione aquarum, & alii. Et ego vidi Libellatorem, qui chorobate librabat ſpatium omnino ferè planum, & vix quatuor milliariorum; & tamen ad ſingulos 40 aut 50 paſſus inſtituebat novam operationem, diſpoſitis per campum haſtis cum affixa charta, & adhibito ſocio, qui chartam ad nutum ipſius elevabat aut deprimebat; perquem deinde campum feliciſſimè deducebatur aqua per foſſam factam. Si autem repetitis operationibus libellatur ſpatium unius milliaris, ultimum punctum non ita recedit à centro Terræ; & tantò minùs recedit, quantò ſæpius intra illud ſpatium repetitur operatio, ut etiam Cabæus fatetur, & patet ex dictis ſuprà capite præcedente in ſecunda Aſſertione Cabæi. Propter hanc autem qualemcunque elevationem linearum libratarum, dant Libratores ſingulis mille paſſibus uncias quatuor declivitatis ſeu pendentiæ, & ut experientia docet, aquas feliciter deducunt. Quod ergo præſcribit Cabæus de repetendis libellationibus in ſpatio aliquo magno librando, jam antea ſemper fuit obſervatum à Libratoribus.

Quod aſſerit in Aſſertione tertia, verum eſt, ſi per repetitas libellationes exploretur magna aliqua regio multorum milliariorum; at quando dirigitur planum alicujus ædificii magni, eſt omnino falſum; nec unquam fuit viſum, Architectos, aut Cementarios in dirigendo feneſtrato ædificio, ut omnes feneſtræ ſint in eadem linea recta, conſtituere libellam in medio inter locum feneſtrarum, & radium viſualem hinc atque inde per libellæ dioptras projicere, & ſecundùm illum radium feneſtrarum altitudines conſtituere; ſed omnes, jactis fundamentis muri etiam longiſſimi,

ſimi, conſtituunt libellam in una muri futuri extremitate, lineamque viſualem, aut chordam, juxta libellam libratam extendunt uſque ad alterum extremum, omneſque feneſtras ad chordæ altitudinem conſtruunt: quæ deinde omnes in eadem recta linea viſuali apparent, ſive ab hoc, ſive ab illo extremo, aut in medio conſiſtas, & radium viſualem æquilibratum juxta unius feneſtræ altitudinem projicias. Longitudo Aulæ Collegii noſtri Panormitani eſt, in palmis Panormitanis, palmorum $122\frac{1}{3}$, latitudo $47\frac{3}{4}$. Aulæ Collegii Romani longitudo eſt palmorum Romanorum 138, unciarum 7, ſcrupulorum 3; latitudo palmorum 57, unciarum 3. Curritorium ſeu Ambulacrum ſupremum ſeu quintum Collegii Romani à ſeptentrione ad meridiem, demptis muris, eſt longum palmos Romanos 550, meos paſſus 177: & quia 65 palmi Romani faciunt 48 pedes Romanos antiquos (eſt enim pes Romanus antiquus ad palmum Romanum modernum, ut 65 ad 48) lõgitudo prædicti Curritorii erit pedum Romanorum antiquorum $406\frac{2}{13}$, in quibus continentur quinque pedes geometrici, ſeu paſſus geometricus, 81 (octuagies ſemel,) & ſuperſunt pes $1\frac{2}{13}$: unde conſtat, dictam longitudinem eſſe plùs quàm unam partem duodecimam unius milliarii; toties enim continẽtur paſſus 81 in 1000, & ſuperſunt 28. In his tamen omnibus locis, aliiſque multò longioribus, ut eſt Baſilica S. Petri in Vaticano, Bibliotheca Vaticana, & longiſſimum Ambulacrum antedictam Bibliothecam, omnes feneſtræ in eadem apparent linea viſuali æquilibrata, ubicunque libellam & oculum applicaveris.

CAPUT DECIMUM.

De alveorum atq; canalium, per quos aqua decurrit, neceſſaria declivitate in perducendis aquis.

HYdragogi, ut vidimus in præcedentibus, & ſuprà etiam capite quinto, Suppoſit. 4. innuimus, aſſerunt, aquam per lineam horizontalem, atque adeo per alveos atque canales horizonti æquidiſtantes, non moveri atque decurrere naturali fluxu, ſed requiri neceſſariò aliquam declivitatem ſeu inclinationem, vel ut

ipſi loquuntur, pendentiam. Quam quidem declivitatem alii appellant libramentum canalium & alveorum. Quæritur nunc, quanta debeat eſſe hujuſmodi declivitas, ſeu quantò debeat eſſe altior alveus verſus locum, è quo deducitur aqua, quàm verſus locum, ad quem deducitur. Qua in re diverſæ ſunt Auctorum opiniones. Vitruvius lib. 8. cap. 7. requirit pro millenis diſtantiæ pedibus pedes quinq; altitudinis ex una, declivitatis ex altera parte. Ait enim: *ſolumque rivi libramenta habeat faſtigiata, nec minùs in centenos pedes ſemipede.* Unde Keplerus in Aſtronomia Opt. pag. 135. dixit, Vitruvium requirere in aquæductibus ducenteſimam decurſi ſpatii partem in libramento, hoc eſt, pedem integrum in ducentos pedes, ſeu ſemipedem in pedes centenos. Andreas Palladius lib. 9. Architect. cap. 11. requirit quindecim pedes pro millenis pedibus: ait enim de canalium ſtructura loquens: *Si per planũ veniet, inter ſexagenos aut centenos pedes ſenſim reclinetur ſtructura in ſeſquipedem, ut vim poſſit habere currendi.* At bene conjicit Ricciolus lib. 2. Almag. Novi. cap. 13. num. 7. legendum eſſe, *ſemipedem*; quomodo enim ſenſim curreret aqua, ſi canalis in pedes centenos haberet declivitatem ſeſquipedum, & in pedes millenos quindecim pedum, ſeu trium paſſuum? eſſet enim intolerabilis rapiditas, imò præcipitantia aquæ, inquit Ricciolus. Leo Baptiſta Albertus lib. 10. Architecturæ cap. 6. pro mille paſſuum diſtantia non requirit plùs quàm pedis unius declivitatem. Verba Alberti ſunt: *His addunt Geometræ &c. rectam lineam quæ Terræ globum contigerit, ſi à puncto contactus ad mille paſſus in longum producatur, fore ut intervallum illud, quod inter eam & maximum Terræ ambitum ſit, non plùs denos excedat digitos: eâ re ſulco aquario aquam non moveri, ſed ſtagnari, ni in ſingulis octonis peractis ſtadiis*, hoc eſt, in ſingulis milliaribus, *vado ſit depreſſiore pedem integrum, quàm fuit locus, unde inciſa ripa ſit.* Idem ſentit Daniel Barbarus in cap. citato Vitruvii, ubi Alberti verba refert, non tamen ut apud ipſum leguntur. Cum Alberto ſentit Joſeph Ceredus Diſcurſu primo, de modo elevandi aquas in altum, dicens, Geometras aſſerere, tum propter figuram ſphæricam Terræ, quæ ſingulis milliaribus elevatur decem digitos circiter, tum propter libramentum ad motum aquarum, non minùs atque ad motum cæterorum gravium neceſſarium, requiri ſingulis octonis ſtadiis, ſeu ſingulis milliaribus, ad minimum pedem unum declivitatis.

Mino-

Minorem tamen declivitatem ſufficere ait Guilhelmus Philander, & Cæſar Cæſarianus in ſuprà dictum vitruvii locum. *Longè aliter*, inquit Philander, *noſtræ ætatis Libratores: nam in ſexcentos pedes unum tantùm pollicem deprimunt*. Unde Cæſarianus ſuſpicatur, locum Vitruvii, requirentis ſemipedem in centum paſſus, eſſe corruptum, cùm multi moderni (inquit) per longam diſtantiam non faciant libramentum niſi unius unciæ in centum trabuchos, ut ipſe appellat.

Hieronymus Cardanus in Arithmetica & Geometria practica, cap. 63. num. 45. poſt medium, requirit pro mille paſſibus unam quartam partem unius paſſus, ſeu digitos 20. Verba ejus ſunt: *His cognitis debes ſcire, quod ad deducendam aquam, ut docet Leo Baptiſta Albertus, requiritur pro omni milliari, ut locus, ad quem deducitur aqua, ſit declivior decem digitis, & ſunt $\frac{1}{8}$ unius paſſus; nam paſſus continet 80 digitos. Sed ad majorem ſecuritatem dico, quòd locus ad quem aqua debet deferri, debet eſſe $\frac{1}{4}$ paſſus pro milliari declivior loco, à quo educitur. Si igitur ſit deducenda per milliaria 20, oportebit, quòd locus, à quo educitur, ſit altior quinque paſſibus ſaltem, quàm locus ad quem educitur*. Hæc Cardanus. Ex quibus etiam patet, ipſum non intellexiſſe Albertum. Idem tamen Cardanus lib. 1. de Subtilit ait: *In ſingulis igitur millibus paſſuum locus à quo, altior palmo eſſe debet loco ad quem, ut in decem millibus paſſuum decem palmis.*

Petrus Cataneus lib. 2. Geometriæ practicæ in fine, ubi de libellatione aquarum tractat, & alii communiter jam, ajunt requiri quatuor unciarum (uncia autem eſt duodecima pars pedis) libramentum in ſingulis milliaribus, ut fiat motus aquarum phyſicus ac ſenſibilis ab uno loco ad alterum; ita ut ſi ſit aqua ſtagnans, quę debeat fieri fluens, vel fieri debeat aquæ ductus; in ſpatio uniuscujuſque milliaris ita debeat diſponi aquæductus, ut quatuor unciis ſit inferior, ac centro Terræ vicinior terminus ad quem, quàm terminus à quo; & iterum in altero milliari ſubducendæ ſunt ex libellatione quatuor unciæ. Atque hoc eſt receptum communiter à Libratoribus tanquam Axioma, ut teſtatur etiam Cabæus loco ſuprà citato.

Nolo hìc ſilentio præterire ineptum Auctores Latinos interpretandi modum cujuſdam Scriptoris. Is eſt Vincentius Scamozzi, qui cùm in Opere ſuo Italico de Architectura parte 1. lib. 3. cap.

cap. 27. dixiſſet, ſufficere unum pedem pendentiæ pro ſingulis milliariis, ſeque hoc obſervaſſe in aliquibus aquæductibus antiquis; addit, Cardanum tamen lib. 1. de ſubtilit. & alios requirere unum paſſum; mirarique ſe valde Vitruvium, quòd lib. 8. de Architect. cap. 7. requirat 25 pedes Romanos cadentiæ pro ſingulis milliariis; cùm tamen ipſe obſervaverit fluvios Poleſſinorum non habere niſi dimidium pedem cadentiæ, maximè ſi habeant aquam ſequentem. Verba italica Scamozzi ſunt. *Nel condur l' acque, ò ſopra, ò ſotto terra, è biſogno darle qualche poco di decaduta; ilche baſta un piede per ogni miglio, come habbiamo oſſervato in alcuni acquedotti antichi: ſe bene il Cardano & altri vorrebbono darle un paſſo. Anzi è da maravigliarſi non poco di Vitruvio, che voglia, ch' elle habbino di decaduta venticinque piedi Romani per ogni miglio; e noi habbiamo oſſervato i fiumi de' Poleſſini, che vanno con mezzo piede di caduta, maſſime ſe hanno ſequito di acqua.*

Vides quanta ſit Auctorum diverſitas circa declivitatem neceſſariam in aquæductibus, ut naturali curſu aquæ fluant de loco in locum. Ego exiſtimo, credendum eſſe Practicis, qui communiter aſſerunt, requiri & ſufficere quatuor uncias cadentiæ pro ſingulis milliaribus. Addo tamen, aquam è fonte ac fluvio derivatam faciliùs currere, cæteris paribus, quàm derivatam è lacu, aliovè loco, ubi ſtagnavit. Hinc eſt, ut aliquando major declivitas requiratur, quàm practici ordinariè requirant, aliquando verò minor ſufficiat; nullam enim omnino requiri, nullus hactenus dixit, nè quidem Cabæus, qui expreſsè ait, locum à quo aquæ, altiorem eſſe debere loco ad quem.

CAPUT UNDECIMUM

De uſu Pantometri Kircheriani in libellandis aquis.

DUm explico uſum Pantometri Kircheriani in aquis libellandis, ejuſdem uſum in libellandis planis & univerſim in omni libellationis genere explico, uti ex dictis hactenus de uſu aliorum Libellaticorum Inſtrumentorum patet. Brevibus ergo rem expedio, quamvis hoc præcipuum ſit ſuſcepti hujus libri Hydragogici argumentum. Sit igitur.

PRO-

PROBLEMA I.

Pantometrum Kircherianum ad uſum Libellæ accommodare, & æquilibrare.

ESto Pantometri Kircheriani Quadratum A B C D, cujus lateri A B affixa ſit Regula dioptrica. Ducatur vel per medium Quadrati, vel per alterum latus, nempe B D, linea recta E G, faciens tam cum latere A B, quàm cum latere C D, angulos rectos; ex puncto verò E ſuſpendatur filum cum perpendiculo E F; eritque Pantometrum ad uſum Libellæ accommodatum, ut patet ex dictis capite 2. 3. & 4. de variis libellaticis Inſtrumentis. Figura CXCVIII. Ico. XXVI.

Pantometrum ita accommodatum ſi ex pede ſeu fulcro ſuo ſuſpendas, ut figura monſtrat (& diximus lib. 2. cap. 2. ubi egimus de dimenſione altitudinum verticalium) ita ut latus A B, in quo eſt Regula dioptrica, ſit ad horizontem ſenſuum judicio parallelum: ſi perpendiculum E F congruet lineæ E G, erit Inſtrumentum æquilibratum.

DEMONSTRATIO.

P*Erpendiculum E F, ex puncto ſuſpenſionis E medio inter A & B liberè demiſſum, ſi protrahatur, cadit in centrum Terræ,* per dicta ſuprà Cap. 5. Suppoſitione 7. *Eſto igitur I punctum, centrum Terræ, in quod perpendiculum E F protractum cadit. Si centro I, intervallo I E, deſcribatur circulus K E L Terræ concentricus, erunt anguli A E I, B E I, ex conſtructione recti, propter lineam E G, (cui congruit filum perpendiculi) lineæ A B perpendicularem. Tum ſic. Duo latera, A E, E I, trianguli A E I, æqualia ſunt duobus lateribus, B E, E I, trianguli B E I, & anguli ad E deinceps æquales; Ergo rectæ A I, B I, æquales ſunt,* per quartam Primi; *ergo puncta A & B æqualiter diſtant à centro Terræ; ergo A B æquilibrata eſt, hoc eſt, nullum ejus punctum magis horizonti propinquum eſt, quàm alterum. Poteſt idem demonſtrari ex 18. Tertij.*

PROBLEMA II.

Pantometro duo loca non multùm à ſe invicem diſtantia librare, pro ducendis aquis.

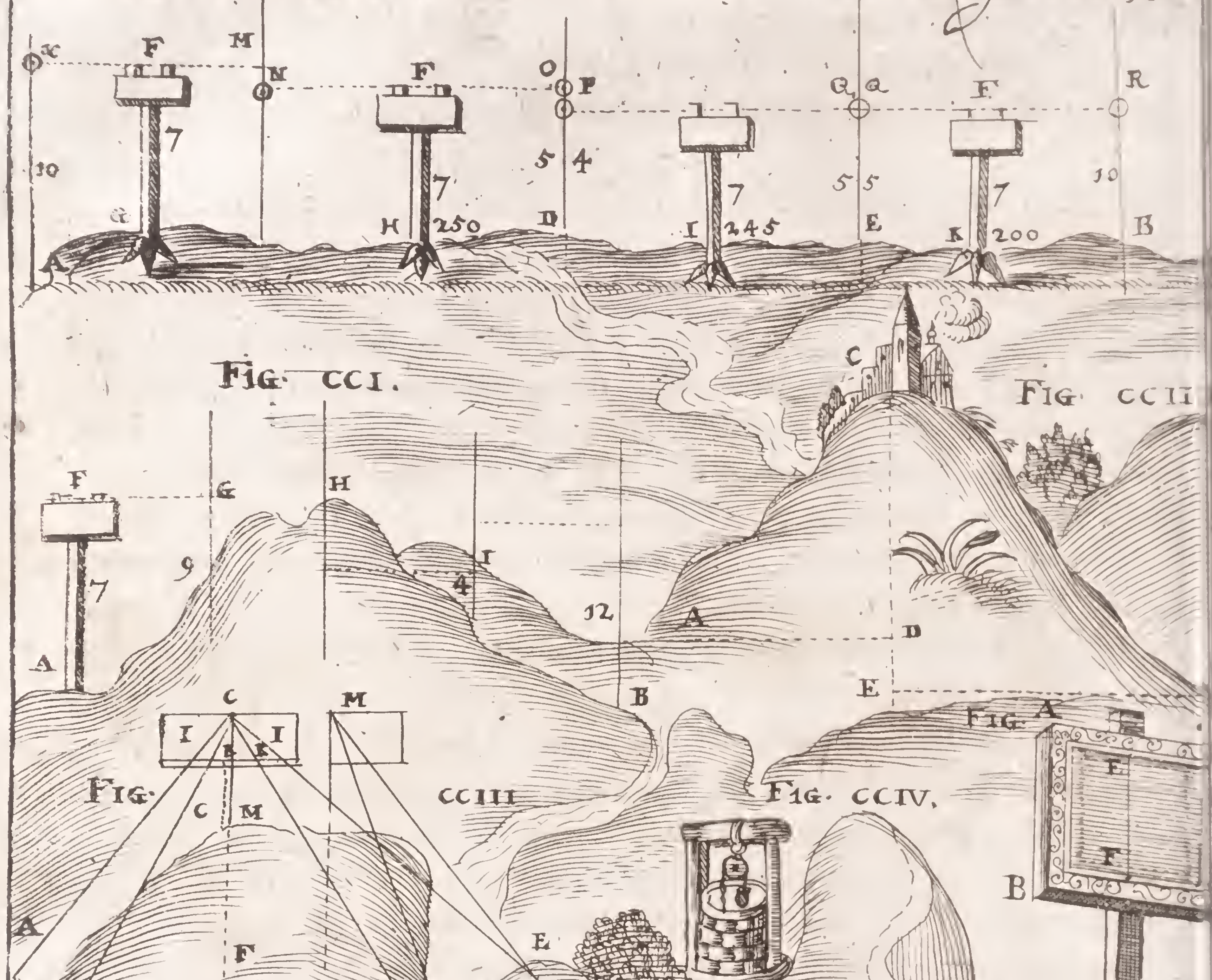
F.CXCIX. Ico.XXVI. QUamvis ex dictis Capite Septimo conſtet, quomodo in hoc caſu procedendum ſit Pantometro noſtro; tamen majoris claritatis gratia non gravabor praxin integram diſtinctè explicare.

Sint igitur oblata duo loca, A & B, non longè à ſe invicem diſtantia (ſcilicet non multùm ultra 200 paſſus) & quorum unus ex altero videri poſſit; ſitque explorandum, uter altero ſit altior, & utrum ex altiori ad humiliorem aqua deduci poſſit. Erige perpendiculariter in dictis locis duas haſtas ſeu perticas longas, A D, B E, diviſas in partes minutas notæ, & in ea regione, in qua fit libellatio, uſitatæ menſuræ, puta in pedes, uncias, ſcrupula &c. Colloca Pantometrum in medio (phyſicè ſaltem & ad ſenſum) duorum illorum locorum, nempe in C, diſpoſitum atque libratum juxta dicta Problemate primo; Et per dioptras reſpice primò in haſtam A D, notando ſignum D in quod terminatur viſualis radius F D: deinde in haſtam B E, notando ſignum E in quod terminatur viſualis radius F E. His factis, numera partes perticarum ab A uſque ad D, & à B uſque ad E; eritque altior ille locus, à quo pauciores reperiuntur partes à terra uſque ad ſignum notatum; depreſſior verò ille, à quo reperiuntur plures partes. Ut ſi inter A D reperiuntur ſeptem partes, inter B E verò octo; erit locus A altior loco B. Differentia porrò partium interceptarum dabit differentiam altitudinum dictorum locorum; ac proinde in caſu poſito locus A erit altior loco B, uno pede.

DEMONSTRATIO.

EX demonſtratis Problemate præcedente perpendiculum Pantometri, ſi protrahatur, cadit in centrum Terræ, & recta D E eſt horizonti parallela. Sit igitur perpendiculum Pantometri recta F C, & punctum G, in quod protracta F C cadit, ſit centrum Terræ. Intelligantur A C K, & B H I, parallelæ tam horizontali D E, quàm ipſi horizonti per G centrum tranſeunti. Quoniam igitur punctum C remotius eſt à centro G, quàm punctum H; erit horizontalis A K altior quàm horizontalis B I, ac proinde locus A altior quàm B; & quidem tantò altior locus A quàm B, quantum eſt ſpatium inter H & C, ſeu B & K, hoc eſt, quanta eſt differentia inter A D, & B E.

PRO-


FIG. CCI.
FIG. CCII
FIG. CCIII
FIG. CCIV.
FIG. CCVI.
FIG. CCVII.
FIG. CCVIII

PROBLEMA III.

Pantometro librare duo loca inter ſe longè diſſita, pro aquis perducendis.

EX dictis eodem Capite ſeptimo conſtat, qua methodo in hoc quoque caſu ſit procedendum; nempe ut ſequitur.

Sint libranda loca A & B, diſſita quantumvis, in campo tamen libero, hoc eſt, nullis montibus inter utrumque locum interjectis impedito. Perficienda res eſt pluribus libellationibus, methodo tamen à præcedenti non multùm differente. Primò itaque, in locis A & C, diſſitis inter ſe paſſibus v.g. 180, erige perpendiculariter duas haſtas, A L, C M, diviſas in partes minutas notæ alicujus menſuræ, ut diximus; & collocato Pantometro in medio in puncto G, libratoque, collima, priùs in L, deinde in M; deinde partes inter A & L nota in parte ſiniſtra chartæ, partes verò inter C & M nota in parte dextera ejuſdem chartæ; numerum denique paſſuum inter utramque perticam nota in medio chartæ. Fig. C C, Ic. XXVII.

Secundò, in puncto D fige aliam perticam D O, & transfer eò perticam A L; & colloca Pantometrum æquilibratum in medio illarum in puncto H: deinde collima priùs in N, poſtea in O: tandem partes inter C N nota ſub laterculo A, & partes inter D O ſub laterculo B, paſſus verò inter C & D in medio ſub laterculo C.

A	C	B
10	180	6
5	250	5
4	245	5
5	200	10
24	875	26
	26 24 2	

Tertiò, in puncto E fige perticam E Q, vel eò transfer perticam C M; Pantometrum verò colloca in medio in puncto I: deinde collima priùs in P, ac deinde in Q: tandem partes inter D P nota in laterculo A, partes inter E Q in laterculo B, paſſus inter D & E in laterculo C.

Quartò, colloca Pantometrum æquilibratum in K, & collima priùs in Q, deinde in R; & partes quidem E Q nota in laterculo A, partes verò B R in laterculo B, partes denique inter E B in laterculo C. Eodem prorſus modo procedes, ſi plures adſint perticæ inter duo extrema loca erectæ.

His factis, collige in unam ſummam numeros in laterculo A notatos, & in aliam ſummam numeros in laterculo B notatos. Si duæ ſummæ ſunt æquales, loca A & B ſunt æquè alta: ſi ſumma laterculi A eſt major quàm ſumma laterculi B, locus A eſt altior loco B: ſi denique ſumma laterculi A, eſt minor quàm ſumma laterculi B, locus A eſt demiſſior, quàm locus B. Differentia porrò inter duas ſummas dat differentiam inter duorum locorum altitudines. Sic in caſu poſito, locus A eſt altior loco B partibus duabus. Ex ſpatio inter duas quaslibet perticas interjecto colliges, quantum declinandus ſit alveus, aut canalis à loco unius perticæ ad locum alterius, ut naturaliter ac facilè currat aqua.

DEMONSTRATIO.

CUm operatio ſeu praxis hujus Problematis nihil aliud ſit, quàm praxis ſæpius repetita Problematis præcedentis; erit etiam demonſtratio hujus Problematis eadem cum demonſtratione præcedentis Problematis. Etenim, ut ex Problemate præcedente patet, C altius eſt quàm A quatuor pedibus; D demiſſius quàm C, uno pede, ac proinde altius quàm A tribus pedibus; idem E eſt altius quàm B quinque pedibus, & quàm A tribus pedibus; Ergo A eſt altius quàm B duobus pedibus.

PROBLEMA IV.

Pantometro librare duo loca, inter quæ mons interjectus eſt.

SI uterque locus eſt ad radicem montis, hoc eſt, in ſubjecta planitie prope, ac circa montem, procede modo dicto in præcedenti Problemate tertio, figendo nimirum perticas in ipſa planitie circa montem ab uno loco ad alterum, diſtantes debitis intervallis, & inter duas quaslibet perticas collocando Pantometrum phyſicè in medio, & operando ut dictum.

Si alter locus eſt in latere montis ex una parte, alter in planitie ex altera parte, dubitas tamen uter ſit altior; inquire primò altitudinem à loco in montis latere poſito uſque ad planitiem, inſtituendo frequentes & non multùm inter ſe diſſitas ſtationes ac libellationes: deinde in planitie procede, ut dictum in præcedenti Problemate.

Si de-

Si denique uterque locus eſt in latere montis, ſed ex oppoſi- Fig. CCI.
tis partibus, procede ut dictum partim capite ſeptimo, & partim Ic. XXVII.
Problemate præcedente.

A	C	B
7		9
7		11
7		4
7		12
28		36

36
28
8

Sint duo loca A & B, in diverſis montis lateribus. Fige in locis C, D, E, B, non multùm inter ſe diſtantibus, perticas; & collocato primùm Pantometro in A v. g., collima in G; deinde collocato Pantometro in C, collima in D; tertiò collocato Pantometro in D, & in E, collima in E, & B. Eodem modo operare, ſi plures adſunt perticæ. His factis, nota in laterculo A altitudinem Pantometri à terra ad ſupremum latus dioptricum horizonti parallelum, toties, quoties collocaſti in terram pro nova ſtatione Pantometrum, nempe in caſu poſito quater, quia quatuor feciſti ſtationes cum Pantometro, nempe in A, in C, in D, & in E. Deinde in laterculo B nota diſtantias perticarum à terra uſque ad ſignum radio viſuali notatum in ſingulis ſtationibus, nempe in caſu poſito, 9, 11, 4, 12. Demum in laterculo C colloca paſſus diſtantiarum inter loca ſtationum electa. Collige jam in unam ſummam numeros laterculi A, & in aliam numeros laterculi B; ac minorem ſubtrahe à majori, ſi non ſunt æquales; indicabitque minor ſumma locum altiorem, major demiſſiorem, æqualis æqualem utriuſque altitudinem. Demum ex numero laterculi C diſces, quantum declivitatis habere debeat aqua inter quælibet loca notata. Ratio ex dictis patet.

PROBLEMA V.

Aliter librare Pantometro duo loca circa montem, quando ex utroque ſignum aliquod in montis cacumine videri poteſt.

Sint duo loca, A & B, in diverſis montis ejuſdem lateribus, ex Fig. CCII.
quibus tamen montis cacumen C, aut ſignum aliquod monti Ic. XXVII.
impoſitum videri poſſit. Utere modo dicto lib. 2. cap. 2. Probl. 2. Corollario primo. Nempe primò ex loco A, per duas ſtationes, inqui-

inquire altitudinem perpendicularis CD uſque ad horizontalem AD. Deinde ex loco B, per duas alias ſtationes, inquire altitudinem perpendicularem CE, uſque ad horizontalem BE. Quibus altitudinibus CD, CE inventis, ſubtrahe minorem à majori, & habebis differentiam altitudinum datorum locorum A & B. Si nulla eſt differentia, erunt duo illa loca æquè alta.

PROBLEMA VI.

Aliter ex ipſo monte invenire duorum locorum circa montem poſitorum altitudinem, Pantometro noſtro.

Fig.CCIII. Ic. XXVII. PEr dicta lib. 2. loco citato, inquire primò per duas ſtationes in A & D factas, diametralem AC: ſecundò per duas alias ſtationes, in B & E factas, inquire diametralem BC. Habitis diametralibus, conſcende montem, & collocato Pantometro in C, fac in ejus charta perpendicularem CK; dirige Regulam dioptricam in locum A, & poſito Curſore ſupra punctum C, duc juxta ipſius latus rectam CI in eadem charta; in quam, à C uſque ad I, tranſfer tot particulas ex Curſore, quot inveniſti pedes in diametrali CA, & ex puncto I chartæ duc perpendicularem IK ad rectam CK chartæ; dabuntque particulæ CK chartæ pedes perpendicularis CF montis, à C uſque ad F, punctum ſcilicet horizontalis lineæ AF. Eodem modo invenies perpendicularem CG. Inventa igitur differentia, aut æqualitate perpendicularium CF, CG, habebis etiam differentiam, aut æqualitatem inter altitudines duorum locorum A & B. Rem paucis indicavi, quia ſuppono Lectorem exercitatum eſſe in dictis libro ſecundo.

ANNOTATIO.

QVando non poteſt ex uno loco montis videri uterque locus juxta aut infra montem poſitus, vel ex utroque loco infra poſito non poteſt videri idem locus ſupra poſitus; poſſunt eligi in montis ſummitate, aut paulò infra, duo loca, ut C & M, & primò ex loco A inveſtigari modis dictis perpendicularis CF; deinde ex loco B perpendicularis ML: ex harum enim æquali aut differenti altitudine colliges æqualem aut differentem altitudinem duorum locorum A & B.

PRO-

PROBLEMA VII.

Pantometro libellare aquam putei in montis latère collocati.

EST in montis latere puteus, è quo incolæ ad montis radicem habitantes hauriunt aquam; volunt perforare montem, & derivare aquam in locum ſubjectum; quæritur, quomodo ſciri poſſit, utrum putei fundus, ſeu aquæ ſcaturigo ſit altior loco ſubjecto, & quantò ſit altior.

Eſto puteus A B, cujus fundus, ſeu aquarum ſcaturigo eſt in B; locus autem ad quem derivanda eſt aqua, eſt C. Inquire modo dicto in præcedentibus Problematibus, & in lib. 2. cap. 2. Probl. 2. Coroll. 1. perpendicularem A D. Deinde demiſſo in puteum fune cum alligato pondere, inquire altitudinem A B. Cognitis his duabus altitudinibus, habebis intentum, ſi A B ſubtrahas ab A D. Fig. CCIV. Ic. XXVII.

CAPUT DUODECIMUM

De uſu Speculi pro Libella.

SPeculum, molle primâ fronte (inquit Claramontius) ac fragile inſtrumentum, fæminearum ſcilicet deliciarum, mundique muliebris pars non exigua, philoſophantium tamen curâ excultum, præſtantem Catoptrices ſcientiam exhibuit. Nec intra cognitionis limites ſtetit, ſed in utilitates præterea noſtras deſcendens, in ſerios uſus præclaroſque traductum eſt. Ad defendendam etenim patriam Archimedes id deduxit, naves hoſtiles comburendo; ad dimetiẽdas altitudines Euclides, aliique poſt ipſum; ad omnium diſtantiarum mẽſurationem primùm Kircherus noſter in Arte Lucis & Umbræ lib. 9. par. 1. cap. 2. deinde P. Gabriël Beatus Collegii noſtri Romani olim Mathematicæ Profeſſor in libello ſingulari ea de re edito. Alii etiam ad alios uſus traduxerunt ſpeculum, ut Avicenna ad medicinam, Plato ad mores, Kircherus ad Steganographiam. At latebat adhuc uſus ejuſdem admodum præclarus: munere enim & officio Libellæ præclariſſimè fungitur. Quem uſum, antea inauditum, primus, quod ſciam, per-

perſpexit, ſcriptiſque tradidit Scipio Claramontius inſignis Mathematicus, libello ſingulari ea de re edito; in quo poſt explicatã ac demonſtratam praxin libellationis in univerſum, explicat parte 5 uſum Speculi pro libella, eumque parte 6 fusè demonſtrat. Ego breviſſimè ex ipſo delibabo ſolam praxin; demonſtrationes qui volet, legat apud ipſum.

Eſto igitur ſpeculum planum rectangulum, & rectum ad horizontale planum, A B C D (ſive quadratum illud ſit, ſive altera parte longius, perinde eſt.) Appendatur ex haſta aut pertica terræ infixa, aliovè ex fulcro, ita ut moveri ſurſum atq; deorſum; ſeu elevari ac deprimi ad libitum poſſit. Quo facto libretur latus A C, vel perpendiculo E F è medio aut ad latus appenſo, vel libellà vaſculovè aquario lateri A C ſuperimpoſito, vel alia ratione; eritque unà libratum latus B D, utpote lateri A C parallelum. Deinde ita elevetur ſurſum per haſtam ſpeculum, ut latus inferius B D ſit altius oculo ſtantis, aut ſedentis, jacentiſvè ante ſpeculum. Non videbit tunc oculus ſeipſum in ſpeculo, ſed tantùm videbit ea, quæ ſunt altiora oculo, ut frontem, pileum. Hoc etiam facto, vel demittatur paulatim ſpeculum, vel qui inſpicit ante ſpeculũ ſtans, ſeſe paulatim attollat, uſquequò oculus ſeſe primò videat; manente interim ſemper ſpeculo æquilibrato. Signum autẽ quòd oculus ſe primùm videat, erit, cùm videndo ſeipſum, nullam partem faciei infra ſe, imò nec infra pupillam viderit. In hoc ſitu ſpeculi, oculique inſpicientis, apparebunt in ſpeculo omnia illa, quæ è regione illius ſunt, quorum reflexæ ſpecies ad oculum pervenire poſſunt: eritque infimus terminus eorum quæ oculo tunc ex reflexione apparebunt, æquè altus ac oculus, id eſt, æquè altè ſupra illud planum horizontale, cui inſpiciens inſiſtit, elevatus; & quidquid erit infra hujuſmodi terminum, nõ videbitur, niſi adeo ſint altæ res, aut ita parvum ſpeculum, ut ſpecies ſuperiorum partium recipi, aut ſaltem reflecti ad oculum non poſſint, ob angulum reflexionis nimis acutum. Sed hoc meliùs intelligetur ex ſequenti ſchemate. Theoriam verò trademus in Magia Catoptrica.

Fig.CCVI. Ic.XXVII. Eſto igitur ſpeculum A B C D, perpendiculare plano horizontali L M N O, & ſtantis in eodem plano oculus F, videns ſeipſum in ſpeculo per radium E F, nihilque aliud infra ſe. Per quẽ radium

radium cogitemus extenſum planum horizonti parallelum, ſecans objectum quodpiam viſibile ante ſpeculum conſtitutum, v. g. turrim G H, quam ſecet per lineam I K, ita ut planum ſecans efficiat rectam E F I K, horizonti parallelam. Erit pars inferior I K H occulta oculo F in ſpeculum intuenti, pars verò ſuperior I K G videbitur; niſi ſi quæ pars ob nimiam turris, & ob modicam ſpeculi altitudinem occultetur; quod ad rem noſtram hîc non facit. Oculo igitur in F exiſtente, omnium quæ reflexa viſione apparent infimi termini, æquè alti ſunt ſupra horizontem, quàm oculus F, atque adeo quàm infimus ſpeculi terminus B E D, cùm oculus F, ut ponitur, ſit in eadem altitudine ſupra horizontem, in qua ſunt puncta B E D. Quod autem dicimus de turri G H, & de punctis I K; dicendum etiam eſt de omnibus aliis objectis, & punctis, quæ ſunt in infimo termino partis cujuſvis tunc ex reflexione apparentis. Si ergo ſcopus aut charta, quæ in librando pro ſcopo objicitur, ex pertica vel arundine eatenus à ſocio attollatur, deprimaturvè, ut ipſa in infimo ſpeculi margine ab oculo F videatur, nihil verò perticæ infra chartam, nihil faciei infra oculum inſpiciatur; erit tunc ſcopus æquè altus oculo, nec non infimo ſpeculi margini B D, & conſequenter haſtæ à dicto ſpeculi margine uſque ad planum, cui & haſta & Librator inſiſtunt.

Ex his conſtat, qua ratione duorum quorumcunque locorum altitudo ex libella comparanda, & quomodo librandum quodcunque ſpatium inter duo loca interjectum. Sint enim in ſupradicto plano L M N O, duo loca ſeu puncta S, & Q. Infigatur rectus ad horizontem palus S E, cui ſpeculum A B C D affigatur, habens latera A C, B D, æquilibrata. Ex puncto deinde Q erigatur perpendiculariter pertica Q R I G, cui charta pro ſcopo ſit affixa. His ita conſtitutis, ex quocunque puncto P librator, oculo in F exiſtente, videat viſione reflexa è ſpeculo perticam Q R I G, in qua eatenus attollatur charta atque deprimatur, ut ea charta ſit infimus terminus partis conſpicuæ tunc oculo perticæ, ſitque in puncto I, adeo ut ipſius perticæ nihil infra I oculus tunc ex ſpeculo videat. Erit itaque charta, ſeu punctum I, æquè altum ac oculus F, nec non ac punctum E ſpeculi. Si ergo duæ perpendiculares, E S, I Q, ſint æquales; puncta quoque ſubjecta, S & Q, æquè alta erunt. Si perpendicularis alterutra eſt major alterâ,

v. g. ſi perpendicularis I Q ex puncto viſo I uſque ad terram eſt major, quàm perpendicularis E S, ut ſi extenderetur uſque ad punctum T; erit punctum S altius puncto T. Si deniqúe ex puncto I dicta perpendicularis extenderetur ſolùm uſque R; erit punctum S humilius puncto R. Hac eadem ratione ſi procedatur ulteriùs, fiantque plures obſervationes ac libellationes, & altitudines perpendicularium dextrarum ſcribantur in charta dextera, ſiniſtrarum in ſiniſtra, reliquaque obſerventur quæ diximus ſuprà; librari poterit ſpatium, quantumvis longum, explorarique uter duorum locorum quantumvis diſſitorum ſit altior, quis depreſſior.

Aliter etiam fieri poterit libellatio per latus ſpeculi ſuperius, ſi primò ſpeculum ſtatuatur infra oculum, ut ſeipſum in ſpeculo non videat: deinde eò uſque attollatur ſpeculum, vel demittatur oculus, ut ſe ipſum reflexè ex ſpeculo videat primò; videbit autem primò, cùm ſe ipſum videbit, & nullam omnino partem vultus ſuperiorem, ſcilicet non frontem, non ſupercilia, non ſuperiorem palpebram, imò nec oculi partem ullam ſupra pupillam. Dum verò rerum objectarum partem inferiorem reflexè videbit, ſuperior latebit, terminuſque diſtinguens partem viſam à latente, erit ſupremus terminus partis conſpicuæ; qui ſupremus terminus, omniaque in eadem ſuperficie per terminum illum tranſeunte, & horizonti æquidiſtante, ſunt æquè alta cum oculo.

Annotatio ad facilitatem praxis.

FVgiemus laborem attollendi ac demittendi paulatim ſpeculum, ſeu erigendi ac demittendi nos ipſos, ſi dimetientes ad amuſſim & exactiſſimè altitudinem noſtram oculos tenus, ita ſuſpendamus ſpeculum, ut æquè altum ſit latus ejus ſeu infimum, ſeu ſupremum, atque oculus; & ſpacium exiguum inter nos & ſpeculum interjectum complanemus: tunc enim accedere atque recedere poterimus, donec oculum videamus, & nihil infra, aut ſupra oculum.

Poterit etiam inferiori aut ſuperiori ſpeculi lateri affigi perpendiculariter lamella dimidij digiti longitudinem habens, & ſupra lamellæ extremitatem fieri dioptra; ut ſi in ſuperiori figura lateri inferiori B D ſpeculi affigeretur lamella E F, & in F fieret dioptra ſeu foramen rotundum exiguum. Hoc enim facto ſi foramini applicetur oculus, & ſpeculum aſpiciat,

ciat, erit is æquè altus ac infimum aut ſupremum latus, & omnium obje-ctorum tunc in ſpeculo apparentium infimi aut ſupremi termini erunt in eadem cum oculo altitudine.

CAPUT DECIMUMTER-TIUM.

Documenta nonnulla pro Libratoribus aquarum.

VEriſſimum eſt, aquarum Libratores ingentia damna Principibus atque Rebuſpublicis inferre poſſe, ſi munere ſuo non rectè fungantur. Veriſſimum, errari multis modis poſſe, etiam ab iis qui inſtructi ſcientia, nullam omittunt diligentiam, ob negotii lubricitatem. Veriſſimum denique errorem parvum in principio, maximum evadere poſſe in fine hujus negotii. Non poterit ergo non eſſe gratiſſimum Libratoribus, ſi nonnulla documenta in operationibus librandi obſervanda hîc adduxero.

DOCUMENTUM I.

DVm per dioptram libellatico Inſtrumento affixam, (ſive pinnacidia illa ſint, ſive canaliculus ſecundùm Inſtrumenti longitudinem excavatus, ſive extantes apices, ſive cylindruli, ſive aliud quodcunque) viſus dirigitur in ſignum aliquod, notari debet punctum ſigni quàm poteſt fieri minimum, & quidem circa medium ſigni viſi, non circa partem ejus ſuperiorem aut inferiorem. Explico. Dum oculus poſitus in A Inſtru- F. CCVII.
menti libellatici dirigit viſum in ſignum C B D, quæ eſt v.g. char- Ic, XXVII.
ta perticæ affixa, objicitur ipſi tota charta, quoniam totius illius chartæ radii ſeu ſpecies viſibiles perveniunt ad oculum per modum coni, cujus baſis eſt ipſa charta, vertex verò eſt in oculo; omnium autem hujuſmodi radiorum ſolus medius B A, qui eſt axis coni radioſi, fertur perpendiculariter ad oculum, directè objectum aſpicientem, & per illum ſolum oculus dirigitur ac fertur perpendiculariter in objectum, ac proinde ſolus ille eſt horizonti in caſu poſito parallelus, reliqui verò radii ſunt ad horizontem inclinati. Quare ſolum punctum medium B eſt æquè altum ac ocu-

lus, reliqua verò ſunt vel altiora, vel depreſſiora. Atque ex his patet ratio Documenti, Ratio verò explicationis deſumenda eſt ex Optica. Rectiſſimè ergo facient Libratores, ſi pro ſigno perticæ affigendo ſumant chartam, cujus una medietas alba ſit, altera nigra, curentque uſque eò chartam illam à ſocio elevari ac deprimi, donec unico intuitu per dioptras directo videant confinium duorum colorum in medio, hoc eſt, tantum videant de uno colore ſupra illud confinium, quantum de altero infra.

Si tamen Inſtrumentum libellaticum ſtatuatur in medio inter duas perticas, & in utroque proſpectu per dioptras notetur in utraque pertica ſigni punctum infimum; erunt illa duo puncta æquè alta ſupra horizontem, at non æquè alta cum oculo. Si utroque proſpectu accipiatur utrobique punctum ſupremum; erunt illa ſimiliter æquè alta inter ſe, at altiora oculo. In utroque tamen caſu, hoc eſt, ſive utrobique infima, ſive utrobique ſuprema notentur puncta, obſervari debent tria, ut benè advertit Cabæus. Primò ut foramina in utroq; pinnacidio (ſi foraminibus utimur) ſint æqualia: Secundò, ut oculus in utroque proſpectu æquè applicetur ad proximum ſibi pinnacidium: tertiò ut Inſtrumentum ſtatuatur exactè in medio inter duas perticas.

Fateor tamen, ſi ſignum in quod collimatur, parvum eſt, exiguum committi errorem, ſi non in utroque tranſpectu notentur aut media, aut ſuperiora, aut inferiora puncta; quidquid dicat Cabæus; præſertim ſi diſtantia oculi à ſigno viſo exigua eſt.

DOCUMENTUM II.

INſtrumentum libellaticum ſit quàm exactiſſimè libratum; parva enim deviatio ab æquilibrata ſeu horizontali linea, magnum errorem inducere poteſt, præſertim ſi ſignum in quod collimatur, ſit remotum ab Inſtrumento. Patet hoc ex ſe, quia ſi linea viſualis per Inſtrumenti dioptras directa, non eſt horizontali lineæ per eaſdem dioptras directæ æquidiſtans, vel potiùs non coincidit penitus cum ipſa, ſed angulum facit quantumvis parvum cum illa; quò plùs producuntur iſtæ duæ lineæ, eò magis inter ſe diſtant. Librantur autem, ut ex dictis conſtat, Inſtrumenta libellatica his potiſſimùm modis. Primò, uſu perpendiculi, ſeu à medio, ſeu ab extremitatibus Inſtrumenti ſuſpenſi. Secundò, uſu aquæ, ſeu in canali Inſtrumento ad-

to adjuncto, ſeu in vaſe Inſtrumento ſuperpoſito, ſeu in vaſe ab Inſtrumento ſeparato, contentæ. Tertiò, uſu normæ, ſeu Inſtrumento ſuperpoſitæ, ſeu ab Inſtrumento ſeparatæ. Quartò, uſu ponderum, ſeu ex æquali diſtantia Libræ inſtar, ſeu ex inæquali inſtar ſtateræ, ſuſpenſorum ex Inſtrumento.

Ubicunque autem & quomodocunque adhibetur perpendiculum, curandum eſt primò, ut pondus filo appenſum ſit adeo grave, ut & filum perfectè extendat, & non facilè à vento dimoveatur: deinde ut filum ſit tenue, quò facilè notari poſſit utrum cum linea perpendiculari Inſtrumenti congruat: demum ut tam linea perpendicularis, quàm filum ſit, quantum fieri poteſt, longum, quò facilè notari poſſit quævis minima deviatio.

DOCUMENTUM III.

Inſtrumenta parva, in quibus aut canalis ſeu aquâ plenus, ſeu perforatus, brevis eſt, aut pinnacidia ſunt ſibi invicem valde vicina, fallaciora ſunt, quàm magna, in quibus contrariæ conditiones obſervantur. Agnovit hoc Vitruvius, ut vidimus cap. 2, ideo Chorobatem præfert Dioptræ & Libræ aquariæ, quòd Chorobates longitudinem habeat pedum viginti. Ratio hujus documenti eſt, quòd radius viſualis per foramina pinnacidiorum remotiorum, aut per canales perforatos longiores tranſiens, minùs deviare poteſt à linea horizontali, etiamſi negligentiùs agatur, quàm ſi tranſeat per foramina propinquiora, canaleſvè breviores. Sint enim in Inſtrumento F.CCVIII.
aliquo libellatico pinnacidiorum propinquorum foramina A B, Ic. XXVII.
remotiorum verò A C. Si per centra foraminum B & C tranſeat radius viſualis oculo poſito in centro A, terminabitur is in punctum D: at ſi per errorem radit extremitatem E foraminis C, ſive ſuperiorem ſive inferiorem; terminabitur in F: ſi verò radit extremitatem G foraminis B, ſive ſuperiorem, ſive inferiorem; terminabitur in H. Idem continget, ſi Canalis perforatus fuerit largus. In his tribus caſibus ſolum punctum D eſt æquè altum ac oculus A, punctum verò H eſt longè remotius à D, quàm punctum F. utrumque autem punctum, F & H, eò erit remotius à puncto D, quò majus erit intervallum inter inſtrumentum & ſignum in quod collimatur.

DOCUMENTUM IV.

ALio etiam ex capite Inſtrumenta libellatica, quorum latera æquilibrata ſunt brevia, fallaciora ſunt, quàm quorum latera ſunt longiora, quia nimirum in brevibus exigua deviatio à linea horizontali excreſcit in majorem errorem, quàm in longioribus. Patet hoc ex dictis Documento præcedente, & ex Schemate ibi poſito: magis quippe excreſcit deviatio A G H à linea A B D, quàm deviatio A E F ab eadem linea A B D.

Plura Documenta dabimus in Mechanica noſtra Univerſali, agentes de Mechanica Hydragogica, ubi de aquarum perductione fuſiùs & accuratiùs diſſeremus.

LIBER X.
VARIUS,
ſive
Varia Problemata, Pantometri ope, ac præcipuè linearum Polymetrarum eidem inſcriptarum uſu, ſoluta.

PROOEMIUM.

Notiſſimus eſt apud Neotericos Mathematicos Circinus ille, quem ab uſu circa lineas & figuras proportionales inveniendas, deſcribendas, augendas, minuendas, dividendas, commutandas, Circinum proportionum ſeu proportionalem *appellant aliqui; alii verò ob ingentem in omni penè Mathematicæ, ac præſertim Geometriæ practicæ negotio, rectiùs Circinum Polymetrum, Holometrum, Pantometrumque indigitant. Conſtat is duabus æqualibus regulis planis, ex orichalco, aliavè materia ſolida fabrefactis,*

ita

ita clavo aliquo tereti in medio duarum extremitatum connexis inter ſeſe, ut circa ipſum, veluti centrum, poſſint uniformiter moveri, dilatari, atque conſtringi, ad inſtar Circini manualis, ut appellant. E dicto centro Circini, per totam dictarum planarum regularum longitudinem, ducuntur variæ lineæ rectæ, variis nominibus inſignitæ, variiſque uſibus deſtinatæ, ideoque variè ex arte geometrica diviſæ. Egregium ſanè Inſtrumentum, dignumque Inventore ſuo, quem Belgam alii, alii Italum, alii Germanum exiſtimant; quamquam ego putem, non cum ea, qua nunc extat, perfectione fuiſſe primò inventum, ſed variis temporibus à diverſis Mathematicæ peritis ad perfectionem majorem perductum, addentibus his uno linearum genere & uſu, aliis alio; ut proinde mirum non ſit, tantam eſſe de geneſi ipſius controverſiam.

Cæterùm quidquid prædicti Inſtrumenti ope præſtari poteſt, ac ſolet, præſtatur etiam commodiſſimè per lineas in una ſola Regula plana deſcriptas atque diviſas, ut egregiè oſtendit Adrianus Metius in Opuſculo, quod de Proportionali Regula indigitat, annexumque eſt ipſius Geometriæ practicæ. Quæ quidem lineæ commodiſſimè deſcribi poſſunt in planis ſuperficiebus Quadrati, noſtri Inſtrumenti. Quare hic primùm docebo,

qua

qua ratione hujuſmodi lineæ ſint fabricandæ, hoc eſt, quomodo dividendæ ſint, ac Inſtrumento noſtro inſcribendæ: Deinde Parte ſequente earum uſum multiplicem explicabo; aliaque addam Problemata, quæ Pantometri noſtri ope ſolvi facillimè poſſunt. Interim contemplare ſchematiſmum omnium linearum hìc inſertum, cum earum nominibus. Has porrò lineas, quoniam eundem cum Polymetro circino uſum habent, Polymetras appellare viſum fuit.

Et tametſi uſus Circini proportionalis minorem adjunctum habeat laborem, quàm uſus hujuſmodi linearum rectarum in Inſtrumenti lateribus, ut diximus, deſcriptarum; tamen deſcriptio atque diviſio earundem in Inſtrumento (aut in quavis alia Regula plana (eſt longè facilior accuratiorque, quàm in circini prædicti planis. Nam præterquàm quòd difficulter inveniantur opifices, qui dictos circinos rectè fabricari noverint; debent omnes lineæ egredi è puncto illo, tanquam è centro, in quo duæ Circini Regulæ conjunguntur, & circa quod velut circa axem volvuntur, dum aperiuntur atque clauduntur; quæ lineæ cùm multæ ſint, neceſſe eſt illas adeo reddi inter ſe vicinas prope dictum centrum, ut vix una ab alia diſcerni poſ-

ſit, vixque diviſiones ac nomina ſeu ſigna diſtinctionum recipere. Præterea cùm poſt egreſſum è centro dilatari ſemper magis ac magis, ſeu divaricari inter ſe ſe debeant; non poſſunt omnes totam Regularum longitudinem occupare; unde neceſſe eſt, alias reddi longas, alias breves, ideoque diviſiones in aliquibus fieri debent majores, in aliis minores; quod non admodum eſt conveniens. His igitur, aliiſque de cauſis, præferendæ ſunt lineæ polymetræ in Inſtrumento noſtro, aut alibi notatæ, circino proportionum.

PARS PRIMA

De Fabrica linearum Polymetrarum, Inſtrumento noſtro inſcribendarum.

UT lineæ polymetræ, quas Inſtrumento noſtro inſcribere cupimus, non differunt ab illis, quas circino proportionum alii inſcribunt, ita modus eaſdem præparandi, dividendique, ab illo non eſt diverſus. Hunc ergo ſequentibus Pragmatiis tradam, non quidem quoad omnes, ſed quoad aliquas tantùm lineas.

PRAGMATIA I.

Lineam fundamentalem præparare.

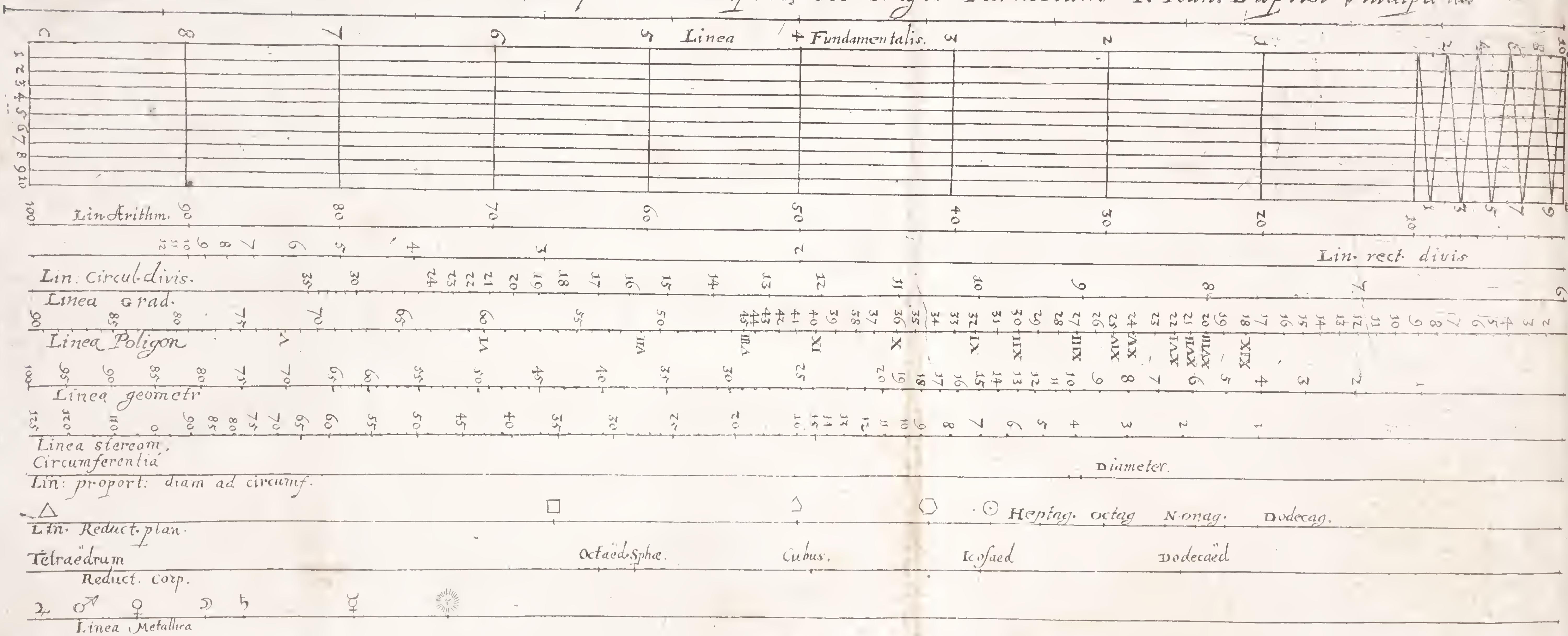
vide Icon. XXVIII. IN Charta aliqua duriore, aut pergameno, vel meliùs in ligno ſolido ac benè lævigato, orichalco, aliavè quacunque materia ſolida ac lævi, duc lineam rectam, quæ adæquet in longitudine unum Quadrati latus Inſtrumenti noſtri Pantometri. Hanc lineam divide, accuratiſſima adhibita diligentia, in mille æquales particulas, tali pacto. Primò tota linea dividatur in duas partes

ita

on.
I.

Iconismus XXVIII. Ponatur è regione paginæ

Pes Romanus antiquus desumptus, ex Congio Farnesiano P. Ioan. Baptist. Villalpandi.



ita ut earum unaquæque contineat quingentas partes: deinde utraque medietas dividatur in alias quinque partes æquales; ita ut tota linea ſit diviſa in decem partes, & quælibet earum cenſeatur continere centum partes: tandem unamquamque harum decem partium divide in alias centum minutiſſimas particulas; nempe primùm in duas, & harum utramque in quinque, & demum ſingulas in alias quinque. Sufficit tamen pro fundamentali linea, ſi ſola prima centeſima pars dividatur modo dicto in centum minutiſſimas particulas. Hanc lineam ita diviſam, voco fundamentalem lineam, quia ipsâ mediante omnes reliquæ ſubſequentes dividuntur, ac proinde eſt quaſi fundamentum, cui omnium aliarum conſtructio & fabrica innititur. Hæc linea in adjuncto ſchemate diviſa eſt tantùm in partes centum. Diviſioni in partes mille ſervit parallelogrammum A B C D.

PRAGMATIA II.

Lineam Arithmeticam Inſtrumento inſcribere.

PEractâ prædicto modo in mille partes ęquales diviſione, transfer lineam diviſam in Inſtrumentum noſtrum, hoc eſt, duc in aliquo Inſtrumenti latere lineam huic æqualem, eamque ſimili omninò modo divide, eique adſcribe has duas ſyllabas, *Arith.* quę ſignificant eam appellari Arithmeticam lineam, tum quia diviſa eſt ſecundùm proportionem arithmeticam, tum quia ipſius uſus præter alia, in arithmeticis elucet operationibus præcipuè. vide Icon. XXVIII.

ANNOTATIONES.

I.

SI operoſum tibi videtur, lineam in mille particulas diviſam transferre in Inſtrumentum, aut aliam in eodem ductam dividere in totidem particulas; poteris lineam illam, quam in Inſtrumento pro Arithmetica elegiſti, dividere in pauciores partes, nempe in 100, 160, 200, 300 &c. perinde enim eſt; dummodò fundamentalis ſit diviſa in mille.

II. *Poteſt etiam tam linea fundamentalis, quàm linea Arithmetica, dividi in centum particulas tantùm; ſed tunc in diviſione aliarum ſequentium linearum ex fundamentali obſervanda ſunt ea, quæ in ſingularum diviſionibus dicemus in Annotationibus.*

PRAGMATIA III.

Lineam pro diviſione linearum rectarum in quotlibet partes, Inſtrumento inſcribere.

vide Icon. XXVIII. IN Inſtrumento duc lineam rectam ſecundùm Quadrati longitudinem, æqualem lineæ fundamentali, eique adſcribe has ſyllabas, *Lin. Rect. Diu.* hoc eſt, Lineæ rectæ diviſio; ad ſignificandum talem lineam inſervire inter alia diviſioni cujuſcunque lineę rectæ in quotcunque partes, & ſecundùm quamcunque proportionem.

Hujus lineæ accipe primò partem dimidiam, deinde tertiam, deinde quartam, quintam, ſextam, &c. tali pacto. Quoniam tota linea æqualis eſt lineæ fundamentali, erit etiam dimidia, tertia, quarta &c. pars ipſius æqualis dimidiæ, tertiæ, quartæ &c. parti ejuſdem fundamentalis. Intercipe igitur circino ordinario & bene acuminato ex linea fundamentali tot particulas, quot conveniunt dimidiæ, tertiæ, quartæ &c. parti ipſius lineæ fundamentalis, prout oſtendit ſequentis tabulæ columna ſecunda; eaſque transfer in lineam ductam in Inſtrumento, incipiendo à principio ſemper, imprimendo puncta, & adſcribendo numeros, prout factum vides in figura ſuperiori; & habebis lineam quæſitam.

ANNOTATIONES.

I.

SI linea fundamentalis diviſa eſt in centum partes tantùm, intercipe circino ex ipſa partes, quas continet tabulæ ſequentis columna tertia, eaſque transfer in lineam ductam in Inſtrumento.

II. *Sequentis tabulæ Columna prima continet numeros partium in quas dividenda eſt linea in Inſtrumento ducta: Columna ſecunda continet particulas lineæ fundamentalis, quæ intercipiendæ ſunt circino, poſito quòd fundamentalis ſit diviſa in mille partes: tertia columna continet eaſdem particulas, poſito quòd fundamentalis ſit diviſa ſolùm in centum partes. Vtraque compoſita eſt dividendo 1000, aut 100 per 2, 3, 4, 5 &c. Fractiones quæ Quotienti poſt diviſionem adhærent, plerùmque ſunt omiſſæ; & ſi ſuperant 5, aut 50 unitates, loco earum adjecta eſt unitas Quotienti; ſi verò non ſuperant tot unitates, nihil additum eſt.*

TABU-

TABULA I.

Pro diviſione Lineæ Rectæ, in quotlibet partes.

I	II	III
I	1000	100
II	500	50
III	$333\frac{1}{3}$	$33\frac{1}{3}$
IV	250	25
V	200	20
VI	$166\frac{1}{2}$	$16\frac{1}{2}$
VII	143	$14\frac{1}{3}$
VIII	125	$12\frac{1}{3}$
IX	111	11
X	100	10

I	II	III
XI	91	9
XII	83	$8\frac{1}{5}$
XIII	76	$7\frac{1}{2}$
XIV	71	7
XV	67	$6\frac{2}{3}$
XVI	63	$6\frac{1}{4}$
XVII	58	$5\frac{2}{3}$
XVIII	56	$5\frac{1}{2}$
XIX	53	$5\frac{1}{3}$
XX	50	5

PRAGMATIA IV.

Lineam pro diviſione circuli in quotlibet partes, Inſtrumento inſcribere.

DUc in Inſtrumento lineam rectam æqualem lineæ fundamẽtali, & in ipſa nota partes æquales chordis quæ ſubtendunt partes circuli datas, v. g. partem ſextam, ſeptimam, octavam &c. Huic lineæ adſcribe has ſyllabas: *Lin. circul. divi.* hoc eſt, Lineæ circularis diviſio; quæ ſignificant, lineam inſervire diviſioni circuli in quotlibet partes. vide Icon. XXVIII.

In eadem lineâ, vel meliùs in linea ſequenti Graduum, notari poſſunt latera polygonorum, imprimendo videlicet puncta prope illos gradus, qui determinant polygonorum latera: quæ latera habebis, ſi 360 dividas per numerum laterum polygoni cujuſque. Linea porrò ita diviſa vocetur linea Polygonorum; unde prædictæ priori lineæ adſcribi etiam poſſunt hæ ſyllabæ: *Lin. Polygon.*

Diviſio porrò Lineæ prædictæ fit tali pacto. Imaginare circulum, cujus ſemidiameter æqualis ſit lineæ fundamentali, ſeu lineæ Inſtrumento inſcriptæ, ac prædicto modo dividendæ in mille æquales particulas; ſitque circulus hîc appoſitus B D C. Imaginare præterea, omnibus hujuſmodi circuli partibus ſubtenſas eſſe chordas, ut factum vides in chorda D C, ſubtenſa ſemiquadranti. Inquire tandem, quot particulas ſingulæ chordæ contineant ex mille, aut centum, in quas diviſa cenſetur fundamentalis linea; & numeros inventos redige in tabulam. Sic autem prædictas chordas invenies in quocunque circulo.

Fig. CCIX
Ico. XXIX.

Eſto Circulus B D C, cujus centrum A, ſemidiameter A C, diviſa in mille partes; ſitque invenienda chorda ſubtendens octavam circuli partem, hoc eſt, 45 gradus (nam 45 gradus ſunt octava pars totius circuli diviſi in 360 partes) nempe arcum C D. Duc rectas A D, & C D, & ex D demitte in A C perpendicularem D E; deinde ex centro A, erige A F G ſemidiametrum ipſi A C perpendicularem; eritque D E ſinus rectus arcûs C D; & D F, hoc eſt, A E ipſi æqualis, erit ſinus complementi ejuſdem arcus; & E C ſinus verſus ejuſdem. Sinus rectus D E habetur ex tabula Sinuum 707 partium, poſito ſinu toto mille partium: ſinus verſus E C habetur, ſi ex ſinu toto A C mille partium ſubtrahas ſinum complementi A E, qui in poſito exemplo eſt æqualis ſinui recto, nempe 707; nam id quod remanet, ſcilicet 292, ſeu 293, eſt ſinus verſus E C. Ex ſinu recto D E, & ſinu verſo E C, ſic invenitur chorda D C. Quoniam ex conſtructione facta, triangulum D E C rectangulum eſt ad E, propter perpendicularem D E; erit quadratum D C æquale quadratis D E, E C, *per 47. Primi.* Duc ergo ſinum rectum D E, 707 in ſe, proveniet quadratum 495849; iterum duc ſinum verſum E C. 293 in ſe, proveniet quadratum 85849; adde hæc duo quadrata, 495849, & 85849, proveniet numerus 581698, pro quadrato rectæ C D; ex hac ſumma extrahe radicem quadratam, provenient 764 ferè pro chorda C D.

Eodem modo invenies chordas reliquarum partium ſeu graduum circuli. Sed ut calculandi labore ſubleveris, apponendam cenſui ſequentem tabulam, in qua columna prima continet partes circuli à ſexta uſque ad quinquageſimam primam; Secunda continet partes chordarum partibus primæ columnæ reſpon-

den-

dentium, poſito quòd ſemidiameter circuli ſeu linea fundamentalis noſtra ſit diviſa in mille partes; tertia denique columna continet partes chordarum, ſi in centum partes diviſa fuerit fundamentalis, ſeu ſemidiameter. Non producitur ulteriùs tabula, quia ex his diviſionibus poſſunt haberi aliæ, ut alibi dicetur, & patet conſideranti.

TABULA II.

Pro diviſione Lineæ circularis in quotcunque partes.

I	*II*	*III*
VI	1000	100
VII	868	87
VIII	765	76
IX	684	68
X	618	61
XI	564	56
XII	518	52
XIII	479	48
XIV	445	44
XV	416	$42\frac{1}{2}$
XVI	390	39
XVII	368	37
XVIII	347	35
XIX	329	33
XX	315	31
XXI	298	29
XXII	285	28
XXIII	272	27
XXIV	261	26
XXV	251	25
XXVI	241	24
XXVII	232	23
XXVIII	224	22
XXIX	216	21
XXX	209	$20\frac{1}{2}$
XXXI	202	20
XXXII	196	$19\frac{1}{2}$
XXXIII	190	19
XXXIV	184	18
XXXV	179	$17\frac{1}{2}$
XXXVI	174	$17\frac{2}{3}$
XXXVII	170	17
XXXVIII	165	$16\frac{1}{2}$
XXXIX	161	16
XL	157	$15\frac{1}{2}$
XLI	153	15
XLII	149	$14\frac{1}{2}$
XLIII	146	$14\frac{2}{3}$

XLIV	144	14
XLV	140	$13\frac{2}{3}$
XLVI	137	$13\frac{1}{2}$
XLVII	134	$13\frac{1}{3}$
XLVIII	131	13
XLIX	128	$12\frac{2}{3}$
L	126	$12\frac{1}{3}$
LI	123	12

TABULA III.

Pro diviſione lineæ circularis in latera polygonorum.

I	II	III
III	120	0
IV	90	0
V	72	0
VI	60	0
VII	51	26
VIII	45	0
IX	40	0
X	36	0
XI	32	8
XII	30	0
XIII	27	42
XIV	25	43
XV	24	0
XVI	22	30
XVII	21	11
XVIII	20	0
XIX	18	57
XX	18	0
XXI	17	8
XXII	16	20
XXIII	15	38
XXIV	15	0
XXV	14	24
XXVI	13	51
XXVII	13	20
XXVIII	12	51
XXIX	12	25
XXX	12	0
XXXI	11	35
XXXII	11	15
XXXIII	10	54
XXXIV	10	36
XXXV	10	17
XXXVI	10	0

IN hac tabula, prima Columna contines numerum Laterum polygonalium; Secunda Columna gradus reſpondentes; tertia columna minuta.

PRA-

PRAGMATIA V.

Lineam pro diviſione Quadrantis circuli in gradus, Inſtrumento inſcribere.

DUc in Inſtrumento lineam æqualem fundamentali lineæ, e- vide Icon.
amque divide juxta ſequentem Tabulam; in qua, columna XXVIII.
Prima continet numeros graduum Quadrantis ab 1 uſque ad 90; Secunda continet numeros particularum ex fundamentali linea accipiendarum, poſito quòd in mille partes ſit diviſa; Tertia continet eoſdem numeros, facta diviſione fundamentalis in centum partes. Lineæ prædictæ adſcribe has ſyllabas: *Lin. Quadran.* ſeu, *Lin. Graduum.*

Porrò Tabula ſequens calculatur eodem prorſus modo, quo ſecunda præcedens; nimirum accipitur gradus certus, v. g. 45; quæritur ejus ſinus Rectus, & ſinus verſus; uterque quadratur, hoc eſt, ducitur in ſeipſum; quadrata adduntur in unam ſum̃am, ex eaque extrahitur radix quadrata: hæc enim radix quadrata numerum exhibet particularum dato gradui competentem. Sic gradûs 45 ſinus Rectus eſt 707, ſinus verſus 293, quadratum primi 499849, quadratum ſecundi 85949, ſumma amborum 581698; radix quadrata 764, & paulò plus;

TABULA IV.

Pro Diviſione Quadrantis Circuli in ſuos gradus, ſive pro Linea Graduum.

I	II	III
I	12	1
II	25	2
III	37	$3\frac{1}{2}$
IV	50	$4\frac{2}{3}$
V	62	6
VI	74	7
VII	86	8
VIII	98	9
IX	111	$10\frac{1}{2}$
X	123	12
XI	136	13
XII	148	$14\frac{1}{3}$
XIII	160	16
XIV	173	17

XV	185	18
XVI	197	19
XVII	209	20½
XVIII	221	22
XIX	233	23
XX	245	24
XXI	257	25
XXII	269	26½
XXIII	282	28
XXIV	294	29
XXV	306	30
XXVI	318	31½
XXVII	330	33
XXVIII	342	34
XXIX	354	35
XXX	366	36
XXXI	378	37
XXXII	390	39
XXXIII	402	40
XXXIV	414	41
XXXV	425	42
XXXVI	437	43
XXXVII	449	44½
XXXVIII	460	46
XXXIX	472	47
XL	484	48
XLI	495	49
XLII	500	50
XLIII	507	51
XLIV	518	52½
XLV	541	54
XLVI	552	55
XLVII	564	56
XLVIII	575	57
XLIX	586	58
L	598	59
LI	609	60
LII	620	61
LIII	631	63
LIV	642	64
LV	653	65
LVI	664	66
LVII	675	67
LVIII	686	68
LIX	697	69
LX	707	70
LXI	718	71
LXII	728	72
LXIII	739	73
LXIV	750	75
LXV	760	76
LXVI	770	77
LXVII	780	78
LXVIII	79[illegible]	79
LXIX	800	80
LXX	811	81
LXXI	821	82
LXXII	832	83
LXXIII	842	84
LXXIV	851	85
LXXV	861	86
LXXVI	871	87

LXXVII	881	88
LXXVIII	890	89
LXXIX	900	90
LXXX	909	$90\frac{1}{2}$
LXXXI	918	91
LXXXII	928	92
LXXXIII	937	93
LXXXIV	946	94
LXXXV	955	95
LXXXVI	965	96
LXXXVII	974	97
LXXXVIII	982	98
LXXXIX	991	99
LXXXX	1000	100

PRAGMATIA VI.

Lineam Geometricam Inſtrumento inſcribere.

DUc in Inſtrumento lineam rectam, æqualem fundamentali, eamq; divide juxta ſequētem tabulam, transferendo nimirū in ipſam ex fundamentali linea pro primo puncto particulas centum, aut decem, prout illa diviſa fuerit in mille aut centum partes. Hanc lineam aliqui vocāt Planimetricam, quia ipſius uſus elucet maximè in *Planis* ſeu ſuperficiebus augendis, minuendiſque. Alii vocant Geometricam, ob uſum ejus geometricū in dictis figuris; vel quia diviſa eſt ſecundùm geometricam proportionem. Alii lineam planorum homologorum appellant, quia ejus ope augētur ac minuuntur figuræ planæ homologæ. Alii denique lineam quadratorum vocant, quòd ope quadratorū fabricetur, tam geometricè, quàm arithmeticè. Poteſt etiam hæc linea vocari quadratica, eò quòd contineat latera quadratorū multiplicatorū. Sequens verò poteſt vocari cubica, eò quòd contineat latera cuborum multiplicatorum. Nos cum communiori vocabimus Geometricam Lineam; ideoq; illi adſcribendæ ſunt hæ Syllabæ: *Lin. Geomet.* vide Icon. XXVIII.

Sequens porrò Tabula ſic componitur arithmeticè. Accipe numerum quadratum quemcunque pro primo quadrato, v. g. 10000, & ex ipſo extrahe radicem quadratam, quæ eſt 100; & habebis particulas pro primo puncto ſequentis tabulæ. Pro ſecundo puncto, ſeu pro particulis ſecundi puncti inveniendis, duc primum quadratum 10000 in 2, provenient 20000, ex quibus extrahe radicem quadratam, & habebis 141 ferè, pro ſecundo puncto. Pro duodecimo v. g. puncto, multiplica primum quadratum 10000, per 12, proveniunt 120000, ex quibus ſi extrahas radicem quadratam, habebis 346 proximè pro duodecimo puncto. Eodem modo procedes in aliis punctis inveniendis. Vide Guldinum

in Append. ad lib. 1. de centro gravit. c. 5. Metium lib. 2. Geometriæ practicę cap. 6. Modum dividendi eandem hanc lineam geometricè vide ſuprà Lib. 6. Probl. XI.

Prima tabulæ columna continet numerum ſeu ordinem punctorum in linea notandum; Secunda particulas reſpondentes millenariæ; tertia centenariæ diviſioni fundamentalis lineæ.

TABULA V.

Pro diviſione Lineæ Geometricæ.

I	II	III
I	100	10
II	141	14
III	173	17
IV	200	20
V	224	22
VI	245	24
VII	265	26
VIII	283	28
IX	300	30
X	316	$31\frac{1}{2}$
XI	332	33
XII	346	$34\frac{1}{2}$
XIII	361	36
XIV	374	$37\frac{1}{3}$
XV	387	38
XVI	400	40
XVII	412	41
XVIII	424	42
XIX	436	43
XX	447	44
XXI	458	45
XXII	469	$46\frac{1}{2}$
XXIII	480	48
XXIV	490	49
XXV	500	50
XXVI	510	51
XXVII	520	52
XXVIII	529	$52\frac{1}{2}$
XXIX	539	53
XXX	548	54
XXXI	557	55
XXXII	566	56
XXXIII	574	57
XXXIV	583	58
XXXV	592	59
XXXVI	600	60
XXXVII	608	61
XXXVIII	616	$61\frac{1}{2}$
XXXIX	624	62
XL	632	63
XLI	640	64
XLII	648	$64\frac{1}{2}$

XLIII	656	65
XLIV	664	66
XLV	671	67
XLVI	678	67½
XLVII	688	68
XLVIII	693	69
XLIX	700	70
L	707	70½
LI	714	71
LII	721	72
LIII	728	72½
LIV	735	73
LV	742	74
LVI	748	74½
LVII	755	75
LVIII	762	76
LIX	769	76½
LX	775	77
LXIV	800	80
LXV	806	80½
LXX	837	83
LXXV	866	86
LXXX	894	89
LXXXI	900	90
LXXXV	922	92
LXXXX	949	94
LXXXXV	979	97
C	1000	100

PRAGMATIA VII.

Lineam Stereometricam Inſtrumento inſcribere.

DUc in Inſtrumento lineam rectam fundamentali æqualem, vide Icon. XXVIII. eamque divide juxta ſequentem tabulam; in qua, Columna Prima continet numerum ſeu ſeriem punctorum in linea notandorum; Secunda particulas ex fundamentali accipiendas, ſi ea cenſeatur diviſa in mille partes; Tertia eaſdem particulas, ſi fundamentalis diviſa eſt in centum partes.

Voco hanc lineam Stereometricam, ſeu ſolidometricam, quia ejus uſus elucet in augendis ac minuendis corporibus, ſeu ſolidis. Alii vocant cubimetricam, quia continet latera cubica: alii lineam homologorum corporum, quia talia corpora ipſius ope augentur & minuuntur. Sed præſtat retinere vocabulum ſtereometricæ lineæ communiter uſitatum; quare eidem adſcribendæ ſunt hæ ſyllabæ: *Lin. Stereom.*

Sequens tabula calculatur arithmeticè hac ratione. Accipe quotcunque particulas ex fundamentali, v. g. 100 pro latere ſeu radice primi cubi Lineæ ſtereometricæ inſcribendi; hunc nu-

merum 100 multiplica cubicè ducendo nimirum ipſum proximè in ſe, deinde in productum, & habebis 1000000: ex hoc numero cubico extrahe radicem cubicam, & habebis 100 pro primo latere, ſeu primo puncto lineæ, cujus duplum ſunt 200. Pro ſecundo latere ſeu puncto duplica 1000000, & habebis 2000000; ex quibus extrahe radicem cubicam, & habebis 126 pro ſecundo latere ſeu puncto, cujus duplum eſt 252. Simili modo invenies numeros pro reliquis punctis.

Nota, numeros ſecundæ columnæ ſequentis tabulæ eſſe duplos eorum, qui invenirentur ex cubica multiplicatione prædicta; quod nos cum aliis fecimus, ut habeatur radix cubica 1000 poſt pauciores operationes, quàm ſi ſimplices acciperentur, nempe poſt centeſimam vigeſimam quintam operationem. Poterit tamen qui vult, eoſdem numeros accipere ſimplices, triplices, quadruplices, perinde eſt. Vide Metium in Geometria practica par. 1. cap. 6. Præcepto 6.

TABULA VI.

Pro diviſione Lineæ Stereometricæ.

I	*II*	*III*
I	200	20
II	252	25
III	288	28
IV	317	31
V	342	34
VI	363	36
VII	382	38
VIII	400	40
IX	416	42
X	431	43
XI	445	44½
XII	458	45½
XIII	470	47
XIV	482	48
XV	492	49
XVI	504	50
XVII	514	51
XVIII	524	52
XIX	534	53
XX	543	54
XXI	552	55
XXII	560	56
XXIII	569	56½
XXIV	577	57

XXV	585	58
XXVI	593	59
XXVII	600	60
XXVIII	607	60½
XXIX	614	61
XXX	621	62
XXXI	628	62½
XXXII	635	63
XXXIII	641	64
XXXIV	648	64½
XXXV	654	65
XXXVI	660	66
XXXVII	666	66½
XXXVIII	672	67
XXXIX	678	67½
XL	684	68
XLI	690	69
XLII	695	69½
XLIII	701	70
XLIV	706	70½
XLV	711	71
XLVI	717	71½
XLVII	722	72
XLVIII	727	72½
XLIX	732	73
L	737	73½
LI	742	74
LII	746	74½
LIII	750	75
LIV	753	75½
LV	756	76
LVI	760	76½
LVII	765	77
LVIII	770	77½
LIX	774	78
LX	778	78½
LXI	782	79
LXIII	800	80
LXV	804	80½
LXX	824	82
LXXV	842	84
LXXX	862	86
LXXXV	880	88
LXXXX	896	89
LXXXXV	912	91
C	928	92
CV	943	94
CX	958	95
CXV	962	96
CXX	968	96½
CXXV	1000	100

PRA-

PRAGMATIA VIII.

Lineam proportionis diametri ad circumferentiam Inſtrumento inſcribere.

DIximus ſuprà Lib. 3. Parte 2. Probl. 7, & ſeq. ex Archimedæo calculo ab omnibus admiſſo proportionem diametri ad circumferentiam circuli eſſe ferè ut 7 ad 22, & è contrà, proportionem circumferentiæ ad diametrum eſſe, ut 22 ad 7. Ex quo ſequitur, ſi circuli alicujus circumferentia habeat particulas 1000, diametrum habere $318\frac{2}{11}$. Si verò circumferentia habet 100 particulas, diameter habet $31\frac{9}{11}$. Nam ſicut ſe habent 22 ad 7, ita ſe habent 1000 ad $318\frac{2}{11}$, & 100 ad $31\frac{9}{11}$.

vide Icon. XXVIII. Duc ergo in Inſtrumento lineam æqualem fundamentali lineæ, & in ipſam transfer particulas $318\frac{2}{11}$, ſi diviſa eſt fundamentalis in 1000; aut $31\frac{9}{11}$, ſi in 100 diviſa eſt fundamentalis; & factâ notâ aliquâ, v. g. ✠, adſcribe, *Diameter*; in fine verò lineæ ſcribe, *Circumferentia*.

ANNOTATIO.

Poteris etiam in linea Arithmetica, aut in quavis alia ex hactenus notatis facere ſignum ad intervallum prædictarum particularum, & ipſi adſcribere, Diameter, & Circumferentia.

TABULA VII.

Pro proportione inter diametrum & Circumferentiam.

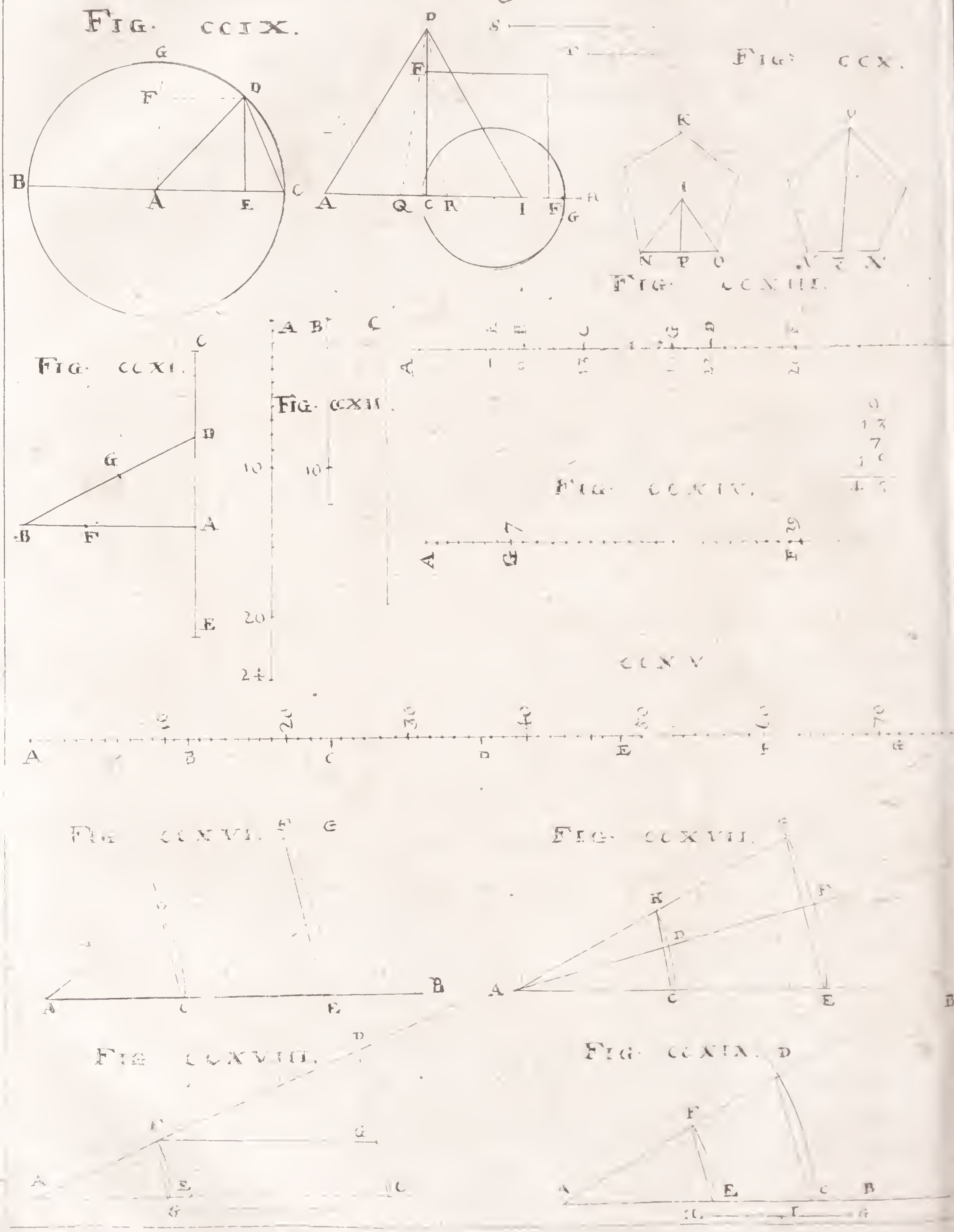
Circumferentia	1000	Diameter	$318\frac{4}{22}$ vel $\frac{2}{11}$
	100		$31\frac{18}{22}$ vel $\frac{9}{11}$
	22		7

PRAGMATIA IX.

Lineam Reductionis ſeu Commutationis planorum regularium Inſtrumento inſcribere.

vide Icon. XXVIII. IN Inſtrumento fac lineam rectam æqualem fundamentali, eamque nota his ſyllabis, *Lin. Reduct. Plan.* hoc eſt, Linea Reductio-

Iconismus XXIX. Pag. 345.



ctionis planorum; vel hoc ſigno, △, ad ſignificandum quòd inſerviat reductioni planarum figurarum in alias figuras planas (loquendo ſemper de regularibus figuris) v. g. trianguli æquilateri in quadratum, circulum, pentagonum, hexagonum &c. & viciſſim.

Hanc lineam ita divides tàm geometricè, quàm arithmeticè ex linea fundamentali, diviſa in mille particulas. Concipe triangulum æquilaterum & æquiangulum D A B, deſcriptum ad intervallum fundamentalis lineæ, cujus proinde latus A B ſit mille partium. Quære quadratum æquale huic triangulo; quod ſic invenies. Divide A B bifariam in C, & ex angulo D demitte rectam D C, quæ perpendicularis erit ad baſin A B, *per ſchol. 26 Primi, & per Corollar. tertiæ Tertii*, ac proinde parallelogrammum rectangulum ex D C, & C B, erit æquale triangulo D A B, per dicta ſuprà Lib. 3 Parte 2. Probl. 3. & conſequenter quadratum huic parallelogrammo æquale, erit etiam æquale triangulo. Latus autem quadrati dicto rectangulo æqualis eſt media proportionalis inter D C, & C B, nempe recta C E, vel C F. Quam quidem invenies geometricè per Lemma 3. Lib. 8. præced; arithmeticè verò per Lemma 5. ejuſdem Libri. Eandem per Sinus & Tangentes invenies eſſe partium 658, qualium fundamentalis eſt mille. Nam quia in triangulo D C B, latus B C eſt 500 partium, & angulus D B C 60 graduum; erit D C tangens 866 partium. Inquire jam inter C B 500, & D C 866, medium numerum proportionalem, addendo ſcilicet duo latera C B, D C, & ex ſumma inventa extrahendo radicem quadratam; invenies illam partium 658, latus videlicet C E ſeu C F, quadrati E F, quod erit æquale rectangulo prædicto, *per decimam ſeptimam Sexti*. Si itaque in lineam *Red. Plan.* transferas ex fundamentali particulas 658, & facto puncto apponas hoc ſignum, □; habebis latus quadrati æqualis triangulo D A B. Fig. CCX. Ico. XXIX.

Ad inſcribendam Diametrum Circuli proximè æqualis eidem triangulo D A B, ſeu quadrato E F; ſic procede. Quoniam quadratum diametri cujuſcunque circuli ſe habet proximè ad circulum ipſum, ut 14 ad 11, ex Archim. libel. Dimenſ. circuli, Propoſ. 3; accipe rectam C H, quæ ſe habeat ad rectam C F, ut 14 ad 11, id eſt, cujus particulæ ad particulas 658 habeant illam propor-

tionem, quam habent 14 ad 11; deinde inter has duas lineas C F, C H, quære mediam proportionalem C G; eritque C G diameter circuli proximè æqualis quadrato E F, & conſequenter triangulo A D B. Nam cùm tres rectæ C H, C G, C F, ſint continuè proportionales ex hypotheſi, erit, *per Corollar. vigeſimæ Sexti*, ut C H ad C F, ita quadratum C G ad quadratum C F; Sed C H ad C F ſe habet ut 14 ad 11; Ergo & quadratum rectæ C G ad quadratum rectæ C F, erit ut 14 ad 11. Ergo C G erit diameter circuli æqualis quadrato E F, ſeu triangulo A D B. Reperitur autem numerus particularum diametro C G competens, ſi fiat, ut 11 ad 14, ita quadratum lateris C F, 658, quod eſt 432964, ad aliud; reperies enim 551043, cujus radix quadrata dat 742 particulas pro diametro C G. Transfer ergo in lineam prædictam *Red. Plan.* particulas 742, & punctum inventum nota hoc ſigno O.

Simili ratione inſcribes lineæ prædictæ in Inſtrumento notatæ latera reliquarum figurarum planarum regularium. Ut ſi inſcribere velis latus Pentagoni æqualis inſcripto jam triangulo, aut quadrato, aut circulo; ſic procedes. Deſcribatur pentagonum æquilaterum & æquiangulum K N O cujuſcunque magnitudinis; & à puncto ipſius medio I, (quod invenies per dicta Libro tertio, Parte 2, Problem. 5, in Annot.) ad quodlibet ejus latus, nempe ad latus N O, ducantur rectæ I N, I O; eritque triangulum I N O, quinta pars dicti Pentagoni, ut patet ex dictis loc. cit. Dividatur jam unum latus ſupradicti trianguli æquilateri A D B, v.g. latus AB, in quinque æquales partes, quarum una ſit Q R; eritque, ductis rectis D Q, D R, triangulum quoque D Q R quinta pars totius trianguli A D B, *per primam Sexti.* Fiat jam ut perpendicularis I P, ad latus N O, ita perpendicularis D C ad aliam S, & inter duas, Q R, & S, accipiatur media proportionalis T. Dico, hanc eſſe latus Pantagoni æqualis triangulo A D B, & conſequenter quadrato E F, & circulo C G. quod ita demonſtro.

Sumatur V X, æqualis ipſi T, & ſupra ipſam fiat triangulum V X Y ſimile ſimiliterque poſitum triangulo I N O, *per decimam octavam Sexti Euclid.* ita ut lateri N O correſpondeat latus V X; & ab angulo Y demittatur in latus V X, perpendicularis Y Z. Erit igitur, propter triangulorum I N O, Y V X, ſimilitudinem, ut I P ad N O, ita Y Z ad V X, *per quartam Sexti Euclid.* Sed ut I P ad N O, ita

O, ita facta fuit D C ad S; Ergo DC ad S erit, ut Y Z ad V X, *per undecimam Quinti Euclid.* Præterea, quia S ad T, hoc eſt, ad V X, quæ ipſi T æqualis eſt, eandem habet proportionem, quam eadem V X, hoc eſt, T ad Q R (eſt enim T media proportionalis inter S & Q R) erit ex æqualitate, *per vigeſimam ſecundam Quinti Euclid.* D C ad V X, ſicut Y Z ad Q R. Quare cùm in triangulis D Q R, V X Y, reciprocentur altitudines cum baſibus, erunt illa inter ſe æqualia, *per decimam quintam Sexti Euclid.* ideoque quinque triangula V X Y, æqualia erunt toti triangulo D A B. Atqui quinque triangula V X Y efficiunt pentagonum æquilaterum & æquiangulum, propter ſimilitudinem quam habet triangulum V X Y cum triangulo I N O; Ergo latus V X, quod reſpondet lateri N O, erit latus pentagoni, quod quærebatur, hoc eſt, æqualis dicto ſuprà triangulo, quadrato, & circulo. Quod quidem latus V X erit partium 500 circiter, qualium A B eſt 1000. Si igitur inventam lineam V X, aut particulas 500 lineæ fundamentalis, transferas in Lineam *Reductionis planorum* jam antea in Inſtrumento notatam, & appoſueris puncto notato ſignum ⬠; habebis latus Pentagoni æqualis triangulo D A B &c.

Eodem omninò modo invenies latera reliquarum figurarum planarum regularium, nempe latus Hexagoni, Heptagoni, Octogoni &c. eaque in lineam *Reductionis Planorum* transferes. Latera Polygonorum æqualium & æquè capacium, à trigono uſque ad dodecagonum, unà cum diametro circuli æquè capacis, exhibemus in ſequenti tabula; in qua prima Columna continet ordinem polygonorum, ſecunda cõtinet latera in partibus 1000, tertia verò latera in partibus 100. Addidi in quarta columna radios, ſi lubeat polygona circulo inſcribere.

TABULA VIII.

Pro Reductione ſeu commutatione planorum regularium.

Nomina	Latera	Latera	Radii
III	1000	100	58
IV	658	66	46

Nomina	Latera	Latera	Radii
V	500	50	43
VI	410	41	41

VII	340	34	40
VIII	300	30	39
IX	260	26	39

X	240	24	38
XI	220	22	38
XII	200	20	38

PRAGMATIA X.

Lineam Reductionis Corporum regularium Inſtrumento inſcribere.

vide Icon. XXVIII. IN Inſtrumento fac lineam æqualem lineæ fundamentali,& extremitati ipſius appone ſignum tetraëdri ſeu pyramidis, vel ſyllabam *Tetra*: Deinde ex linea fundamentali transfer in hanc lineam particulas hoc ordine: 630,608,490,378 249; ac primo quidem numero adſcribe ſyllabã *Octa*:ſecundo *Glob*:tertio *Cub*:quarto *Icos*: quinto *Dodec*. ſed hæc omnia intuere in ſequenti tabula.

Significant hi numeri magnitudinem laterum corporum regularium, ac globi, æqualium & æquè capacium, poſito uno latere tetraëdri ſeu pyramidis regularis 1000 partium. Si autem pyramidis latus ponatur 100 partium, reliquorum corporum latera exhibentur in tertia columna. Quomodo inveniantur latera reliquorum corporum dato latere tetraëdri, idque geometricè, docet ac demonſtrat fusè Clavius Lib. 5. Geometriæ practicæ cap. 4. & Mutius Oddi in Fabrica circini polymetri cap. 7, quos vide.

TABULA IX.

Pro Reductione Corporum regularium.

Pyramis	1000	vel	100
Octaëdrum	630	vel	63
Globus	608	vel	61
Cubus	490	vel	49
Icoſaëdrum	378	vel	38
Dodecaëdrum	249	vel	25

Quòd ſi quinque regularia corpora inſcribere deſideras globo, utere ſequenti tabula

TABU-

TABULA X.

Pro inſcriptione Corporum regularium in ſphæra.

Globus	1000	vel	100		
Pyramis	816	vel	82	vel	81
Octaëdrum	707	vel	71	vel	70
Cubus	577	vel	58	vel	57
Icoſaëdrum	526	vel	53	vel	52
Dodecaëdrum	356	vel	36	vel	35

PRAGMATIA XI.

Lineam media & extrema ratione ſectam Inſtrumento inſcribere.

IN Charta aut plano quocunque fac lineam rectam æqualem Lineæ fundamentali, eamque ſeca mediâ & extremâ ratione, & ſic factam transfer in Inſtrumentum, adſcriptis ſyllabis, *Lin. med. & extr. rat.* hoc eſt, Linea mediâ & extremâ ratione ſecta.

Cenſetur autem linea tunc ſecta eſſe mediâ & extremâ ratione, quando tota ad majus ſegmentum habet talem proportionem, qualem majus ſegmentum ad minus. Hæc verò ſectio fit tali pacto, ex Euclid. lib. 2. Elem. Propoſ. 11.

Sit ſecanda mediâ & extremâ ratione linea A B. In puncto A erigatur A C æqualis ipſi A B, & dividatur bifariam in D, ducaturque recta D B. Hæc recta D B transferatur ex D in E lineæ D A productæ, ſpatium verò A E transferatur in F; eritque A B in F ſecta prout poſtulabatur. Vel breviùs, erigatur normaliter A D æqualis dimidiæ A B, & ducatur D B, in quam transferatur ſpatium D A uſque in G, ſpatium verò G B transfer in A B ex A in F, & habebis intentum. Fig. CCXI. Ico. XXIX.

Non poteſt hæc ſectio exhiberi in numeris, quia nullus numerus poteſt prædicta ratione ſecari, ut probat Clavius lib. 9. Elem. Euclid. Propoſ. 14.

PRAGMATIA XII.

Lineam metallicam inſcribere Inſtrumento.

CORpora regularia, ut ſphæræ, cubi, & ſimilia, diverſorum metallorum, aliarumque materiarum, comparari inter ſe poſſunt dupliciter; mole, ac pondere. Pondere comparatio fit, quando inter corpora diverſi generis mole æqualia, at inæqualia pondere (conſtat enim, corpora diverſorum generum, licet mole æqualium, non eſſe ejuſdem ponderis) quæritur quæ ſit ratio ponderis illorum, & quantò unum altero ſit gravius, aut levius. Magnitudine autem fit comparatio, cùm poſita pari gravitate eorundem, quæritur, quæ ſit ratio ſeu proportio magnitudinis eorundem, quantovè ſit unum altero majus, aut minus. Poſſunt præterea corpora ejuſdem generis, ſed molis differentis, comparari inter ſe quoad pondus, & è contrario corpora ejuſdem generis, ſed differentis molis, comparari inter ſe quoad magnitudinē. Omnibus his comparationibus inſervit ſequens linea Inſtrumento noſtro inſcribenda, quam Lineam metallicam vocabimus, quia frequentiùs fit comparatio corporum metallicorum, quàm alterius materiæ. Sic autem præparatur dicta linea.

vide Icon. XXVIII. In Inſtrumento duc lineam rectam cujuſcunque longitudinis, in eamque transfer ex linea fundamentali partes in ſequenti Tabula notatas, deſumptas vel ex prima, vel ex ſecunda, vel ex tertia columna. Punctis finalibus appone vel ſigna, vel ſyllabas, quæ ſignificent metalla & lapides, eo ordine, quo in tabula notantur. Crux appoſita ſignificat accipiendum eſſe paulò plùs; virgula verò ſeu lineola tranſverſa, paulò minùs.

TABULA XI.

Pro Linea metallica præparanda.

♃ Stannum	600	500	100
♂ Ferrum	584 ✚	487	$97\frac{1}{3}$
♀ Cuprum	562 ✚	468	$93\frac{2}{3}$
☽ Argentum	537 --	447	$89\frac{1}{2}$
♄ Plumbum	518 -	432	$86\frac{1}{2}$

☿ Argen-

☿ Argentum vivum	473✠	468	79
☉ Aurum	438✠	365	73

PRAGMATIA XIII.

Lineam decem librarum cujuſcunque metalli determinare.

UT oblatis quibuſcunque globis ferreis inveniatur illorum pondus, neceſſe eſt notam habere diametrum unius globi ferrei determinatum pondus habentis. Similiter ut oblatis globis plumbeis, ſtanneis &c. ſciatur illorum pondus, neceſſe eſt, unius illorum determinati ponderis diametrum habere notam. Hîc ergo docebimus, quomodo poſſimus invenire diametrum globi metallici cujuſcunque librarum decem, & ponemus exemplum in globo ferreo; cæterorum enim metallorum erit eadem ratio.

Sume igitur globum ferreum, quàm poteris maximum, eumque diligentiſſimè & exactiſſimè pondera. Sume deinde ejuſdem globi diametrum circino recurvo, & ſit A; pondus verò globi ſit 24 librarum. Divide A in partes 24, & illarum decem tranſ- F. CCXII.
fer in lineam B. Inter has duas lineas A & B, quære duas medias Ico. XXIX.
proportionales per dicta ſuprà hoc Lib. cap. 2, & Lib. 8. cap. 1; quarum illa quæ diametro A vicinior erit, nempe C, erit diameter globi ferrei decem librarum. Ratio eſt, quia ſphæræ habent triplicatam rationem ſuarum diametrorum, *per 2. Duod. Euclid.* Hanc lineam C inventam inſcribe Inſtrumento, eique appone ſyllabas, *Lin. Metal.* Eâdem ratione invenies aliorum metallicorum globorum pondus decem librarum.

PARS SECUNDA.

De uſu Linearum polymetrarum Inſtrumento inſcriptarum.

USus linearum, quas hactenus Inſtrumento noſtro inſcribere docuimus, immenſus propè eſt, & per omnes ferè Mathematicæ ſpecies vagatur,

gatur, ut ex ſequentibus patebit. Ad ipſum uſum requiritur Regula exactè recta, & circinus ordinarius benè acuminatus. Docebimus earum uſum in Numeris, in Lineis, in Superficiebus, in Corporibus, & aliis.

CAPUT PRIMUM.

De uſu Linearum polymetrarum in Arithmeticis operationibus;

ſive

Problemata Arithmetica.

QUàm ingenioſus, tam facilis eſt uſus Polymetrarum Linearum in Arithmeticis operationibus, ſaltem in aliquibus, ac præſertim in quatuor vulgatis ſpeciebus, quæ ſunt ADDITIO, SUBTRACTIO, MULTIPLICATIO, DIVISIO: adeo quidem, ut intra ſemiquadrantis ſpatium quilibet, etiam nullo pænè ingenio præditus, ac vel ipſi pueri prædictas quatuor ſpecies addiſcere queant, ut patebit ex primis quatuor Sequentibus Problematibus; reliqua verò paulò plùs ingenii requirunt.

PROBLEMA I.

Addere plures numeros inter ſe.

AD hanc operationem inſervit Linea Arithmetica in partes æquales diviſa. Sic autem inſtituitur.

Accipe circino ex Linea Arithmetica tot particulas, quot unitates continet primus numerus addendorum, & circini aperturâ manente invariatâ pone unum pedem in termino alterius numeri addendi, alterum verò pedem extende quòuſque pertingit; & habebis ſummam duorum numerorum. Si adſint plures numeri addendi, additis inter ſe duobus prioribus modo dicto, extende circinum ex ultimo termino uſque ad initium Lineæ, & circino itidem invariato manente, pone unum pedem in termino tertii numeri addendi, alterum verò extende quòuſque pertingit; & habebis ſummam trium numerorum. Eodem modo procedes in additione quotcunque aliorum numerorum.

Exem-

Exemplum. Sint addendi, ſeu in unam ſummam colligendi hi quatuor numeri, 9, 13, 7, 19. Pone unum circini pedem in principio Lineæ Arithmeticæ, nempe in A, & alterum extende uſque ad nonam particulam incluſivè, nempe uſque ad B: deinde manente hac apertura circini, pone unum pedem in decimam tertiam particulam Lineæ, nempe in C, & alterum extende quòuſque pertingit; cadetque in vigeſimam ſecundam incluſivè, nempe in D: ab hoc puncto D extende circinum uſque ad A principium Lineæ, & manente hac apertura pone unum pedem in ſeptimo puncto diviſionis, nempe in E, & alterum extende quòuſque pertingit; & cadet in vigeſimum nonum punctum, ſcilicet in F: ab hoc puncto iterum extende circinum uſque ad principium Lineæ, eoque ſic aperto pone unum pedem in decimo nono puncto, hoc eſt, in G, & alterum extende quòuſque pertingit; cadetque in punctum 48, nempe in I. Summa igitur prædictorum numerorum erunt 48. Simili prorſùs modo procedes, ſi adſint plures numeri addendi. Ratio operationis per ſe patet.

F. CCXIII. Ic. XXIX.

9
13
7
19
48

PROBLEMA II.

Subtrahere unum numerum ab altero.

HUic etiam operationi inſervit Linea Arithmetica, & inſtituitur ut ſequitur.

Accipe circino ex Linea Arithmetica tot particulas, quot unitates continet numerus ſubtrahendus; & circino invariato manente pone unum pedem in termino numeri illius, à quo facienda ſubtractio, alterum verò extende verſus principium Lineæ, & vide quot particulæ remaneant à ſecundo pede circini uſque ad principium Lineæ; & habebis intentum.

Exemplum. Sint ſubtrahenpa 7 ex 29. Accipe circino ſeptem puncta ſeu particulas, & poſito uno pede circini in vigeſimo nono puncto ſeu particula, ſcilicet in F, alterum extende verſus principium Lineæ, cadetque in ſeptimum punctum, nempe in G; à quo puncto G uſque ad F ſunt puncta viginti duo; ſignum ergo eſt, ſi 7 ſubtrahas à 29, remanere 22. Eodem modo in aliis ſubtractionibus procede. Ratio operationis per ſe patet.

F. CCXIV. Ico. XXIX.

PROBLEMA III.

Multiplicare Unum numerum per alterum.

NOtandum quòd numerus qui multiplicatur, appellatur multiplicandus; numerus verò, per quem alter multiplicatur, vocatur multiplicator. Operationi inſervit Linea Arithmetica, ut antea.

Accipe igitur circino ex Linea Arithmetica tot partes, quot unitates continet multiplicandus, & hanc circini aperturam tráſfer in eandem Lineam à principio verſus finem toties, quot unitates continet Multiplicator, & habebis ſummam quæſitam.

F. CCXV. Ico. XXIX. Exemplum. Sint multiplicanda 12 per 6. Accipe diſtantiam duodecim particularum in Linea, nempe ab A uſque ad B, eamque transfer in eandem lineam ſexies (quia Multiplicator, 6, continet ſex unitates) nempè primò ab A in B, ſecundò, à B in C, tertiò à C in D, quartò à D in E, quintò ab E in F, ſextò ab F, in G, ubi pro ſumma invenies 72.

In idem recidit, ſi primò accipias tot particulas ex Linea, quot unitates continet Multiplicator, nempe in caſu poſito, 6, & illam diſtantiam ſeu aperturam circini transferas in Lineam toties, quot unitates continet Multiplicandus, nempe duodecies: ſicut enim ſexies duodecim efficiunt 72, ita duodecies ſex efficiunt ſimiliter 72. Ratio praxeos patet per ſe.

PROBLEMA IV.

Dividere unum numerum per alterum.

NUmerus qui dividitur, appellatur Dividendus; & numerus per quem dividitur, Diviſor. Eadem linea Arithmetica adhibetur ſic.

Accipe circino ex Linea tot particulas, quot unitates continet Diviſor, eamque diſtantiam ſeu aperturam circini toties replica in eadem Linea, donec pervenias vel ad ipſum Dividendum præcisè in Linea notatum, vel ad proximè minorem numerum; & habebis quotum cum reſiduo, ſi quod eſt.

Exem-

Exemplum. Sint dividenda 72 per 12. accipe ex Linea duodecim particulas, illamque circini aperturam, quæ eſt A B, transfer in eandem lineam, donec pervenias præcisè ad ſeptuageſimam ſecundam particulam, & invenies te ſexies replicaſſe dictā aperturam, ac proinde quotus erit, 6, nihilque remanebit.

Sint iterum dividenda 72 per, 10. accipe ex Linea decem particularum diſtantiam ſeu intercapedinem, eamque transfer donec pervenias ad 70, invenieſque te illam replicaſſe ſepties, & remanere duo; ac proinde quotus erit 7, & reſiduum 2. Ratio praxeos clara eſt.

ANNOTATIO.

Vides igitur, quanta facilitate peragantur prædicta quatuor Arithmeticæ operationes. Quæ quidem tantò faciliùs fient, in quantò plures & minutiores particulas diviſa erit Linea, & quantò major erit circinus. Quòd ſi operatio facienda ſit in numeris majoribus, poſſunt reputari ſingulæ particulæ Lineæ pro 2, 3, 5, 10 &c. Poteſt etiam multiplicatio & diviſio fieri primò per medietatem, tertiam, quartam &c. partem multiplicatoris ac diviſoris; deinde per reliquas partes. Ingenium & induſtria ſuggeret tibi plura compendia.

PROBLEMA V.

Tribus numeris datis, quartum proportionalem invenire, hoc eſt, Regulam Trium perficere.

Regula Trium eſt modus inveniendi ex tribus numeris datis ſeu cognitis, tertium ignotum, qui tamen talem habeat proportionem cum tertio dato, qualem ſecundus cum primo; qua de cauſa vocatur etiam Regula Proportionum. Et quidem tres numeri noti in operatione ſeu uſu actuali Regulæ Trium ita diſponuntur, ut ille qui annexam habet quæſtionem (ſemper enim unus illorum annexam habet quæſtionem) ponatur tertio loco; ille verò qui eandem rem cum tertio ſignificat, ponatur primo loco. Exempli gratia, emit quis 20 aureis 15 libras certarum mercium, vult ſcire, quot libras emat 40 aureis? Hîc 40 aurei habent annexam quæſtionem, idemque in ſpecie ſignificant quod 20 aurei: ſic ergo ſtabit exemplum. Si 20 aureis emuntur 15 libræ, 40

aureis quot libræ ementur? facta autem operatione provenire debet numerus quartus, qui habeat cum tertio eandem proportionem, quam habet ſecundus numerus cum primo.

F. CCXVI. Ico. XXIX. Ad ſolvendas hujuſmodi quæſtiones, ſeu ad inveniendum quartum numerum proportionalem ex tribus datis, adhibe Lineam Arithmeticam, & ſic procede. Diſpone numeros tres datos modo prædicto, nempe in dato exemplo ſic: 20. 15. 40? Deinde in charta, ſeu plano quocunque duc lineam rectam A B, & circino intercipe ex Linea Arithmetica primum numerum, ſcilicet viginti particulas, eaſque transfer in lineam A B ductam, ex A in C v. g. & ſimul fac arcum C D. Poſtea ex eadem Linea Arithmetica intercipe ſecundum numerum, videlicet quindecim particulas, eaſque transfer in arcum factum, à C uſque in D v. g. & per D duc lineam rectam A D G, facientem cum linea A B angulum G A B. Tandem ex eadem linea Arithmetica intercipe circino tertium numerum, nempe quadraginta particulas, eaſque transfer in lineam A B, ex A uſque ad E v. g. & ſimul fac arcum E F. His factis, intercipe circino arcum E F, ſeu ejus ſubtenſam, eamque transfer in Lineam Arithmeticam; & invenies quartum numerum quæſitum: quot enim particulas comprehendet arcus ſeu ſubtenſa E F, tot unitates continebit quartus numerus, nempe in caſu noſtro, 30.

DEMONSTRATIO.

R*ectæ D C, F E, ſunt parallelæ*, per ſecundam Sexti, *quia latera A F, A E, quæ æqualia ſunt*, per decimam quintam Defin. Primi, *ſunt ſecta proportionaliter in D & C, quia A D, A C ſunt ſimiliter æqualia. Ergo*, per vigeſimam nonam Primi, *anguli A C D, A D C, æquales ſunt angulis A F E, A E F. Cùm ergo angulus A communis ſit utrique triangulo, A D C, & A F E; erunt illa eadem triangula æquiangula, ac proinde*, per quartam Sexti, *erit ut A C* 20 *in caſu poſito, ad C D*, 15, *ita A E* 40, *ad E F*, 30.

ANNOTATIO I.

S I ſecundus numerus ex tribus datis eſt major quàm tertius, ut ſi exemplum ſtaret ſic: 20, 40, 15; *tunc ponatur ſecundus tertio loco, & tertius ſecundo: idem enim invenitur tunc quartus numerus. Et ratio eſt, quia in Re-*

in Regula Trium perinde eſt, ſive ſecundus numerus multiplicetur per tertium, ſive tertius per ſecundum. Et ratio hujus rationis eſt, quia ſumma ex multiplicatione ſecundi in tertium, aut tertii in ſecundum, id eſt, duorum mediorum, eſt æqualis ſummæ ex multiplicatione primi in quartum, id eſt, duorum extremorum, per decimam ſextam Sexti, & decimam nonam Septimi.

Si primus numerus, aut omnes tres, ſunt nimis magni, poſſunt dividi per unum communem diviſorem, hoc eſt, omnes in duas, tres, quatuor &c. partes, & operatio inſtitui per partes, & inventi numeri correſpondentes in unam ſummam colligi. Poſſunt etiam ſingulæ particulæ Lineæ Arithmeticæ reputari pro duabus, tribus, &c.

ANNOATIO II.

Examen ſeu probatio operationis factæ ſic inſtitui poteſt. Multiplicetur numerus primus in quartum numerum repertum, item ſecundus in tertium; ſi ambæ ſummæ ſunt æquales, legitima eſt operatio; ſi inæquales, illegitima.

PROBLEMA VI.

Inter duos numeros invenire medium proportionalem.

Solvitur hoc Problema ope lineæ Arithmeticæ & Geometricæ. F.CCXVI. Ic. XXIX.
Sint dati duo numeri, 4, & 16, inter quos inveniendus ſit medius proportionalis, ad quem ſcilicet ſe habeant 4, ut ipſe ad 16. Duc rectam A B, ut in præcedenti figura, & ex Linea Geometrica Inſtrumenti accipe diſtantiam à principio uſque ad 16, v. g. uſque ad E, & hac intercapedine deſcribe ex A, arcum v. g. E F. Deinde ex Linea Arithmetica accipe intervallum ſedecim partium, & coapta arcui E F, ab E uſque ad F, v. g. & duc rectam A F. His factis, accipe ex Linea Geometrica diſtantiam à principio uſque ad 4, v, g. uſque ad C, & hac intercapedine deſcribe arcum C D, v. g., & fac ſubtenſam C D. Hanc ſubtenſam transfer in Lineam Arithmeticam, & invenies ipſam eſſe æqualem octo partibus. Dico itaque, 8 eſſe medium proportionalem inter 4 & 16. Ratio pendet ex conſtructione Lineæ Geometricæ.

PROBLEMA VII.

Inter duos numeros datos invenire duos medios proportionales.

SOlvitur per Lineam Arithmeticam & Stereometricam. Sint numeri 8, & 27, inter quos ſint inveniendi duo alii in continua proportione. Facta linea A B, accipe ex Linea Stereometrica Inſtrumenti intervallum uſque ad octavum punctum, & deſcribe arcum C D, in eoque applica ex C in D intercapedinem octo partium ex Linea Arithmetica, & duc rectam A D in infinitum. Iterum ex Linea Stereometrica accipe intervallum uſque ad vigeſimum ſeptimum punctum, & deſcribe arcum EF, ejuſque ſubtenſam E F transfer in Lineam Arithmeticam, & invenies 12 pro primo numero intermedio.

Figura CCXVII. Ico. XXIX. Iterum ex Linea Arithmetica accipe intervallum 27 partiũ, illudque applica arcui E F, ab E uſque ad G, & duc rectam A G, interſecantem arcum C D in H; ſubtenſam verò C H transfer in Lineam Arithmeticam, & invenies 18 pro ſecundo numero intermedio. Ratio pendet ex conſtructione Lineæ ſtereometricæ.

PROBLEMA VIII.

Dati numeri radicem quadratam invenire.

FIt per Lineam Arithmeticam & Geometricam. Et quidem aliter in numeris minoribus, aliter in mediocribus, aliter in majoribus. Minores voco, qui ſunt infra 1000; mediocres, qui infra 10000; majores, qui infra 100000. Incipio à mediocribus.

F. CCXVI. Ico. XXIX. Sit igitur extrahenda radix quadrata ex hoc numero: 4630. Expone in plano aliquo lineam rectam A B, uti in Problemate 5, æqualem lineæ Geometricæ; & centro A, intervallo uſque ad punctum decimum ſextum Lineæ Geometricæ, fac arcum C D, in eumque transfer intercapedinem 40 partium ex Linea Arithmetica circino acceptam, à C uſque ad D, & duc rectam A D. Aufer deinde à numero propoſito duas ultimas figuras verſus dextram (quæ ſignificant unitates & decades) nempe in caſu poſito 30, & reſiduum 46 ſerva. Tandem eodem centro A, intervallo

vallo uſque ad quadrageſimum ſextum punctum Lineæ Geometricæ, fac alium arcum, qui ſit v. g. E F. Hujus arcus ſubtenſam E F transfer in Lineam Arithmeticam, & vide quot partes contineat. Invenies in caſu poſito continere partes 68. Ergo 68 eſt radix quadrata numeri propoſiti. Eodem modo procedes in aliis numeris mediocribus.

Notandum autem eſt, ſi duæ ultimæ figuræ ablatæ ſuperant 50, reſiduo numero addendam eſſe unitatem; ut ſi extrahenda eſſet radix quadrata ex hoc numero: 4192; ſi auferantur 92, remanere deberent 41; at quia 92 ſuperant 50, cenſendum eſt remanere 42. vide Icon. XXVIII.

Modus extrahendi radicem quadratam è numeris majoribus parum differt à præcedenti, & hic eſt. Expone ut antea lineam rectam A B, & centro A, uſque ad punctum decimum Lineæ Geometricæ deſcribe arcum C D, in eoque applica centum partes Lineæ Arithmeticæ, à C uſque ad D, & duc rectam A D. Aufer deinde à numero oblato tres ultimas figuras, & cum reſiduo procede ut dictum. Sit v. g. quærenda radix quadrata numeri 32140; ablatis tribus ultimis figuris remanent 32. Ex centro igitur A, per punctum 32 Lineæ Geometricæ, deſcribe arcum v. g. E F; ejuſque ſubtenſam E F transfer in Lineam Arithmeticam; ea indicabit tibi numerum pro radice quæſita, nempe in exemplo poſito 179 pro radice proxima numeri propoſiti 32140.

Notandum hîc etiam eſt, ſi tres ultimæ figuræ excedunt 500, addi debere ad reſiduum unitatem, prout diximus paulo antè in præcedenti Regula.

Ex minoribus denique numeris ſic radicem extrahes. Expone rectam A B, ut dictum; deſcribe per punctum decimum ſextum Lineæ Geometricæ arcum C D; applica in eo partes 40 Lineæ Arithmeticæ, à C uſque ad D, ductâ rectâ A D; numerum propoſitum quære in Linea Geometrica, & ad ipſius intervallum deſcribe ex A centro arcum, ſive citra, ſive ultra arcum C D, prout occaſio feret. Subtenſa hujus arcus translata ſupra Arithmeticam indicabit tibi radicem quæſitam.

PRO-

PROBLEMA IX.

Dati numeri radicem cubicam invenire.

FIt per lineam Arithmeticam & Stereometricam. Duas autem praxes præſcribemus, unam pro numeris minoribus, alteram pro majoribus. Minores numeros hîc appello illos, à quibus ſi detrahas unitates, decades, & centenarios à dextra verſus ſiniſtram, reſiduum non excedit 125, numerum ſcilicet punctorum in Linea ſtereometrica notatorum. Ex his ergo numeris minoribus ſic extrahitur radix cubica, v.g. ex numero 16000. Duc lineam A B æqualem lineæ ſtereometricæ; & centro A, intervallo uſque ad punctum 8 lineæ ſtereometricæ, fac arcum C D, in eoque applica intercapedinem 20 partium ex Linea Arithmetica acceptarum, à C uſque ad D, & duc rectam A D. Deinde numerum illum ex quo extrahēda eſt radix cubica, aut ejus partem milleſimam (detractis tribus figuris à dextra verſus ſiniſtram) nempe in exemplo poſito numerum 16, quære in linea ſtereometrica, & ad ejus intervallum deſcribe ex A centro alium arcum E F. Hujus ſubtenſa in Lineam Arithmeticam translata dabit radicem cubicam quæſitam 25 quàm proximè.

Ico. XXIX. F. CCXVII

Arcus C D poteſt etiam deſcribi ad intervallum ſexageſimi quarti puncti Lineæ ſtereometricæ, eique ſubtendi linea C D 40 partium lineæ Arithmeticæ.

Ex majoribus numeris ſic extrahes eandem radicem cubicam, v.g. ex numero 1191016. Ductâ A B, fac centro A, intervallo uſque ad punctum centeſimum Lineæ ſtereometricæ, arcum v.g. G H, in eoque applica ſubtenſam centum partium lineæ Arithmeticæ, à G uſque ad H, ductâ rectâ A H. His factis, aufer quatuor ultimas figuras propoſiti numeri, & remanent 119. Centro igitur eodem A, intervallo uſque ad centeſimum decimum nonum punctum Lineæ ſtereometricæ fac alium arcum, v.g. E F. Ejus ſubtenſa in Lineam Arithmeticam translata dabit numerum radicis cubicæ deſideratæ, nempe 106.

CAPUT

CAPUT SECUNDUM.

De uſu linearum polymetrarum in diviſione linearum rectarum;

ſive

Problemata Grammodætica.

POlymetræ noſtræ lineæ inſerviunt inter alia diviſioni linearum, ſuperficierum, & corporum. Agemus hoc capite de diviſione linearum, ſequentibus de diviſione ſuperficierum, & corporum.

PROBLEMA I.

Datam lineam rectam dividere in quotlibet partes æquales: ſive ex data linea auferre quamlibet partem imperatam.

PRoblema abſolvitur ope lineæ, cui adſcriptum eſt, *Lineæ Rectæ diviſio.* Sit itaque data linea G, quæ ſit dividenda in quatuor partes, ſeu ex qua ſumenda ſit pars quarta. Exponatur linea A C, æqualis lineæ prædictæ Inſtrumenti; & centro A, intervallo A C æquali Lineæ prædictæ Inſtrumenti, deſcribatur arcus D C, cui applicetur data linea G, à C uſque ad D, & per punctum D ducatur recta A D. His factis, eodem centro A, intervallo A 4 prædictæ Lineæ Inſtrumenti, fiat arcus E F, quem ſecet recta A D in F; eritque recta E F quarta pars lineæ G. Figura CCXVIII. Ico. XXIX.

DEMONSTRATIO.

D*Vo triangula A E F, A C D, ſunt æquiangula, ut demonſtravimus in præcedenti cap. Problem. 5. ergo*, per quartam Sexti, *ut A E ad E F, ita A C ad C D; & permutando*, per decimam ſextam Quinti, *ut A E ad A C, ita E F ad C D: ſed A F eſt pars quarta totius lineæ A C, ex conſtructione facta; ergo & E F eſt pars quarta totius lineæ C D, hoc eſt, lineæ G.*

ANNOTATIONES.

I.

SI data linea G dividenda ſit in partes, quæ in Linea Inſtrumenti prædicta non continentur, v. g. in 40, 30, 36 &c. dividatur in illarum ſubmultiplices, nimirum, in 20, 15, 18 &c. & harum qualibet deinde dividatur in partes duas, tres &c.

II. *Si major eſſet linea G data, quàm linea Inſtrumenti, ſic procede. Divide lineam in duas, tres, quatuor &c. partes, & cum una illarum procede ut dictum, & inventam partem quartam (aut quamlibet aliam) duplica, triplica, quadruplica &c. & habebis quartam partem totius lineæ datæ.*

III. *Si pars accipienda eſſet nimis parva, & conſequenter arcus E F fieret nimis parvus, & nimis prope A, ita ut difficulter ipſius ſubtenſa poſſet duci; v. g. ſi accipienda eſſet pars vigeſima, trigeſima, quadrageſima alicujus lineæ parvæ dividendæ in partes viginti, triginta &c. accipiatur ipſius dupla, tripla &c. & dividatur ut poſtulatur: deinde partis inventæ accipiatur circino quaſi tentando pars dimidia, tertia &c.*

PROBLEMA II.

Idem efficere ope Lineæ Arithmeticæ.

SItut antea data linea G, ex eaque accipienda pars octava. Multiplica 8 per 10, ut fiant 80. Deinde duc rectam A C, productam quantumlibet, & ex linea Arithmetica intercipe circino 80 particulas, & ad ipſarum intervallum forma arcum C D, eique applica lineam G datam, à C uſque ad D v. g. ductâ rectâ A D. Tandem intercapedine decem particularum lineæ Arithmeticæ fac alium arcum E F; eritque recta E F octava pars lineæ G datæ.

DEMONSTRATIO.

TRiangula F A E, D A C, æquiangula ſunt, ut patet: ergo ut A E ad E F, ita A C ad C D; & permutando, ut A E ad A C, ita E F ad C D: ſed A E eſt octava pars ipſius A C, ex conſtructione facta; ergo &c.

ANNOTATIONES.

I.

POteſt pars auferenda multiplicari per alium etiam quemcunque numerum, pro ratione lineæ datæ; nempe ſi linea data eſt magna, per magnum;

magnum; ſi parva, per parvum. Sic in caſu poſito octava pars auferenda multiplicari poteſt per 5, ut fiant 40, & intercapedine 40 particularum fieri unus arcus, intercapidne verò partium quinque, alius, & abſolvi operatio ut dictum.

II. *Si nimis longa eſſet linea data, ita ut intra arcum deſcriptum non poſſet commodè applicari, eò quòd nimis obtuſus fieret angulus D A C; procedi poteſt ut dictum in præcedenti Problemate, accipiendo videlicet ſecundam, tertiam &c. partem totius lineæ datæ, & procedendo cum ipſa ut cum tota linea, partemque inventam duplicando, triplicando &c.*

Poteſt etiam ſic procedi. Accipe tertiam v. g. partem totius lineæ, quam in octo partes vis dividere, & multiplicando 8 per 10, deſcribe ad intervallum 80 particularum arcum C D, in eoque applica partem tertiam, & fac angulum D A C. Multiplica deinde 10 per 3, ut fiant 30, & ad intervallum triginta particularum deſcribe arcum E F, in eoque applica lineam, & habebis tertiam partem totius lineæ datæ. Ratio patet ex demonſtratione facta.

III. *Si pars aliqua valde parva eſſet accipienda procede ut dictum in præcedente Problemate Annotatione tertia, & dicetur in Problemate ſequenti Annot. 3.*

PROBLEMA III.

Ex quavis recta linea accipere quotcunque partes decimas, ac centeſimas.

Fit ope lineæ Arithmeticæ, quæ diviſa eſt in decem partes, & harum quælibet in alias decem.

Si data linea eſt æqualis Lineæ Arithmeticæ, accipe partes circino ex Linea Inſtrumenti dicta, & transfer in lineam datam, & habebis intentum. v. g. vis accipere ex linea ſeptem decimas: accipe ex Arithmetica linea ſeptem partes majores. Vis accipere partes 37, accipe ex eadem 37 minores.

Si data linea eſt inæqualis Lineæ Arithmeticæ, duc, ut ſuprà, rectam A C quæ adæquet lineam totam Arithmeticam; fac arcum C D, applica lineam datam à C v. g. uſque ad D, duc rectam A D. His omnibus factis, accipe circino ex Linea Arithmetica partes deſideratas, v. g. 7, aut 37, & ad ipſarum intervallum duc Figura CCXVIII, Ico. XXIX.

arcum E F; & ducta linea E F erit æqualis 7, aut 37 particulis lineæ datæ, ſi ea in decem, aut centum particulas diviſa intelligatur.

Eodem modo procedes, ſi Linea Arithmetica ſit diviſa in mille particulas, & tu deſideres ex linea data accipere partes quotcunque milleſimas.

DEMONSTATIO.

Demonſtratio eſt eadem cum præcedentibus proximè Problematibus 1, & 2.

ANNOTATIO I.

Si linea data longior eſt quàm Linea Arithmetica, operare contrario modo, hoc eſt, intercapedine lineæ datæ fac arcum C D ex A centro, in eoque adapta lineam Inſtrumenti à C uſque ad D, & fac angulum D A C. Accipe deinde circino ex Linea Inſtrumenti partes deſideratas, v. g. 37, & iſta divaricatione circini quære duo puncta, E & F, æqualiter à centro A diſtantia, in duobus cruribus A D, A C; & ſpatium A E, aut A F, continebit partes 37 ex linea data.

DEMONSTRATIO.

Ut modus operandi inverſus eſt, ita & demonſtratio. Trianguli D A C latera A D, A C, æqualia ſunt, per decimam quintam Defin. Primi *lib. Euclid. Latera item A E, A F, trianguli A E F, æqualia ſunt, ex conſtructione: ergo proportionaliter ſecta ſunt latera A D, A C; ergo parallelæ ſunt lineæ E F, C D*, per ſecundam Sexti, *ac proinde æquiangula ſunt duo prædicta triangula. Vt ergo E F ad C D, ita A E, ad A C; ſed E F continet partes 37 totius D C; ergo & A E continebit 37 totius A C partes.*

ANNOTATIO II.

Sed quia difficile eſt, invenire circini apertura immotâ duo puncta E & F æqualiter remota à centro A, operari potes ſic. Ex recta C D applicata ut dictum Annotatione præcedente, abſcinde partem C G 37 particularum, accipiendo illas ex Linea Arithmetice; & duc rectam G F parallelam rectæ A C, eritque F unum duorum punctorum: ſi itaque rectæ A F æqualem ſumpſeris A E, & duxeris rectam E F (quæ parallela erit rectæ D C) habebis alterum punctum, & conſequenter rectam A E continentem partes 37 totius lineæ datæ.

DE;

DEMONSTRATIO.

Latera A D, C D, ſunt ſecta proportionaliter, per 2. Sexti, *propter parallelas F G, A C; ergo ut C G continet partes 37 totius C D, ita A F 37 totius A D. Iterum F E, & D C, ſunt parallelæ, quia ex operatione facta latera A D, A C, ſunt ſecta proportionaliter in punctis E & F; ergo ut A F continet 37 totius A D, ita A E 37 totius A C.*

ANNOTATIO III.

Adhuc aliter & faciliùs ex data linea longiori accipies partes deſideratas, v. g. 37, ſi totius lineæ datæ accipias partem dimidiam, tertiam &c. & procedas ut dictum Problemate primo Annot. 2.

ANNOTATIO IV.

Si una, duæ, tres centeſimæ eſſent accipiendæ ex linea propoſita, operare ſic. Accipe dicto modo particulas lineæ propoſitæ v. g. triginta primò, & deinde triginta & unam, aut triginta duas, aut triginta tres &c. eaſque nota impreſſis punctis; & differentia inter duas illas lineas ſeu puncta notata dabit unam, duas, tres centeſimas.

PROBLEMA IV.

Ex data linea recta auferre partem, quæ vel ad totam, vel ad reſiduam, habeat proportionem datam.

Sit G H linea data, ſitque ſecanda in duas partes, ita ut una ad totam ſit v. g. ut 7 ad 11, (ſeu ut 70 ad 110.) Problema abſolvitur ope lineæ Arithmeticæ. Ducatur recta A B, in eaque ſumatur A C æqualis undecim particulis Arithmeticæ lineæ; item A E æqualis ſeptem particulis ejuſdem Arithmeticæ. Deinde centro A, intervallis A E, & A C, fiant duo arcus D C, & F E; & in arcu D C aptetur linea data G H, à C ſcilicet uſque ad D, ducaturque recta A D, ſecans arcum F E in F. Dico, ſi circino accipiatur diſtantia E F, & transferatur in datam ab H in I, datam G H eſſe ſectam modo deſiderato, hoc eſt, H I ad H G eſſe ut 7 ad 11. F. CCXIX. Ico. XXIX.

DEMONSTRATIO.

Patet ex ſimilitudine triangulorum E A F, C A D, in quibus eſt ut A E ad A C, hoc eſt, ut 7 ad 11, ita E F ad C D, hoc eſt, H I ad H G.

Atque hac ratione ſecta eſt recta ita, ut pars ad totam habeat rationem datam. Si ſecanda ſit ita, ut pars ad partem habeat rationem datam, v. g. ut 7 ad 4; ſumatur ex recta A B primò particulæ ſeptem, v. g. A E, deinde particulæ quatuor, v. g. E C, & procedatur ut dictum; eritque G I ad I H, ut 4 ad 7.

ANNOTATIONES.

I.

Loco partium 7 & 11, accipi poſſunt ex Linea Arithmetica, & transferri in A B, earum multiplices, nempe duplæ, triplæ &c. & procedi ut dictum. Et hoc expedit facere, quando data eſt nimis parva.

II. *Si data linea eſt nimis longa, ita ut in arcu C D non poſſit applicari; dividatur in duas, aut tres partes, & cum una parte procedatur modo dicto, & partes G I, I H repertæ ſumantur toties, in quot partes fuit diviſa tota linea data. Vide dicta Problemate primo Annot. 2.*

PROBLEMA V.

Datam rectam terminatam ſecare, ut ſecta eſt alia data.

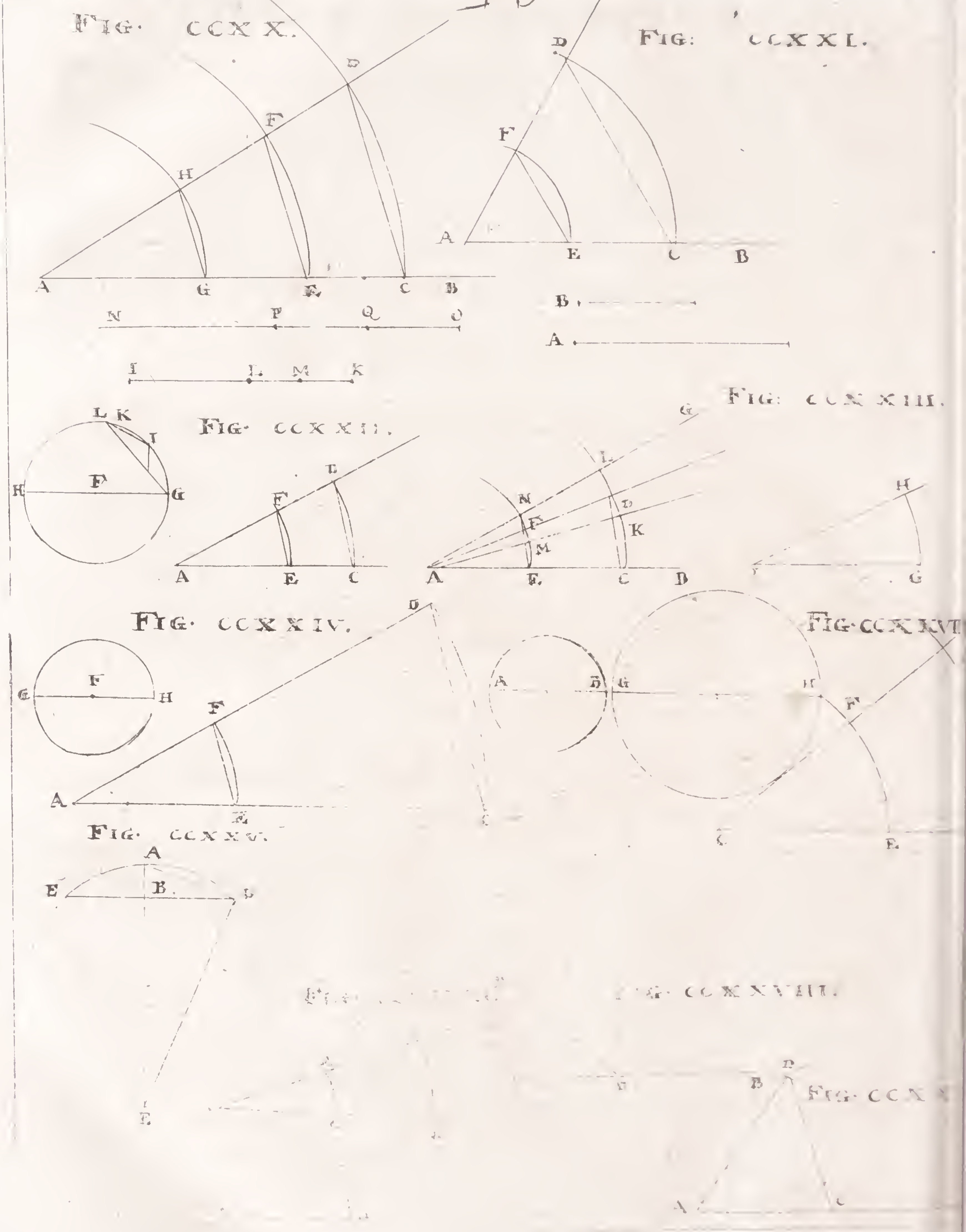
F. CCXX. Icon. XXX Sit data recta N O, ſecta in P & Q; ſitque data recta I K ſecanda in L & M ſimiliter. In rectam A B transferantur partes N P, N Q, N O, (aut earum multiplices, aut etiam ſubmultiplices) & ad ipſarum intercapedines è centro A deſcribantur arcus H G, F E, D C. Arcui D C adaptetur recta I K, à C uſque ad D. v. g. & ducatur recta A D, ſecans reliquos arcus in H & F. Dico, ſi intelligantur ductæ rectæ G H, & E F, & transferantur in I K ab I in L & M; totam I K eſſe ſectam in L & M, ut ſecta eſt N O in P & Q.

DEMONSTRATIO.

Ut A C ad A E, hoc eſt, ut N O ad N Q, ita C D ad E F, hoc eſt, I K ad I M. Iterum ut A C ad A G, hoc eſt, ut N O ad N P, ita eſt C D ad G H, hoc eſt, I K ad I L. Ergo &c.

CO-

Iconismus XXX. pag 367.



COROLLARIUM.

Hinc colligitur, quomodo ſecanda ſit recta data ſecundùm illam proportionem, quam habent duæ aut tres aliæ datæ inter ſe. Sint enim duæ lineæ N R, & Q O, quæ habeant rationem quamcunque, & dividenda ſit I K ſimiliter. In rectam A B transferantur N Q, & Q O, fiantque ipſis æquales A E, & E C. Deinde fiant arcus C D, & E F, & in arcu C D applicetur I K, ducaturque recta A D, ſecans arcum E F in F, & ducatur recta E F; quæ ſi transferatur in I K ab I in M, erit hæc ſecta in M ita, ut I M ad M K habeat eam proportionem, quam habet N Q ad Q O.

PROBLEMA VI.

Datam rectam dividere in proportionē datam, quando numeri proportionis ſunt majores quàm numerus particularum Lineæ Arithmeticæ.

Linea Arithmetica diviſa eſt, ut ſuppono, in centum particulas, uterque verò proportionis terminus, hoc eſt, tam antecedens, quàm conſequens, eſt major quàm centum, vel ſaltem unus ipſorum, nempe antecedens; ſic procede.

F.CCXIX. Ico.XXIX.

Quando ſolùm antecedens terminus eſt major quàm 100, v. g. quando in exemplo præcedentis Problematis quarti dividenda eſt G H ita, ut tota G H ad partem G I ſit, ut 1140 ad 87: divide majorem numerum 1140 per numerum quemcunque (dummodò quotus reſultans non ſit major quàm 100) v. g. per 12, ita ut quotus fiat 95: ſimiliter divide lineam G H datam in duodecim partes. His factis expone lineam A B, & intervallo 95 particularum deſcribe arcum D C, in eoque applica duodecimam partem lineæ G H; & ductâ rectâ A D, deſcribe alium arcum E F ad intervallum 87 particularum. Dico, rectam E F, ſi intelligatur ducta, habere ad totam G H proportionem, quam habent 87 ad 1140.

DEMONSTRATIO.

Quia ſi ad intervallum 1140 particularum deſcriptus fuiſſet arcsu C D, in eoque applicata tota linea G H: angulus D A C non eſſet major aut minor quàm nunc ſit: Ergo nec arcus E F, deſcriptus ad intervallum 87 particularum, major eſſet aut minor quàm nunc. ergo &c.

Quan-

Quando verò tam antecedens, quàm conſequens proportionis terminus major eſt quàm 100, procede cum antecedente ut dictum, & conſequentem divide per numerum quemcunque, v.g. per 5, & ad intervallum particularum æqualium quoto reperto deſcribe arcum E F, repertamque lineam EF replica quinquies in tota G H uſque ad I v. g. eritque G H diviſa in I, prout deſiderabatur. Ratio patet ex dictis in præcedentibus, & ex demonſtratione proximè facta.

PROBLEMA VII.

Dividere lineam rectam datam in plures partes, quæ habeant inter ſe rationem datam.

F. CCXX. Ico. XXX. SIt in figura Problem. V. linea N O, dividenda in tres partes, quarum prima ſit ad mediam, ut 10 ad 4; & media ad tertiam, ut 4 ad 8. Collige tres numeros, 10, 4, 8, in unam ſummam, ut fiant 22; item duos priores, 10, 4, in unam, ut fiant 14. Expone deinde lineam A B indeterminatæ longitudinis, & ad intervallum 22 particularum ex Arithmetica linea deſumptarum deſcribe arcum C D: item ad intervallum quatuordecim particularum arcum E F: demum ad intervallum decem particularum arcum G H. In arcu C D applica totam lineam N O, à C uſque ad D. v. g. & duc rectam A D, quæ ſecet reliquos arcus in F & H; ducque rectas H G, F E; quas deinde transferes in rectam N O, uſque ad puncta P, Q. Dico, rectam N O in punctis P & Q eſſe ſectam ſecundùm proportionem deſideratam; hoc eſt, N P ad P Q eſſe ut 10 ad 4, & P Q ad Q O ut 4 ad 8.

DEMONSTRATIO.

UT A G ad A E, & A C, ita G H ad E F, & C D: ſed A G eſt 10, quarum A E eſt 14, & A C 22; ergo & G H erit 10, quarum E F 14, & C D 22. Ergo E F, hoc eſt, N Q, ſuperat G H, hoc eſt, N P, in 4; & C D, hoc eſt, N O, ſuperat E F, ſeu N Q, in 8. ergo &c.

PRO-

PROBLEMA VIII.

Datis duabus, quarum una in quotcunque partes ſit, aut intelligatur diviſa, quot talium partium altera contineat, inquirere.

DEntur duæ rectæ, A & B, & A ſit diviſa in partes 75 v. g. quæritur in quot ſit diviſa B? Ductâ A B, ſume ex Arithmetica Linea 75 particulas, & ad intercapedinem ipſarum fac ex centro A arcum D C, eique applica rectam A, à C uſque ad D, & fac angulum D A C. Intercipe deinde circino rectam B, & quære inter duo trianguli D A C crura, duo puncta, E & F, æqualiter à centro A diſtantia; dabitque A E in Arithmeticam tranſlata partes deſideratas ipſius B. F.CCXXI. Ico. XXX.

DEMONSTRATIO.

Ratio eſt, quia ſicut A C eſt æqualis ipſi C D, quo ad partium numerum, ita A E ipſi E F, hoc eſt, ipſi B; ergo &c.

ANNOTATIO.

Lege etiam quæ diximus ſuprà Problemate tertio.

PROBLEMA IX.

Datam rectam lineam mediâ & extremâ ratione ſecare.

DOcet hoc Euclides lib. 2. Elem. Propoſ. 11, & lib. 6 Propoſ. 30. Auxilio verò Linearum noſtrarum ita fit. Sit data linea G H; ſecanda in duas partes inæquales ita, ut quam proportionem habet tota linea ad majus ſegmentum, eandem habeat majus ſegmentum ad minus: ſeu, quod idem eſt, ut quadratum ex majori ſegmento, æquale ſit rectangulo ex toto in reſiduum. Extat in Inſtrumento linea æqualis Lineæ Arithmeticæ, ſecta mediâ & extremâ ratione. Ad hujus lineæ intercapedinem deſcribatur ſuper A B, ex centro A, arcus C D, in quo coaptetur ſegmentum vel F.CCXIX. Ico.XXIX.

majus, vel minus prædictæ lineæ Inſtrumenti ſectæ prædicta ratione, & ducatur recta A D. His factis, ſecundùm longitudinem lineæ G H datæ, ex centro A deſcribatur arcus E F, citra aut ultra arcum C D, & ejus ſubtenſa E F dabit ſegmentum ipſius G H, vel majus, vel minus, prout arcui C D coaptaſti vel majus vel minus ſegmentum Lineæ Inſtrumenti. Ratio ex dictis colligitur; ubi etiam diſces, quid faciendum, ſi linea data eſt nimis longa.

PROBLEMA X.

Inter duas datas mediam proportionalem invenire.

SInt datæ duæ, A & B, præcedentis figuræ Problematis 8. inter quas invenienda ſit media, ad quam ſit A, ſicut ipſa ad B. Fit hoc auxilio Linearum Arithmeticæ & Geometricæ ſic. Lineas datas transfer in Lineam Arithmeticam, ut fiant notæ in numeris, ſitque B 4, A 16 partium. Quibus factis, operare ut dictum ſuprà cap. 1. Problem. 6. nempe ductâ rectâ A B, ad intervallum puncti decimi ſexti Lineæ Geometricæ, deſcribe arcum D C ex centro A, in eoque applica lineam majorem datam, & fac ſubtenſam C D ipſi æqualem. Iterum ad intervallum puncti quarti ejuſdem Lineæ Geometricæ deſcribe arcum E F ex eodem centro A, ejuſque ſubtenſam E F transfer in Lineam Arithmeticam, & invenies octo partes pro media proportionali; ſic ergo ſtabit exemplum. 4. 8. 16. ubi vides, quòd ſicut primus numerus ſeu prima linea eſt dimidium ſecundæ; ita ſecunda eſt dimidium tertiæ.

PROBLEMA XI.

Inter duas datas, duas medias proportionales invenire.

DAtas duas lineas transfer in Lineam Arithmeticam, ut fiant notæ in numeris; deinde auxilio Linearum Arithmeticæ & Stereometricæ operare, ut dictum ſuprà de numeris cap. 1. Problem. 7.

CAPUT

CAPUT TERTIUM.

De diviſione Circulorum in ſuas partes;

ſive

Problemata Cyclometrica.

INter reliquas lineas Inſtrumento inſcriptas habetur una pro diviſione Lineæ circularis, altera pro diviſione quadrantis. Harum ope perficientur ſequentia Problemata.

Poſthac autem omittimus ferè Demonſtrationes, quia vix à prædictis differunt.

PROBLEMA I.

Circulum in quotlibet partes dividere.

FIt hoc ope Lineæ, cui adſcriptum eſt, *Lineæ circularis diviſio*, ſic. Sit datus circulus F G I, cujus pars decima ſit accipienda. Duc rectam A C, & centro A, intervallo totius prædictæ Lineæ Inſtrumenti fac arcum C D, in eoque coapta ſemidiametrum F G circuli dati, à C uſque in D, & duc rectam A D. Deinde ſume circino ex eadem Linea Inſtrumenti intervallum inter principium & 10, & ex centro A deſcribe arcum E F; eritque ſubtenſa E F decima pars circuli dati inter G & I. Figura CCXXII. Ico. XXX.

COROLLARIUM.

Polygona quælibet cuilibet circulo inſcribere.

H*Inc patet, quomodo dato cuicunque circulo inſcribenda ſit quæcunque figura polygona regularis, v. g. hexagona, heptagona, octogona &c. Si enim præſenti circulo inſcribenda eſſet figura decagona, ſeu decem laterum & angulorum æqualium, transferendum eſſet intervallum E F, ſeu G I, decies per circumferentiam circuli, & puncta inventa rectis lineis connectenda. Eodemque modo procedendum eſt in aliis figuris inſcribendis. Sed de his plura Capite V. ſequenti.*

ANNOTATIONES.

I.

SI magnus aliquis circulus eſſet dividendus in partes, aut eidem inſcribenda figura polygona regularis; deſcribe intra ipſum ex centro ejus circulum minorem, eumque divide modo prædicto, & ex centro per puncta in minori circulo inventa educ ad circumferentiam majoris lineas, ſeu fila recta, & nota puncta, eaque rectis deinde lineis connecte.

II. *Si circulus datus eſſet dividendus in 3, 4, 5 partes, quæ in Linea Inſtrumenti non ſunt notatæ; aut ſi eidem circulo inſcribendæ forent figuræ regulares trilateræ, quadrilateræ, quinquelateræ; divide ipſum modo jam dicto in 6, 8, 10 partes, & ſpatium inventum duplica, & ſubtenſa duarum hujuſmodi partium erit pars aut latus deſideratum. v. g. ſi dividendus eſſet præſens circulus F G I, in quinque partes, aut ipſi inſcribenda figura quinque laterum æqualium: divide ipſum priùs in decem partes, quærendo partam ipſius decimam G I. eamque transfer in K; eritque ſpatium inter G & K quinta pars circuli dati, latuſque pentagoni.*

III. *E contrario ſi circulus eſſet dividendus in partes minores, quarum numeri non eſſent notati in Linea Inſtrumenti; v. g. eſt notatum punctum 5, non verò puuctum 10; ſic operare. Quære partem quintam circuli, nempe G K, & arcum G K divide bifariam in I, eritque G I, vel K I, pars decima. Idem judicium eſto de aliis ſimilibus partibus.*

PROBLEMA II.

Quadrantem, aut Circulum in quotlibet gradus dividere.

PRæcedens praxis diviſionis circuli dat ſolùm partes, quæ ſint latera polygonorum æquilaterûm & æquiangulorum. Nunc videndum, quomodo dividendus idem circulus, aut quadrans circuli in gradus & partes quotcunque, ſive deinde latera dictorum polygonorum ſint quærenda, ſive non. Fit hoc ope Lineæ, cui adſcriptum eſt, *Quadrantis diviſio*, ſic:

Supra dictam A B præcedentis figuræ deſcribatur ex A arcus C D ad intervallum à principio uſque ad punctum ſexageſimum prædictæ lineæ Inſtrumenti; atque in hoc arcu applicetur ſemidiameter quadrantis aut circuli dati, & ducatur recta A D.

Hoc

Hoc facto, ex eodem A, ad intervallum propoſiti gradus notati in Linea, deſcribe alium arcum E F, ejuſque ſubtenſam transfer in peripheriam propoſiti quadrantis aut circuli; & habebis gradus quæſitos. Ratio ex dictis patet.

ANNOTATIONES.

I.

SI numerus graduum quæſitorum major eſt quàm 90 (qui ſolùm in Linea Inſtrumenti ſunt notati) quære primò 90 gradus, & deinde reliquos ſupra 90, eoſque adde ad 90 priùs inventas. v.g. ſint accipiendi gradus 130: quære primò gradus 90, & deinde reliquos 40; eoſque adde ad 90 in circulo propoſito inventos.

II. *Si circulus, aut quadrans propoſitus eſſet nimis magnus, procede ut dictum Annot. I. præcedentis Problematis.*

PROBLEMA III.

Partem quamcunque ex circulo, aut Quadrante, accipere.

EX dictis præcedenti Problemate colligitur, quomodo pars quæcunque ex circulo, aut quadrante ſit accipienda beneficio Lineæ Quadrantis. Sit enim accipienda pars trigeſima ex toto circulo. Divide totum circulum, hoc eſt, 360, per 30, & provenient in quoto 12. Accipe ergo 12 gradus, & habebis trigeſimam partem circuli. Si trigeſimam partem quadrantis vis accipere, divide 90 per 30, provenient 3; eruntque tres gradus accipiendi pro parte trigeſima quadrantis.

PROBLEMA IV.

Unum, duos, tres, quatuor &c. gradus ex circulo, aut quadrante, accipere.

LIcet hoc poſſit fieri modo dicto in præcedenti Problemate, quia tamen arcus E F, deſcriptus ex centro A præcedentis figuræ, eſt nimis vicinus centro A, ac proinde nimis parvus, ideoque ſubtenſa ipſius difficulter poteſt accipi; ſic operare. Accipe

priùs modo prædicto gradus quotcunque, v. g. triginta, eoſque nota in circumferentia inter G & K: deinde accipe gradus 31, eoſque ſimiliter nota ex eodem puncto G, inter G & L. Diſtantia inter K & L dabit unum gradum. Simili ratione invenies duos, tres, quatuor &c.

PROBLEMA V.

Data Circuli, ſeu peripheriæ portione, invenire quot contineat gradus.

Figura CCXXIII. Icon. XXX

SIt data peripheria G H. Ductâ rectâ A B, accipe circino ex linea Quadrantis intervallum ſexaginta graduum, id eſt, ſemidiametri circuli, & deſcribe arcum C D ex centro A: iterum ex eodem centro A, intervallo I G, deſcribe arcum E F, in eumque transfer amplitudinem G H arcus dati ab E uſque in F, & duc rectam A F D: tandem diſtantiam C D circino interceptam transfer in Lineam Quadrantis, poſito uno circini pede in principio Lineæ; alter enim pes oſtendet tibi numerum graduum arcus C D, & conſequenter arcus E F, id eſt, arcus G H dati.

COROLLARIUM.

Circini aperturæ quantitatem reperire.

EX his facilè cognoſcitur, quot graduum ſit apertura circini alicujus, ſi nimirum in linea A B ſumatur portio A E æqualis cruri circini, & fiat arcus E F æqualis aperturæ circini; & ducta recta A F D, fiat alius arcus C D intercapedine ſexaginta graduum Lineæ Quadrantis, indageturque modo dicto quantitas arcus C D. Sed de hac re, uti & de angulorum quorumcunque amplitudine cognoſcenda, dicentur plura paulò poſt in capite ſequenti.

PROBLEMA VI.

Datum circuli arcum imperatis gradibus augere, vel minuere.

SIt præcedentis ſchematis arcus G H augendus, vel minuendus 20 gradibus. Auge, vel minue arcum C D viginti gradibus, uſque

que ad punctum L, vel K; & ex A per L aut K duc rectas A N L, A M K; eritque arcus F N, & F M, viginti graduum. Ratio ex dictis patet.

PROBLEMA VII.

Circumferentiæ circuli dati lineam rectam æqualem invenire.

FIeri hoc poteſt beneficio Lineæ Arithmeticæ, & Lineæ Proportionis Diametri ad circumferentiam.

Per Lineam proportionis Diametri ad Circumferentiam ſic. Sit datus circulus F G H, cujus diameter G H. Duc lineam A C, & ad intervallum totius prædictæ Lineæ fac arcum C D centro A, ad intervallum verò ſigni + ejuſdem Lineæ fac alium arcum E F; in hoc arcu applica diametrum G H circuli dati, ab E uſque ad F, & duc rectam A D, ſecantem arcum C D in puncto D; eritque intervallum C D æquale Lineæ circulari circuli dati; quod intervallum ſi transferas in lineam Arithmeticam, invenies eandem circumferentiam in numeris. Figura CCXXIV. Ico. XXX.

Per Lineam verò Arithmeticam ſic idem aſſequeris. Ductâ rectâ A C, ad intervallum totius Lineæ Arithmeticæ, fac arcum C D, ad intervallum verò particularum $31\frac{8}{10}$ (ſi in centum diviſa eſt Linea) fac arcum E F, & procede ut dictum. Ratio hujus utriuſque operationis eſt facilis.

COROLLARIA.

I.

H*Inc patet, quomodo data diametro circuli, inveniatur circumferentia circuli in linea recta.*

II. *Patet præterea, quomodo data circumferentia circuli reperiatur diameter, ſi nimirum circumferentia applicetur arcui C D, & ductâ rectâ A D fiat arcus E F modo dicto.*

ANNOTATIO.

A*Liter etiam ex Linea Arithmetica reperies circumferentiam ex diametro data, ſi ad intervallum ſeptem, aut quatuordecim, aut viginti unius, aut viginti octo punctorum deſcribas arcum E F, eique applices diametrum datam, & ducas rectam A F D; & deinde ad intervallum 22,*

aut

aut 44, 66, 88 &c. punctorum deſcribas arcum C D: nam intervallum C D dabit circumferentiam. Datâ verò circumferentiâ invenies diametrum contrariâ ratione.

PROBLEMA VIII.

Dato Circuli arcu, reperire diametrum circuli cujus eſt arcus.

F.CCXXV Ico. XXX. AD dati arcus terminos ſubtende rectam, eamque biſeca, & ex puncto biſectionis erige perpendicularem in arcum datum, quæ arcum ſecabit bifariam; ſubtenſa ſemiarcus erit media proportionalis inter diametrum & interceptam. Sit datus arcus E A D, & ſit quærenda diameter circuli, cujus eſt arcus. Ductâ rectâ E D per arcus dati extremos terminos E & D, ſeca illam bifariam in B, & erige perpendicularem B A; ſemiarcui verò A D ſubtende rectam A D. Dico, hanc eſſe mediam proportionalem inter erectam B A, & diametrum quæſitam. Quære ergo rectis A B, A D, tertiam proportionalem, per undecimam libr. Sexti Euclidis, & habebis intentum. Ratio eſt, quia duo triangula A B D, A E D, ſunt æquiangula: nam anguli A B D, A D E, ſunt recti, ille per conſtructionem, hic per trigeſimam primam Tertii; angulus verò E A D communis eſt utrique triangulo, & reliqui æquales ſunt, *per 32. Primi.* Ergo, *per quartam Sexti*, ut B A ad A D, ita D A ad A E.

ANNOTATIO.

S*I A B & A D notæ ſint in numeris, duc A D in ſeipſum, & productum divide per A B, prodibitque A E; quoniam qui à medio A D efficitur numerus, æqualis eſt ei qui ſub extremis A B, A E continetur,* per vigeſimam Septimi.

PROBLEMA IX.

Datum circulum in data proportione augere, vel minuere.

INter terminos datæ proportionis quære mediam proportionalem, per Problema decimum Capitis ſecundi præcedentis. Fac deinde, ut primus terminus proportionis ad mediam proportionalem

nalem inventam, ita circuli data diameter ad aliam; ex hac enim circulus deſcriptus eandem habebit proportionem, quam termini dati. Eſto circuli data diameter 7, & circulus faciendus novies major. Igitur termini proportionis datæ ſunt 1 & 9, interque eos medius proportionalis eſt 3. Dic ergo, ut 1 ad 3, ita 7 ad 21; eritque circulus cujus diameter eſt 21, novies major circulo dato, cujus diameter eſt 7. Demonſtratio patet ex dictis Lib. 8. Capite V. Problem. 9. & 10.

PROBLEMA X.

Aliter datum circulum in data proportione augere, vel minuere.

FIt hoc ope Lineæ Arithmeticæ & Tabulæ ſequentis, quam deſumpſimus ex Amuſſi Ferdinandea Decade 2 Problem. 7.

Tabula pro augendis ac minuendis circulis in data proportione.

IN hac ſequenti Tabula proportio eſt expreſſa numeris Romanis; termini verò reſpondentes, ſive radices quadratorum, expreſſi ſunt numeris vulgaribus.

I	10	XIII	36	XXV	50
II	14	XIV	37	XXVI	51
III	17	XV	39	XXVII	52
IV	20	XVI	40	XXVIII	53
V	22	XVII	41	XXIX	54
VI	25	XVIII	42	XXX	55
VII	26	XIX	44	XXXI	56
VIII	28	XX	45	XXXII	56½
IX	30	XXI	46	XXXIII	57
X	32	XXII	47	XXXIV	58
XI	33	XXIII	48	XXXV	59
XII	35	XXIV	49	XXXVI	60

XXXVII	61	XLV	67	LXV	81
XXXVIII	61½	XLVI	67½	LXX	84
XXXIX	62	XLVII	68	LXXV	87
XL	63	XLVIII	69	LXXX	89
XLI	64	XLIX	70	LXXXV	92
XLII	65	L	71	XC	95
XLIII	65½	LV	74	XCV	97
XLIV	66	LX	78	C	100

Figura CCXXVI. Ico. XXX. Uſus hujus tabulæ hic eſt. Sit augendus circulus A B in proportione quadrupla. Duc rectam C D, & centro C, intervallo decem particularum lineæ Arithmeticæ, fac arcum E F, in eoque applica diametrum A B circuli dati, ab E uſque ad F, & duc rectam C F indeterminatam. Et quia ad numerum IV (in quem data magnitudo multiplicanda eſt) adſcriptus eſt numerus 20, ideo eodem centro C, intervallo viginti particularum Lineæ Arithmeticæ, fac alium arcum G H, ſecantem rectam C F productam in puncto H. Recta G H, ſubtendens arcum G H, eſt diameter circuli, ex quo deſcriptus circulus quadruplus eſt prioris.

Eſto iterum circulus G H diminuendus in proportione ſubquadrupla, hoc eſt, dandus ſit circulus, qui ſit quater minor circulo dato. Expone lineam, ut antea, C D, & centro C ad intervallum viginti particularum Lineæ Arithmeticæ fac arcum G H (eò quòd in tabula præmiſſa numero IV adſcriptus eſt numerus 20) in eoque applica diametrum G H, ducta recta C H. Deinde ad intervallum decem particularum Lineæ Arithmeticæ fac alium arcum E F. Recta E F huic arcui ſubtenſa, eſt diameter circuli quæſiti.

ANNOTATIO.

QVod dixi de Diametro, dicendum etiam eſt de radio circuli dati & quæſiti, eſt enim eadem proportio diametri ad ſemidiametrum, quæ diametri ad diametrum. Ratio porrò hujus praxis fundatur in dictis ſuprà lib. 8. cap. V. De tranſmutatione circuli in alias figuras planas æqualis capacitatis, dicemus poſtea

CAPUT

CAPUT QUARTUM.

De uſu Linearum Polymetrarum in angulis, atque triangulis;

ſive

Problemata Trigonometrica.

PROBLEMA I.

Angulum rectilineum ad deſideratam menſuram conſtruere.

COnſtruendus ſit angulus rectilineus triginta graduum. Ducta A B ęquali lineæ fundamentali, & facto arcu B D indeterminatæ magnitudinis, accipe ex linea Graduum intercapedinem triginta graduum, eamque transfer in arcum B D, ex B in D, & duc rectam A D; eritque angulus B A D triginta graduum. Figura CCXXVII Ico. XXX.

PROBLEMA II.

Amplitudinem anguli rectilinei dati cognoſcere.

SIt datus angulus rectilineus G F H, cujus amplitudo quæritur. Ductâ rectâ A B, fundamentali lineæ æquali, & arcu B D quantocunque deſcribe ex angulo F dato arcum G H ad quodcunque intervallum. Deinde ad intercapedinem F H deſcribe ex puncto A, arcum C E indeterminatæ magnitudinis, accipeque circino tranſverſam H G, eamque transfer in arcum C E, ex C in E, & duc rectam A E D, quæ ſecet arcum B D in D. Tandem tranſverſæ B D magnitudinem circino acceptam applica ad lineam graduum, & dabit tibi amplitudinem anguli A, & conſequenter anguli F.

PROBLEMA III.

Dato crure utroque trianguli rectanguli, invenire baſin, & utrumque angulum acutum.

SInt crura data partium 8 & 6. Conſtitue in plano aliquo angulum rectangulum C A B, cujus utrumque crus æquale ſit lineæ fundamentali. Deinde ex linea Arithmetica ſume circino partes 8, eaſque transfer ex A in D; item partes 6, eaſque transfer ex A in E, & duc baſim E D. Tandem intercipe hanc baſin circino, eamque transfer in lineam Arithmeticam; & quot particularum erit hæc baſis, tot particularum erit baſis trianguli dati.

Figura CC XXVIII. Ico. XXX.

Angulorum acutorum amplitudinem invenies per præcedens Problema.

ANNOTATIO.

PRo numeris 8 & 6, accipi poſſunt eorum multiplices 80 & 60. Si numeri dati ſint nimis magni, ut 800, & 600, ſumi poſſunt eorum loco ſubmultiplices 80 & 60, vel 8 & 6, aut alii quicunque. Vel partes lineæ Arithmeticæ ſunt æſtimandæ multiplices, tribuendo uni decem, aut centum particulas.

PROBLEMA IV.

Datis baſi & crure uno trianguli rectanguli, crus alterum, & angulos acutos invenire.

SIt baſis data decem partium, & crus datum octo partium. Fac angulum rectum, ut antea, C A B, & acceptâ circino in linea A B intercapedine 8 partium ab A ad D, accipe eodem circino intercapedinem decem partium, & poſito uno circini pede in D, altero invariato manente nota punctum in A C, nempe E v. g. & duc rectam E D. Quot jam partibus Lineæ Arithmeticæ æqualis erit Linea A E, tot partium erit alterum crus trianguli dati. Angulos menſurabis per præcedens Problema II.

PROBLEMA V.

Data baſi cum angulo acuto, invenire crura trianguli rectanguli dati.

SIt baſis data partium decem, & angulus datus graduum triginta; erit reliquus angulus graduum ſexaginta, utpote complementum prioris ad rectum. Duc jam rectam D E æqualem partibus decem lineæ Arithmeticæ, & ad punctum D conſtitue angulum triginta graduum, per præcedens Problema I; ad punctum verò E angulum ſexaginta graduum, ductis rectis E A, D A; quos ſi menſurabis, ut dictum in pręcedentibus, habebis latera ſeu crura quæſita cognita.

PROBLEMA VI.

Dato Crure cum angulis acutis, reliquum crus, & baſin trianguli rectanguli invenire.

CRus datum ſit octo partium, anguli ſint triginta, & ſexaginta. Fiat angulus rectus C A B, ut dictum in Problemate III, numerenturque ab A ad D partes octo, & ad punctum D fiat angulus triginta graduum, & ducatur recta E D protracta, donec interſecet rectam A C in puncto E. Dabit A E in partibus Lineæ Arithmeticæ partes cruris quæſiti; & D E baſin,

PROBLEMA VII.

Datis tribus trianguli obliquanguli lateribus, tres ejuſdem angulos invenire.

LAtus primum datum ſit 8, ſecundum 9, tertium 10. Ducatur recta A B æqualis lineæ fundamentali ſeu Arithmeticæ, in eaque ab A ad C ſumantur circino partes octo. Deinde in eadem Linea Arithmetica ſumantur circino partes novem, & poſito uno circini pede in C, fiat arcus D. Tandem ſumantur partes decem, & poſito uno pede in A, fiat alius arcus D, ſecans priorem in puncto D. Si jam ducas rectas D A, D C, erit triangulum A C D æ- Figura CCXXIX. Ico. XXX.

 qui-

quiangulum triangulo dato. Si ergo invenias angulos hujus trianguli, per præcedens Problema II, habebis etiam angulos trianguli dati.

PROBLEMA VIII.

Datis duobus trianguli obliquanguli lateribus, cum angulo ab eis comprehenſo, latus tertium & angulos reliquos concludere.

SIt crus unum 8, alterum 9, angulus graduum 30. Ex linea A B accipe partes octo ab A ad C, conſtitueq; ad punctum A angulum triginta graduum, per Problema primum præcedens, & duc rectam A D. In A D transfer partes 9 ex Linea Arithmetica, ab A ad D, & duc rectam D C; habebiſque triangulum æquiangulum triangulo dato, cujus latus tertium & angulos reliquos invenies per dicta in præcedentibus.

PROBLEMA IX.

Datis trianguli obliquanguli uno latere, cum duobus angulis eidem adjacentibus, angulum tertium, & reliqua latera inveſtigare.

ANgulus tertius invenitur, ſi angulos duos datos ſubducas ex ſemicirculo, nempe ex gradibus 180; reſiduum enim eſt angulus reliquus. Latera ſic invenies. Ductâ A B æquali fundamentali ſeu Arithmeticæ Lineæ, intercipe circino partes lateris dati ab A uſque ad C; & ex puncto A conſtitue angulum alterutrum lateri dato adjacentium, ducta recta A D. Similiter ex puncto C conſtitue alterum angulum, ductâ rectâ C D. Fiet enim triangulum, cujus latera, per præcedentia Problemata inventa, dabunt latera deſiderata.

PROBLEMA X.

Datis trianguli rectilinei tribus angulis, invenire proportionem laterum.

Angu-

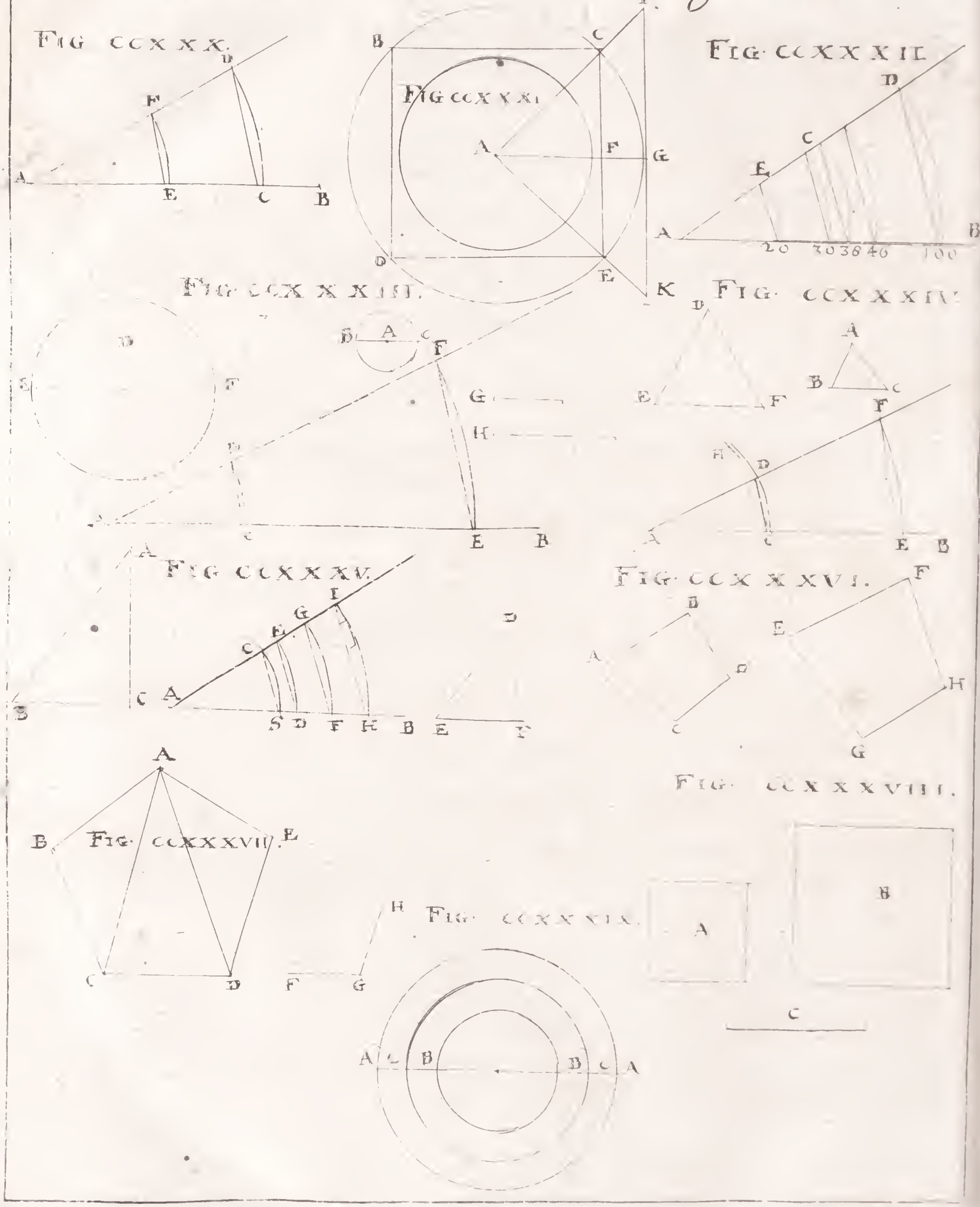


Fig. CCXX. Fig. CCXXI. Fig. CCXXII. Fig. CCXXIII. Fig. CCXXIV. Fig. CCXXV. Fig. CCXXVI. Fig. CCXXVII. Fig. CCXXVIII. Fig. CCXXIX.

ANgulis datis ſubtende lineas rectas, eaſque intercipe in Linea Graduum, ut habeas angulorum datorum proportionem: quâ habitâ, habebis etiam proportionem laterum, cùm eadem ſit horum, atque illorum proportio.

CAPUT QUINTUM.

De uſu linearum Polymetrarum in Polygonis regularibus deſcribendis;

ſive

Problemata Polygonographica.

PROBLEMA I.

In dato circulo Polygonum æquiangulum & æquilaterum quodcunque deſcribere.

FIt hoc auxilio Lineæ Polygonorum ſic. Expone lineam rectam A B æqualem Lineæ Polygonorum, & centro A, intervallo A VI. dictæ lineæ, deſcribe arcum C D, in eoque applica radium dati circuli, ab A uſque ad D. Deinde eodem centro A, intervallo uſque ad numerum laterum Polygoni deſcribendi fac alium arcum E F, v. g. Recta E F erit latus Polygoni quæſiti dato circulo inſcribendi. Exemplum. Eſto datus circuli radius v. g. centum particularum lineæ Arithmeticæ, & in eo circulo deſcribendum ſit Polygonum novem laterum. Factâ lineâ A B, & centro A, intervallo A VI, facto arcu C D, applica in illo ex C in D radium datum centum particularum, & duc rectam A D. Deinde eodem centro A, intervallo A IX lineæ Polygonorum, fac alium arcum E F. Recta E F erit latus Enneagoni dato circulo inſcribendi. Figura C C XXX. Ico. XXXI.

ANNOTATIO.

EOdem prorſus modo inſcribuntur circulo cuicunque dato cætera Polygona quæcunque, quorum latera ſunt inſcripta Lineæ Polygonorum.

PRO-

PROBLEMA II.

Dato latere Polygoni deſcribendi, invenire radium circuli, cui inſcribendum ſit.

ESto datum latus Decagoni, cujuſcunque magnitudinis, v. g. 62 partium lineæ Arithmeticæ, hoc eſt, data ſit linea recta 62 partium pro latere Decagoni futuri. Expone lineam A B, & centro A, intervallo A X, fac arcum E F, in eoque applica latus datum ab E uſque ad F, & duc rectam A F D. Deinde eodem centro A, intervallo A VI, fac alium arcum C D. Recta C D erit radius circuli quæſiti.

ANNOTATIO.

SI latus datum ſit nimis magnum, accipe ejus ſubmultiplicem, & procede ut dictum. Auge deinde radium inventum, prout opus fuerit, & in circulo deſcripto applica latus ſimiliter auctum.

PROBLEMA III.

Circa datum circulum, Polygonum quodcunque deſcribere.

Figura CCXXXI. Ico. XXXI.

QUoniam eſt, ut perpendicularis ex centro circuli in latus Polygoni eidem circulo inſcripti, ad radium circuli Polygono circumſcripti; ita idem radius ad radium Polygoni dato circulo circumſcripti: ideo ſi dato aut quęſito circulo inſcribas Polygonū deſideratum, juxta prædictas regulas, & deinde latus Polygoni inſcripti dimidies, & ex centro per punctum biſectionis educas rectam radio circuli æqualem, & ex radii educti extremitate ducas perpendicularem inſcripto lateri parallelam, producaſque ex utroque inſcripti lateris termino diametros per centrum; intercipietur latus Polygoni circulo circumſcribendi.

Datus ſit circulus A B C E D, eique circumſcribendum quadratum. Inſcribe prius eidem circulo quadratum B C E D, ejuſque latus C E biſeca in F puncto, & ex centro A educ rectam A F G, æqualem radio A C; & per extremum punctum G duc rectam I K, parallelam lateri C E; & ex centro A, per extrema C & E, educ

rectas

rectas A I, A K; quæ intercipient rectam I K, latus quadrati circulo circumſcribendi.

PROBLEMA IV.

Intra datum Polygonum deſcribere circulum.

EX centro Polygoni dati demitte perpendicularem in datum latus Polygoni; ſeu biſeca unum latus Polygoni dati, & ex centro ad punctum biſectionis duc rectam: ea erit radius circuli, qui quæritur. Eſto datum quadratum B C E D, intraque ipſum ſit deſcribendus circulus. Ex centro A, ad latus C E, duc perpendicularem A F. Hæc erit radius circuli inſcribendi.

PROBLEMA V.

Latera dati Polygoni in data proportione augere, vel minuere.

POteſt hoc fieri ope Lineæ Arithmeticæ. Eſto igitur datum latus cujuſcunque Polygoni, augendum in proportione tripla. Figura CCXXX. Ico. XXXI Expone lineam A B ſuperioris figuræ, æqualem Lineæ Arithmeticæ, in eaque nota terminos datæ proportionis, v. g. 30 & 90, qui cadant in puncta E & C. Deinde centro A, intervallo A E, ſeu A 30, fac arcum E F, in eoque applica latus Polygoni datum, ab E uſque ad F, & duc rectam A F D. Tandem centro A, intervallo A C, ſeu A 90, fac alium arcum C D. Subtenſa C D erit latus quæſitum.

Si minuendum eſſet latus datum in tripla proportione, applica prius latus intra arcum C D, & ſubtenſa E F erit latus ſubtriplum quæſitum.

PROBLEMA VI.

Dati Polygoni aream in data proportione augere, vel minuere.

DAti Polygoni latus auge in data proportione, & inter latus datum, & repertum, quære mediam proportionalem, per dicta ſuprà cap. 2. hujus Libri, Probl. 10, aut per dicta Lib. 8. cap. 1,

Lem. 3. Media hæc proportionalis reperta, eſt latus Polygoni, cujus area dati Polygoni aream excedit in data proportione, aut ab illa exceditur.

ANNOTATIO.

Poteris hic uti Tabulâ, quam propoſuimus ſuprà Cap. 3. Problem. X. ſicut enim ex illa tabula augeri vel minui poteſt circulus in qualibet proportione, ita augeri etiam & minui poteſt quodlibet Polygonum.

PROBLEMA VII.

Dato Polygono invenire æquale triangulum, aut viciſſim.

Fieri id poteſt ope Tabulæ ſequentis ſic.

Figura CC XXXII. Ico. XXXI.

Eſto datum octogonum, ejuſque latus cujuſcunque magnitudinis. Expone lineam A B æqualem Lineæ Arithmeticæ, & centro A, intervallo A 30 (quoniam hic numerus in tabula reſpondet octogono) fac arcum 30 C, in eoque applica latus octogoni dati. Deinde eodem centro A, intervallo A 100 (quoniam hic numerus in tabula reſpondet trigono) fac alium arcum 100 D. Subtenſa 100 D erit latus trianguli dato octogono æqualis.

Nomina	Latera	Radii
III	100	58
IV	66	46
V	50	43
VI	41	41
VII	34	40
VIII	30	39
IX	26	39
X	24	38
XI	22	38
XII	20	38

ANNOTATIO.

Si velis triangulo dato æquale Polygonum conſtituere, contrario modo operari debes, deſcribendo priùs arcum 100 D, & deinde arcum 30 C &c.

PROBLEMA VIII.

Dato Polygono æquale alterius nominis Polygonum conſtituere.

Fit per Lineam Arithmeticam, & per præcedentem tabellam ſic. Eſto datum Octangulum, conſtruendumque ſit Duode-

can-

cangulum ipſi æquale. Expoſitâ lineâ A B, ut antea, Centro A, intercapedine A 30 (quoniam hic numerus reſpondet octogono) fiat arcus 30 C, eique applicetur latus octogoni dati, à 30 uſque ad C, & ducatur recta A C D. Deinde eodem centro A, intervallo A 20 (quoniam hic numerus reſpondet Duodecagono) fiat arcus 20 E. Recta ſeu Subtenſa 20 E erit latus Duodecagoni æqualis dato Octogono.

ANNOTATIO.

Potes etiam dato radio Polygoni convertendi, invenire radium Polygoni conſtruendi, per eandem tabellam. Detur enim quadrangulum, cujus radius ſit pedum, aut partium qualiumcunque viginti trium; quæratur verò radius Duodecagoni eidem quadrangulo æqualis. Centro A, intervallo A 46 (quoniam hic numerus reſpondet radio Quadranguli) fiat arcus, eique applicetur radius datus, & ducatur recta A D. Deinde eodem centro A, intervallo A 38 (quoniam hic numerus reſpondet radio Duodecanguli) fiat alius arcus; ejus enim Subtenſa erit radius Duodecagoni quæſiti, qui erit in propoſito caſu pedum 19.

CAPUT SEXTUM

De uſu linearum Polymetrarum in planis figuris augendis, minuendis, ad invicem permutandis;

ſive

Problemata Metamorphotica planorum.

PROBLEMA I.

Figura CC XXXIII. Ico. XXXI.

Augere, aut minuere Circulum in quavis proportione.

QUod præſtitimus ſuprà Cap. 3. Problem. 9, 10, per Lineam Arithmeticam, præſtabimus hîc per Geometricam ſic. Sit datus circulus A, & ſit inveniendus alius ſextuplo major. Duc li-

neam rectam A B,& centro A,intervallo inter principium & punctum 1um Lineæ Geometricæ, fac arcum C D, in eumque tranſfer diametrum B C circuli A dati, à C uſque ad D, & duc rectam A D F. Deinde eodem centro A, intervallo inter principium & punctum VI. ejuſdem lineæ Geometricæ, fac alium arcum E F. Subtenſa E F erit diameter circuli D ſexies majoris circulo A dato. Idem eveniet, ſi loco diametrorum adhibeas ſemidiametros.

Si datus eſſet circulus D, & inveniendus circulus A ſexies minor, contrario modo procedendum eſſet, faciendo nimirum primò arcum E F,in eoque applicando diametrum E F;& deinde faciendo arcum C D, & circa ſubtenſam C D deſcribendo circulum A

Quod diximus hîc de proportione ſextupla, & ſubſextupla, Intelligendum eſt de quacunque proportione, dummodò ea nota ſit in numeris.

Si augendus eſſet circulus datus in proportione G ad H, aut minuendus in proportione H ad G; inquire proportionem G ad H in numeris ex linea Arithmetica, aut alia quacunque in partes æquales diviſa, & procede ut dictum.

PROBLEMA II.

Augere, vel minuere triangulum in data quavis proportione, conſtituendo alterum ſimile, ſimiliterque poſitum.

Figura CC XXXIV. Ico XXXI. Eſto triangulum A B C, eique conſtituendum aliud D E F ſimile ſimiliterq; poſitum in proportione ſeſquialtera, hoc eſt, quod ſit ſemel cum dimidio majus. Quære duos numeros, qui habeant dictam proportionem, ut ſunt 8 & 12, ſeu 2 & 3. Deinde ducta recta A B, accipe circino ex linea Geometrica intercapedinem octo punctorum, & ex centro A deſcribe arcum A D, in eoque applica latus B C trianguli A B C dati, à C uſque ad D, & duc rectam A D F. Iterumaccipe circino ex eadem linea Geometrica intercapedinē duodecim punctorum, & ex eodem centro A deſcribe arcum E F. Eritque ſubtenſa E F latus homologum lateri B C, pro triangulo, cujus ſuperficies ſit ſeſquialtera trianguli dati. Eodem modo inveni-

veni-

venies latera D E, D F, homologa lateribus A B, & A C, ſi nimirum intra arcum C D applices primò latus A B, deinde latus A C; nam in arcu E F invenies ſubtenſas pro lateribus D E, D F. Habitis tribus lineis E F, D E, D F, conſtrue ex illis triangulum, *per 22. Libri Primi Euclidis*, & habebis quod quærebas.

Si minuendum ſit triangulum in data proportione, procede contrario modo, ut diximus in præcedenti Problemate.

PROBLEMA III.

Latera trianguli dati augere, vel minuere in quacunque proportione, conſtituendo aliud ſimile ſimiliterque poſitum.

SIt datum triangulum A B C, ſitque conſtituendum aliud D E F ſimile, ſimiliterque deſcriptum, cujus latera ſingula ſint ad latera prioris, ut 6 ad 4. Expone lineam A B, & accipe ex linea Arithmetica, aliavè quacunque diviſa in partes æquales, partes ſex, eoque intervallo fac ex centro A arcum C S, in eumque transfer intervallum partium 4 ex eadem linea diviſa in partes æquales, & duc rectam A C I; eritque ſubtenſa C S partium 4, quarum A S eſt 6. His factis, intervallis B C, B A, C A, deſcribe ex centro A tres arcus, D E, F G, H I. Horum arcuum ſubtenſæ D E, F G, H I, erunt tria latera futuri trianguli D E F, conſtruendi *per vigeſimam ſecundam Primi Euclid.* Figura CCXXXV Ico. XXXI.

PROBLEMA IV.

Propoſitæ cuicunque figuræ aliam ſimilem ſimiliterque deſcriptam in quacunque proportione exhibere.

FIguram propoſitam, qualiſcunque ea ſit, & quotcunque laterum, reſolve in triangula, & aucto vel diminuto uno ex illis, auge vel diminue reliqua contigua modo dicto. Sit augendum ut antea in proportione ſeſquialtera trapezium A B C D, in trapezium E F G H. Ducta diagonali B C, reſolve trapezium datum in duo triangula. Inventis deinde tribus A B, A C, B C, tribus aliis proportionalibus E F, E G, F G, in data proportione, conſtitue Figura CC XXXVI. Ico. XXXI.

triangulum E F G. Iterum inventis tribus B D, D C, B C, tribus aliis proportionalibus F H, H G, F G, conſtitue triangulum F H G, priori contiguum ſupra eandem baſim F G; & habebis intentum.

Si minuenda ſit figura, procede contrario modo, ut diximus in præcedentibus. Atque in hunc modum licebit quamlibet figuram augere, vel minuere.

PROBLEMA V.

Propoſitæ cujuſcunque figuræ latera augere, vel minuere, in data proportione, conſtituendo aliam ſimilem ſimiliterque poſitam.

SOlemus plerùmque, dum totam figuram augere vel minuere volumus ſecundùm proportionem aliquam, adhibere duas ſcalas, ut vocant, majorem unam, & minorem alteram, hoc eſt, duas lineas, quarum una diviſa ſit in partes æquales majores, altera in minores; unâ illarum utimur ad menſuranda latera figuræ datæ, alterâ ad latera figuræ conſtruendæ efficienda proportionalia lateribus figuræ datæ. Hujuſmodi duas ſcalas ſuppeditat nobis Linea noſtra Arithmetica, aut quævis alia in partes æquales diviſa, tali pacto.

Sit propoſita figura A B C D E, cui conſtituenda ſit alia ſimilis, duplo minor quoad ſingula latera, ita ut latus F G, homologum lateri C D, ſit illo duplo minus; & latus G H, homologum lateri D E, ſit illo etiam duplo minus, Hîc adhibendæ forent duæ ſcalæ, quarum partes æquales eſſent in dupla proportione, nempe major pro figura conſtructa, minor pro conſtruenda. At per ſolam lineam Arithmeticam id fieri poteſt ſic. Supra lineam A B ſuperioris figuræ Probl. 3. transfer lineam C D figuræ præſentis, ab A uſque ad F, v. g. & fac arcum F G, in eoque applica lineam F G figuræ futuræ, ab F uſque ad G, ductâ rectâ A C I; eritque conſtructus angulus G A F, qui inſerviet pro ſcala reliquorum laterum figuræ conſtruendæ. Nam ſi ad intervallum lineæ C B figuræ datæ deſcribas ex A centro arcum S C, erit ſubtenſa S C latus homologum lateris C B. Si item ad intervallum lateris B A

Figura CC XXXVII Ico. XXXI.

faci-

facias arcum D E, erit ſubtenſa D E latus homologum lateri B A, & ſic de cæteris. Si igitur figuram datam dividas in triangula ut vides, & ex ſubtenſis inventis conſtituas totidem triangula ſibi contigua, modo dicto in præcedentibus; habebis figuram datæ ſimilem ſimiliterque poſitam, in proportione ſubdupla.

Si augenda eſſet figura, deberes procedere contrario modo. Eodem verò modo quælibet aliæ figuræ planæ augeri, minuivè poterunt.

PROBLEMA VI.

Inter duas figuras planas ſimiles invenire proportionem.

DAta ſint duo quadrata, A & B, & ſcire velis quam inter ſe habeant proportionem quoad capacitatem. Applica tam latus A, quàm latus B, ſupra lineam Geometricam, incipiendo à principio dictæ lineæ. Si præcisè terminentur in duobus diverſis punctis in linea notatis, v. g. A in puncto primo, B in ſecundo; habebunt quadrata proportionem duplam. Si non terminentur præcisè in duobus punctis, ſic procede. Expoſita linea A B ſuperioris figuræ Problem. 3. ſume circino ex Linea Geometrica intervallum aliquot punctorum, v. g. decem, & ex centro A deſcribe arcum, qui ſit v. g. F G, in eoque applica latus B, ab F uſque ad G, & duc rectam A G. Deinde ad intervallum aliorum punctorum lineæ Geometricæ, v. g. 4, 5, 6, &c. deſcribe alios arcus ex A centro, & vide quem illorum præcisè ſubtendat latus quadrati A. Subtendat v. g. arcum deſcriptum ex puncto 5. Erit ergo quadratum A ad quadratum B, ut 5 ad 10, ſeu ut 1 ad 2. Figura CC XXXVIII. Ico. XXXI.

PROBLEMA VII.

Duas, pluresvè figuras planas, ſimiles addere, hoc eſt, conſtituere unam æqualem duabus, aut pluribus datis.

SInt addenda duo quadrata, A & B, antea poſita, hoc eſt, inveniendum ſit quadratum æquale utrique quadrato propoſito.

Inqui-

Inquire modo dicto in præcedenti Problemate, in quæ puncta Lineæ Geometricæ cadant ſubtenſæ æquales lateribus A & B, nempe A in punctum I, & B in punctum 2. Adde inter ſe 1 & 2, fient 3. Subtenſa arcus ad intervallum puncti tertii Lineæ Geometricæ deſcripti, v.g. linea C, erit latus quadrati æqualis duobus Quadratis datis.

Si inveniendum eſſet quadratum æquale tribus datis, quarum latera eſſent A, B, C, ſubtendentia arcus deſcriptos ex punctis 1, 2, 3; addendi eſſent hi tres numeri in unam ſummam 6, & accipienda ſubtenſa arcus ex puncto 6 deſcripti pro latere quadrati tribus datis æqualis. Eodem modo procedendum eſt, ſi plura quadrata eſſent addenda.

Quod diximus de quadratis, dicendum etiam eſt de quibuſcunque figuris ſimilibus; & etiam de circulis.

PROBLEMA VIII.

Vnam figuram planam ab altera ſimili ſubtrahere; ſive inter duas ſimiles & inæquales invenire tertiam ſimilem, & æqualem differentiæ duarum datarum.

Figura CC XXXIX. Ico. XXXI.

HÆc Propoſitio eſt converſa præcedentis, & ejus praxis hæc eſt. Dati ſint duo circuli inæquales, & majoris diameter ſit A A, minoris B B; ſitque minor detrahendus à majori, & invenienda diameter C C, cujus circulus ſit æqualis differentiæ inter duos datos. Quære modo dicto in præcedentibus primò ſubtenſam æqualem diametro A A, deinde ſubtenſam æqualem diametro B B, cadatque prima in punctum 6, ſecunda in punctum 2 Lineæ Geometricæ. Subtrahe 2 à 6, & ad intervallum reſiduorum quatuor punctorum deſcribe arcum; eritque ejus ſubtenſa diameter C C quæſita. Eodem modo operandum eſt in aliis figuris ſimilibus.

PROBLEMA IX.

Circulum, & alias figuras regulares quadrare; item omnes figuras regulares invicem tranſmutare.

FIt hoc per lineam Reductionis planorum, in qua notatæ ſunt figuræ circuli, trianguli, quadrati, pentagoni &c. Sit itaque inveniendum quadratum æquale circulo A B. Expoſita linea A B, æquali Lineæ Reductionis planorum, ex A centro, intervallo inter initium lineæ prædictæ & ſignum O, deſcribe arcum O C, & applica illi diametrum A B datam ab O uſque ad C, ductâ rectâ A C. Deinde centro A, intervallo uſque ad ſignum □ prædictæ lineæ, fac arcum □ D. Subtenſa hujus arcus erit latus quadrati circulo dato æqualis. F. CCXL. Ic. XXXII.

Si centro A, intervallo uſque ad ſignum △, facias alium arcum, erit ejus ſubtenſa latus trianguli æquilateri prædicto circulo æqualis.

Eodem modo invenies latera pentagoni, hexagoni, & aliarum figurarum regularium dato circulo æqualium.

Si quadrato dato velis invenire circulum æqualem, procede cum latere quadrati, ut proceſſiſti cum diametro, & contrà. Eadem ratione mutabis quamcunque figuram regularem datam in aliam quamcunque æqualem.

PROBLEMA X.

Pluribus figuris regularibus, etiam inter ſe diſſimilibus, unam æqualem conſtituere.

PRopoſitus ſit circulus, triangulum ęquilaterum, pentagonum, & hexagonum, debeatq; inveniri quadratum omnibus ſimul ſumptis æquale. Per præcedens Problema primùm inveniantur quatuor quadrata datis quatuor figuris æqualia, & per Problema 7 præcedēs inveniatur unum quadratum omnibus quatuor quadratis æquale; & habebis quod quæritur.

Eodem modo inveniri poteſt circulus, triangulum, aut alia quævis figura regularis, omnibus propoſitis figuris ſimul ſumptis æqualis.

PROBLEMA IX.

Cuivis figuræ rectilineæ irregulari conſtituere figuram regularem æqualem.

FIguram rectilineam irregularem reſolve in triangula quotquot potes; triangula verò reſolve in totidem quadrata; quadratis omnibus conſtitue æqualem circulum, aut quadratum, aut pentagonum &c. per præcedens Problema; & habebis intentum. Triangulo porrò cuilibet dato conſtitui poteſt quadratum æquale ut ſequitur.

PROBLEMA XII.

Cuilibet triangulo æquale quadratum conſtituere.

Figura CCXLI. Ic. XXXII.

AB angulo quocunque trianguli ad latus oppoſitum, etiam productum, ſi opus fuerit, demitte perpendicularem; inter quam, & inter ſemiſſem lateris in quod cadit, ſi quæras mediam proportionalem per dicta Capite primo hujus, & capite primo Libri octavi; erit ea latus quadrati triangulo æqualis. Sit datum triangulum A B C. Ab angulo A, ad latus B C, demitte perpendicularem A D: inter A B, & dimidium lateris B C, quære mediam proportionalem, quæ erit latus quadrati triangulo dato æqualis. Ratio patet ex dictis Lib. 8.

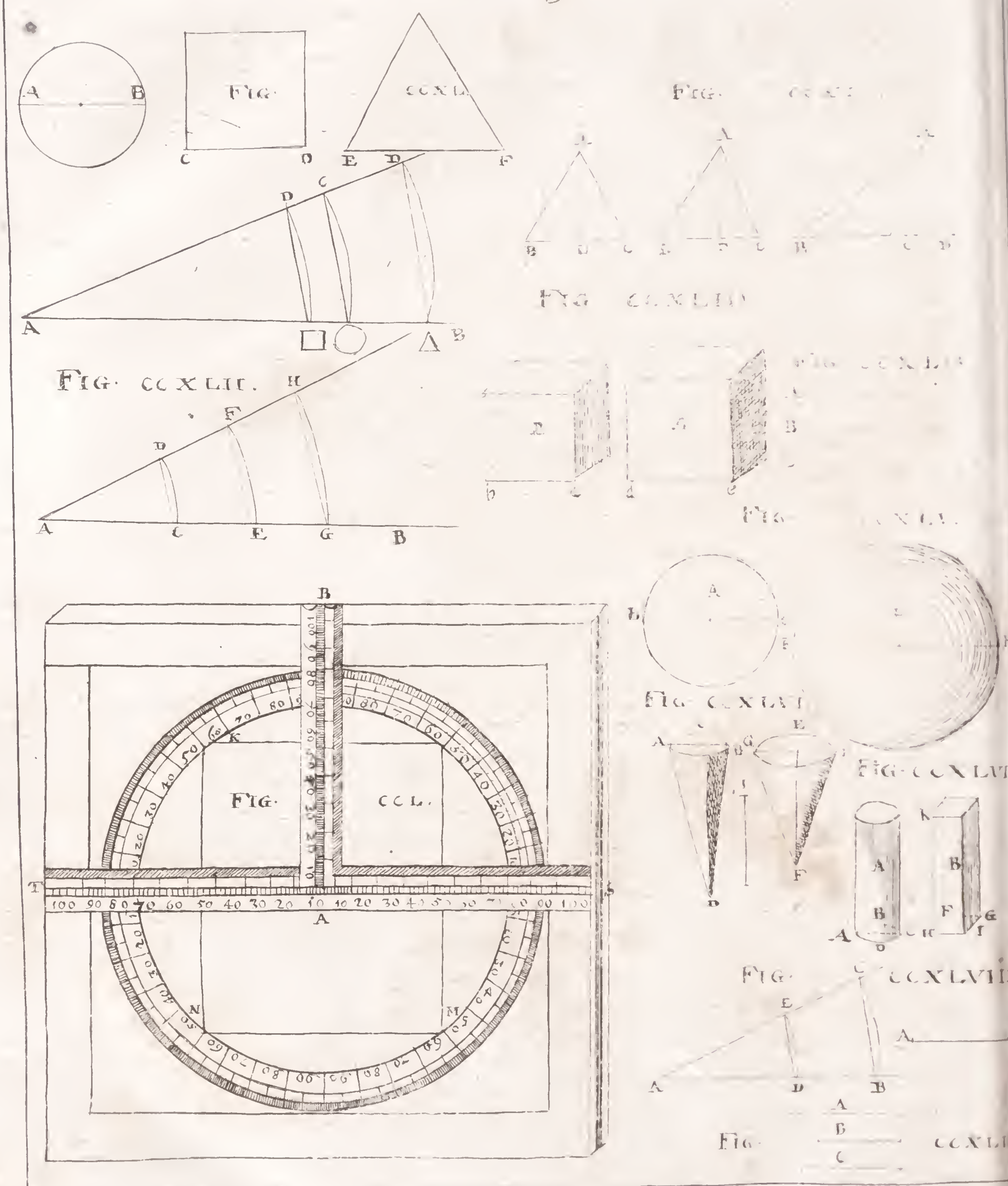
PROBLEMA XIII.

Rectangulum in Quadratum æquale commutare.

INter latus majus & minus rectanguli quære mediam proportionalem, per dicta ſuprà; erit ea latus quadrati rectangulo æqualis.

CAPUT

Iconiſmus XXXII. Pag. 395.



CAPUT SEPTIMUM.

De Uſu linearum Polymetrarum in ſolidis augendis, minuendis, permutandis;

ſive

Problemata Metamorphotica ſolidorum.

SEquentia Problemata ſolvuntur præcipuè per lineam Stereometricam: in iis verò ſolvendis ſæpe neceſſaria eſt radicis cubicæ extractio, & duarum mediarum proportionalium inventio; de quibus egimus in præcedentibus.

PROBLEMA I.

Datum Corpus in data proportione augere, vel minuere.

NUmeros datam proportionem exprimentes quære in linea Stereometrica, & ductâ rectâ A B, ut ſuprà, centro A, intervallo uſque ad primum terminum proportionis, in Linea Stereometrica inventum, fac arcum, in eoque applica diametrum, aut latus corporis dati. Deinde eodem centro A, intervallo uſque ad alterum terminum proportionis in eadem Linea acceptum, fac alium arcum. Hujus ſubtenſa dabit diametrum, aut latus Corporis in data proportione aucti, vel diminuti. Propoſitus ſit v.g. globus, cujus diameter ſit decem partium Lineæ Arithmeticæ, aut alterius cujuſcunque diviſæ in partes æquales, augendus in tripla proportione, vel diminuendus. Quære numeros, datam proportionem triplam continentes, in linea Stereometrica, quales ſunt v.g. 10 & 30, aut 9 & 27, aut 8 & 24 &c. Deinde ductâ rectâ A B, centro A, intervallo uſque ad decimum punctum lineæ Stereometricæ, fac arcum v.g. C D, in eoque applica diametrum globi dati, vel ejus loco intercapedinem decem partium ex Linea Arithmetica acceptam, à C uſque ad D, ductâ rectâ A D. Tandem eodem centro A, intervallo uſque ad trigeſimum punctum ejuſdem lineæ Stereometricæ, fac alium arcum, v.g. E F. Sub- F.CCXLII Ic.XXXII.

tenſa hujus arcus dabit diametrum ſphæræ triplò majoris, quæ in caſu poſito erit partium $14\frac{1}{2}$.

Si minuendus eſt globus in proportione tripla, procedendum eſt contraria ratione, deſcribendo ſcilicet primò arcum ex puncto 30, & deinde ex 10.

ANNOTATIO.

Figura CCXLIII. &c. XXXII.

QVa ratione proceſſimus in diametro ad augendum vel minuendum globum, eadem ratione procedendum eſt cum lateribus aliorum corporum regularium, ad illa augenda vel minuenda. Vt ſi duplicandus eſſet Cubus A, deſcribi deberet ad intervallum puncti 1mi Lineæ Stereometricæ arcus C D, in eoque applicari latus b c: *deinde ad intervallum puncti 2 ejuſdem Lineæ, arcus E F; hujus enim Subtenſa daret latus* d e *Cubi duplò majoris. Si idem cubus A augendus eſſet in ſextupla proportione, fieri deberet primò arcus ad intervallum puncti 1, deinde ad intervallum puncti 6. In minuendo autem cubo contrarius ordo tenendus eſt.*

PROBLEMA II.

Datis duobus ſolidis ſimilibus, invenire eorum proportionem mutuam.

SInt dati duo cubi A & B (eadem eſt ratio de ſphæris, & de aliis quibuſcunque ſolidis ſimilibus regularibus) & velis ſcire quam habeant inter ſe proportionem; ſic operare. Expoſitâ, ut ſuprà, lineâ A B, centro A, intervallo quocunque Lineæ Stereometricæ, v. g. uſque ad punctum 1, fac arcum C D, in eoque applica latus b c cubi dati, à C uſque ad D, & duc rectam A D. Deinde eodem centro A, intervallo aliorum diverſorum punctorum ejuſdem Lineæ Stereometricæ, fac alios diverſos arcus, & vide quem ex illis præcisè ſubtendat latus d e cubi B. Subtendat arcum deſcriptum ex puncto 2. Habebit ergo cubus B ad cubum A proportionem duplam, hoc eſt, erit ad ipſum ut 2 ad 1.

PROBLEMA III.

Propoſitis quotlibet ſolidis ſimilibus, conſtituere unum omnibus æquale ac ſimile.

Sint

SInt propoſita tria ſolida ſimilia, quorum diametri aut latera ſint æqualia lineis A, B, C; ſitque inveniendum unum aliquod omnibus tribus æquale ac ſimile. Expone lineam A B ut ſuprà, & centro A, intervallo ad quodcunque punctum lineæ Stereometricæ, v. g. ad punctum 4, fac arcum C D, in eoque applica lineam A, à C uſque ad D, & duc rectam A D. Deinde eodem centro A, intervallo ad alia diverſa puncta ejuſdem lineæ Stereometricæ fac alios arcus, & vide quoſnam ex illis ſubtendant lineæ B & C. Subtendat linea B arcum deſcriptum ex puncto 6. Adde in unam ſummam hos tres numeros, 4, 5, 6; efficient 15. Subtenſa arcus deſcripti ex puncto 15 Lineæ Stereometricæ, erit latus ſolidi æqualis ſolidis tribus datis. Figura CC XLIV. Ic. XXXII.

Simili modo operaberis, ſi adſint plura ſolida quàm tria, aut pauciora.

PROBLEMA IV.

Dato ſolido regulari, invenire alia diverſorum nominum æqualia, ſeu æquè capacia.

FIt hoc per lineam *Reductionis corporum regularium.* Sit itaque data regularis pyramis, & invenienda ſit ſphæra, aliaque corpora regularia, æqualia pyramidi datæ, ſeu æquè capacia. Expone ut ſuprà lineam A B, æqualem lineæ Reductionis corporum regularium; & centro A, intervallo uſque ad ſignum Pyramidis, hoc eſt, uſque ad finem lineæ, fac arcum v. g. G H, in eoque applica latus unum pyramidis datæ, à G uſque ad H, & duc rectam A H. Deinde eodem centro A, intervallo uſque ad ſigna reliquorum corporum in linea notata fac alios arcus. Horum ſubtenſæ erunt diameter ſphæræ, & latera reliquorum corporum æqualium datæ pyramidi.

Si data eſſet ſphæra, & reperienda corpora regularia ipſi æqualia; deſcribe primò ex centro A, intervallo uſque ad ſignum ſphæræ in linea notatum, arcum, in eoque applica diametrum ſphæræ. Deinde ad intervallum reliquorum corporum fac alios arcus; dabuntque eorum ſubtenſæ latera quæſitorum corporum. Eodem modo ſi datum eſſet quodcunque corpus regulare, v. g. cubus ſeu hexaëdrum, & invenienda alia corpora ipſi æqualia;

fieri deberet primò arcus ad intervallum ſigni cubi, & deinde alii arcus ad intervalla aliorum ſignorum.

PROBLEMA V.

Datæ Sphæræ inſcribere quinque corpora regularia; ſeu dato Corpori regulari Sphæram circumſcribere.

FIt hoc per Lineam Arithmeticam, & per tabulam X ſuprà Parte I. propoſitam, pro Inſcriptione corporum regularium in ſphæra, ſic. Ductâ lineâ A B, ut ſuprà, æquali Lineæ Arithmeticæ, deſcribe ex A centro, ad intervallum 1000 aut 100 partium dictæ Lineæ, arcum, v. g. G H. in eoque applica diametrum datæ ſphæræ, quantacunque ea ſit, à G uſque ad H, & fac lineam A H. Deinde eodem centro A, intervallo partium in tabula X nominata notatarum, fac alios arcus. Subtenſæ horum arcuum erunt latera corporum regularium ſphæræ datæ inſcribendorum. Sic ſubtenſa arcus deſcripti ad intervallum 57 vel 58 partium erit latus cubi; ſubtenſa arcus partium 81 vel 82 latus pyramidis, &c.

Si corpori dato, v. g. cubo velis circumſcribere ſphæram, deſcribe ad intervallum partium 57 vel 58 arcum v. g. E F, in eoque applica latus cubi dati, ab E uſque ad F, ductâ rectâ A F. Deinde ad intervallum centum partium fac alium arcum. Hujus ſubtenſa erit diameter ſphæræ circumſcribendæ quæ quæritur.

PROBLEMA VI.

Dato pondere unius globi, invenire pondus alterius inæqualis ex eadem materia.

Figura CCXLV. Ic. XXXII.

HAbes duos globos, A & D, ex eadem materia, v. g. ex ferro, plumbo, lapide, quorum minor A pendet libram unam. Scire vis, quot libras pendat globus major D; vel quot librarum debeat eſſe globus pro tormento bellico, cujus diameter æqualis eſt diametro E F globi D. Factâ ut ſuprà A B, deſcribe ex centro A, intervallo uſque ad primum punctum lineæ Stereometricæ, arcum

cum C D, in eoque applica diametrum B C globi D, à C uſque ad D, & duc rectam A D. Deinde ex eodem centro A, intervallo uſque ad alia puncta diverſa ejuſdem lineæ Stereometricæ, deſcribe alios diverſos arcus; & vide quem præciſè ſubtendat diameter E F globi D. Subtendat arcum deſcriptum ex quarto puncto. Erit igitur globus D quatuor librarum.

Si cognitum eſſet pondus globi D, & cognoſcendum pondus globi A, deberes contrario ordine operari, modo dicto, nempe primò applicando arcui deſcripto diametrum E F globi D, & deinde diametrum B C globi A. Sed de hac re iterum ſermo redibit in Capite ſequenti.

PROBLEMA VII.

Datæ pyramidi conſtituere æqualem & æquè altum conum, cylindrum, parallelepipedum.

PYramidis baſim converte in æqualem circulum, per Problema 9, aut 11 Capitis præcedentis, & ſupra ipſum conſtrue conum æquè altum cum pyramide data; hic enim erit eidem æqualis. Si coni conſtructi baſim ſeu circulum minuas in tripla proportione, per Problema primum ejuſdem Capitis præcedentis, & ſupra hujuſmodi circulum conſtituas cylindrum æqualis altitudinis cum cono ac pyramide prædictis; erit is æqualis eidem cono, & pyramidi. Si cylindri hujus baſin circularem convertas in æquale quadratum, per dictum Problema 9, & ſupra hujuſmodi quadratum conſtruas parallelepipedum æquè altum cum cylindro; erit id eidem æquale, & conſequenter cono, & pyramidi.

PROBLEMA VIII.

Dato cono certæ altitudinis, conſtituere alium æquè capacem, ſed diverſæ altitudinis.

ESto conus A B C D, cui conſtituendus ſit alius æqualis, ad altitudinem E F. Inter C D & E F quære mediam proportionalem I, per Problema X Capitis Secundi, hujus Libri, vel per dicta Lib. 8 Cap. 1. Lemm. 3. Deinde tribus lineis, I, C D, A B, quære Figura CCXLVI. ic. XXXII.

quar-

quartam proportionalem G H, per dicta Lemm. 5 Lib. 8. cap. 1. ita ut prima ſit I, ſecunda C D, tertia A B, quarta G H. Si jam circa G H diametrum deſcribas circulum, & ſupra ipſum erigas conum G H E F, ad altitudinem E F; erit is æqualis cono A B C D.

PROBLEMA IX.

Dato Cylindro certæ altitudinis, conſtruere alium æquè capacem, ſed diverſæ altitudinis.

MOdus operandi idem eſt cum præcedenti. Ut ſi ſupra baſim A C B conſtitutus eſſet cylinder altitudinis C D, eſſetque conſtituendus alius ipſi æqualis ad altitudinem E F; quære mediam proportionalem I inter C D & E F; deinde his tribus I, C D, A B, quartam proportionalem G H, & ſupra circulum diametri G H erige cylindrum ad altitudinem E F, & habebis quod quæritur.

ANNOTATIO.

EOdem modo conſtituitur pyramis, & priſma æqualis capacitatis, ſed inæqualis altitudinis cum alia pyramide, & priſmate datis.

PROBLEMA X.

Dato Cylindro invenire parallelepipedum æquè altum & æquè capax.

SIt datus Cylindrus ſolidus, aut vas Cylindricum A, & inveniendum ſit ſolidum, aut parallelepipedum B, ejuſdem capacitatis. Baſim Cylindri A B C D converte in quadratum æquale F G H I, per Problem. 9 Capitis Sexti præcedentis, & ſupra baſim quadratam prædictam erige corpus, aut vas, æqualis altitudinis cum cylindro; & habebis intentum.

PROBLEMA XI.

Figura CCXLVII Ic. XXXII.

Dato Cylindro æqualem cubum efficere.

SIt ut antè Cylindrus A. Conſtitue parallelepipedum B ipſi æquale, & æquè altum, ſupra baſim quadratam baſi Cylindri æqualem, ut dictum. Si parallelepipedum conſtructum eſt cubus, hoc

hoc eſt, ſi altitudo ejus æqualis eſt lateri baſis; habebis quod quærebatur. Sin minùs, converte B in cubum æqualem, tali pacto. Quære inter K H altitudinem, & H I latitudinem ſolidi B, mediam proportionalem; Erit ea latus cubi quæſiti.

CAPUT OCTAVUM

De uſu linearum Polymetrarum in metallicorum corporum proportione, quoad molem & pondus invenienda;

ſive

Problemata Statica.

PROBLEMA I.

Dato globo unius metalli, invenire alium alterius metalli, pondere æqualem.

ESto globus ferreus, cujus diameter A, ponderis cujuſcunque, ſitque inveniendus alius aureus æqualis ponderis; ſic operare. Ductâ rectâ A B, æquali Lineæ Metallicæ, deſcribatur ex A centro, ad intervallum uſque ad ſignum ferri dictæ lineæ metallicæ, arcus B C, eique applicetur diameter A, à B uſque ad C, & ducatur recta A C. Deinde eodem centro A, intervallo uſque ad ſignum Auri Lineæ metallicæ, fiat alius arcus D E. Hujus ſubtenſa D E erit diameter globi aurei æqualis in pondere globo ferreo dato. Figura CCXLVIII. Io. XXXII.

Si ex A centro, ad intervallum uſque ad ſigna cæterorum metallorum Lineæ metallicæ fiant alii arcus, dabunt illorum ſubtenſæ diametros globorum eorundem metallorum æqualis ponderis cum dato globo ferreo. Qua autem ratione comparavimus hîc alia metalla ad ferrum, poterunt eadem metalla comparari ad quodcunque metallum, quod primò oblatum fuerit; ſi nimirum ad intervallum uſque ad ipſius ſignum deſcribatur primus arcus, & reliqua fiant, ut dictum.

PROBLEMA II.

Invenire proportionem metallorum quoad pondus.

Figura CCXLII. Ic. XXXII.

VIs ſcire, quam proportionem habeat argentum ad aurum quoad pondus, hoc eſt, quantò ponderoſior ſit globus aureus globo argenteo ejuſdem molis. Duc lineam A B æqualem lineæ Stereometricæ, deſcribeque ex A centro per punctum ejus v. g. 100, arcum G H, eique applica lineam Argenti ex linea metallica, à G uſque ad H, ductâ rectâ A H. Deinde ex eodem centro A, per alia puncta Lineæ Stereometricæ, deſcribe alios arcus, & vide quem præciſè ſubtendat Linea Auri ejuſdem lineæ metallicæ. Subtendat v. g. arcum deſcriptum ex puncto 55. Erit ergo permutatim ut 100 ad 55, ita aurum ad argentum. Eadem eſt ratio in aliis metallis. Dixi, permutatim, quia aurum ponderoſius eſt argento.

PROBLEMA III.

Data diametro globi ferrei, invenire ejus pondus.

M——N

SIt data diameter M N alicujus globi ferrei, & quæratur ejus pondus. Reperitur id per *lineam ſeu diametrum decem librarum globi ferrei* inſtrumento inſcriptam, ſic. Ductâ A B æquali Lineæ Stereometricæ, ut in præcedenti Problemate, accipiatur ex eadem linea Stereometrica intervallum primorum decem punctorum, & ex A deſcribatur arcus C D, ad dictum intervallum, eique applicetur linea decem librarum ferri, à C uſque ad D, & ducatur recta A D. Accipe jam diametrum M N globi ferrei oblati per circinum recurvum, & ex eodem centro A factis diverſis arcubus, vide quem illorum præciſè ſubtendat. Subtendat arcum G H. Accipe rectam A G circino manuali, & transfer ſupra Lineam Stereometricam ab initio verſus finem, & vide quem punctum ſeu numerum attingat. Numerus punctorum indicabit numerum librarum oblati globi ferrei; ut ſi attingat punctum 30, erit dictus globus triginta librarum.

Si Inſtrumento eſt inſcripta linea ſeu diameter non decem, ſed unius Libræ, deſcribe arcum C D per punctum 1 Lineæ Stereometricæ.

PROBLEMA IV.

Data diametro aliorum globorum metallicorum, invenire eorum pondera.

INſcripſimus Inſtrumento ſolam diametrum decem librarum globi ferrei. Ex hac tamen venire poſſumus in cognitionem diametrorum decem librarum aliorum metallorum, & hiſce diametris mediantibus invenire pondus quorumcunque globorum metallicorum oblatorum.

Sit igitur data diameter M N alicujus globi plumbei (& eadem eſt ratio de aliis metallis) & quæratur ejus pondus. Per Problema primum præcedens quære diametrum decem librarum globi plumbei, applicando ſcilicet arcui D E ex ſigno ferri deſcripto diametrum decem librarum globi ferrei in Inſtrumento notatam, & per ſignum plumbi deſcribendo arcum B C, aut alium: ſubtenſa enim B C erit diameter globi plumbei decem librarum. Habitâ diametro globi plumbei decem librarum, invenies pondus globi plumbei, cujus diameter eſt M N, ſi opereris ut dictum in præcedenti Problemate 3. Eodem modo operaberis in ponderibus aliorum globorum inveniendis.

M —— N

PROBLEMA V.

Pondus globi ex quocunque metallo, quem tormentum bellicum capit, cognoſcere.

SIt cognoſcendum pondus globi alicujus, quem excutit tormentum bellicum datum. Quære diametrum globi ejuſdem metalli decem librarum, per Problema tertium aut quartum præcedens, eamque applica arcui C B figuræ præſentis. Accipe iterum diametrum orificii tormenti bellici, & ex centro A, deſcribe arcum v.g G H. Intervallum A G applica Lineæ Stereometricæ, ab initio verſus finem, & numerus dictæ lineæ indicabit numerum librarum quæſitum.

Figura CCXLII. Ic. XXXII.

PROBLEMA VI.

Datis duobus, aut quotlibet globis, invenire unum illis æqualem in mole.

OPerare ut diximus Capite præcedente Problemate tertio, & habebis quod quæritur.

PROBLEMA VII.

Datis duobus, aut quotlibet globis, invenire unum illis æqualem in pondere.

INquire ſingulatim datorum globorum pondera, & conjice omnia in unam ſummam, quæ ſit v. g. Librarum 20. Ductâ deinde ut ſuprà Problemate 2 ac 3, A B æquali Lineæ Stereometricæ, deſcribe ex A centro, ad intervallum 10^{mi} puncti dictæ Lineæ, arcum C D, eique coapta diametrum decem librarum globi ferrei, à C uſque ad D, ductâ recta A D. Eodem centro A, ad intervallum puncti 20 Lineæ Stereometricæ, fac alium arcum v. g. E F. Subtenſa E F erit diameter globi 20 librarum.

Vera eſt hæc Regula, etiamſi globi dati ſint diverſorum metallorum, ut patet conſideranti.

PROBLEMA VIII.

Dato globo ex duobus metallis mixto, invenire metallorum permixtionem.

EX data globi diametro explora pondus, per Problema tertium, aut quartum, quod habere deberet globus, ſi purum eſſet metallum. Eundem deinde globum pondera per Libram, aut ſtateram. Exceſſus aut defectus ponderis priùs explorati eſt mixtura alterius metalli.

PROBLEMA IX.

Datis diametris, aut lateribus duorum ſolidorum ſimilium, ſed diverſorum metallorum, invenire proportionem ponderum.

Linea A ſit diameter globi ſtannei, B globi ferrei; vis ſcire quam habeant inter ſe proportionem eorum pondera. Ductâ A B, ut in Problemate primo, æquali Lineæ metallicæ, deſcribe ex A centro, per ſignum ſtanni, arcum v. g. B C, eique coapta lineam A, à B uſque ad C, ductâ rectâ A C. Ex eodem centro A, per ſignum Ferri, deſcribe alium arcum v. g. D E, cujus Subtenſa D E ſit æqualis lineæ C. Si diameter B æqualis fuerit lineæ C, ſeu ſubtenſæ D E; erit globus ferreus B datus æqualis in pondere globo ſtanneo A dato. Si B non fuerit æqualis lineæ C; Cùm C ſit diameter globi ferrei æqualis ponderis cum globo ſtanneo diametri A, ut ſupponitur ex operatione facta; certum eſt, eandem differentiam quoad pondus fore inter duos globos A & B, quæ eſt inter C & B. Quoniam igitur C & B ſunt globi ejuſdem metalli, nempe ferri; inquire utriuſque pondus, per Problema tertium aut quartum; & differentia illorum erit differentia inter globum A & B in pondere. Figura CCXLIX. Ic. XXXII.

PROBLEMA X.

Dato pondere & magnitudine ſolidi metallici, invenire aliud ſimile diverſi metalli, quod habeat pondus datum.

Hæc propoſitio eſt converſa præcedentis. Sit igitur linea C præcedentis Problematis diameter globi aurei ſeptem librarum, & ſit invenienda diameter globi ferrei librarum viginti. Duæ hîc inſtituendæ ſunt operationes, uti in præcedenti Problemate; una pro tranſmutatione auri in ferrum, altera pro augendo globo ferreo ſeptem librarum in globum ferreum viginti librarum. Prima operatio ſic fit. Ductâ rectâ A B uti in Problem. 1, deſcribitur ex A centro per ſignum Auri, arcus D E, eique coaptatur diameter C, ductâ rectâ A E. Deinde ex eodem A centro, per ſignum Ferri, deſcribitur alius arcus B C. Subtenſa B C erit diameter globi ferrei ſeptem librarum. Secunda operatio fit ita. Ductâ rectâ, uti in tertio Problemate, æquali lineæ Stereometricæ, ad intervallum ſeptem punctorum ejuſdem lineæ fit arcus C D, & ad intervallum 20 punctorum ejuſdem lineæ fit alius arcus E F. Arcui C D applicatur inventa diameter B C ſeptem librarum, & ducitur recta A D. Subtenſa E F erit diameter globi ferrei viginti librarum.

CONCLUSIO OPERIS, in qua *Pantometrum Kircherianum ad varios uſus accommodatur.*

Fig. CCL, Ic. XXXII. LIbro primo, Parte primâ, deſcripſimus Pantometrum Kircherianum, prout communiter conſtrui ſolet, & ſolis ferè uſibus geometricis ſervit, & vocavimus Pantometrum Simplex. Hîc idem accommodabimus ad varios alios uſus, & vocabimus Pantometrum Compoſitum. Fit hoc, ſi Curſori T S figuræ præſentis affixeris in medio brachium A B, ad angulos rectos, quòd per longitudinem Curſoris T S diſcurrere huc illuc poſſit, efficiendo ſemper cum illo angulos rectos. Dividendum eſt autem hoc brachium A B (cujus longitudo mediam Curſoris longitudinem æquare debet) in partes Curſoris partibus æquales. Præterea Orbem K L M N, intus aliquò uſque excavabis, ut cavitati charta pro delineationibus imponi poſſit. Deinde ejuſdem Orbis exteriorem aut interiorem peripheriam divides in quatuor Quadrantes circuli; & quemlibet quadrantem in 90 gradus; eritque Inſtrumentum compoſitum abſolutum.

Pantometri Compoſiti uſus extenditur

Primò, Ad Sinuum inventionem.

HOc Inſtrumentum ad varios uſus adhiberi poteſt. Et primò ad Sinus inveniendos ſic. Cavitati Orbis K L M N impone chartam rotundam, cerâque ita adglutina, ut loco dimoveri nequeat. Repræſentabit itaque limbus dicti Orbis in ſuos gradus diviſus circulum ſinibus inveniendis aptum; Curſor vero T S cum brachio A B, referet nunc chordas, nunc radium, modò ſinum rectum, modò verſum; brachium verò ſolum nunc ſinûs complementi, nunc recti partes aget. Unde Curſor ita diviſus eſſe debet, ut à medio puncto A, quod centro Orbis K L M N reſpondet, incipiat partitio, & utrimque in oppoſitas partes currat æquali numero partium 100 aut 1000, uti in figura apparet; brachium

chium autem incipiat partitionem ſuam in totidem æquales partes ab eadem linea Curſoris. Si itaque noſſe cupias ſinum triginta graduum, poſito radio 100 aut 1000 partium; applica Curſoris lineam diviſam ſupra diametrum Orbis ac circuli K L M N, & promove brachium ad gradum trigeſimum Quadrantis, ſeu dextri ſeu ſiniſtri; dabitque tibi brachium ſinum rectum graduum triginta, à puncto dictorum graduum deorſum uſque ad lineam Curſoris diviſam; ejuſdem verò Curſoris lineæ diviſæ pars inter centrum circuli & brachii lineam diviſam, dabit ſinum complementi; pars denique ejuſdem Curſoris reliqua dabit ſinum verſum.

Secundò, Ad Trigonometriam.

SImili ratione datorum quorumcunque angulorum trianguli, præſertim rectanguli, ſinus, latera, proportionem laterum, & alia ſimilia ad trigonometriam pertinentia, inveſtigare poteris.

Tertiò, Ad Geographiam.

EOdem Inſtrumento mappam Geographicam transferre poteris in majorem, minorem, æqualem formam, ſi Curſori inſcripſeris gradus longitudinis, brachio verò gradus latitudinis. Curſor enim referet tunc Parallelum mobilem; brachium verò, mobilem Meridianum. Certè Inſtrumentum illud confectum ex duabus Regulis in partes æquales diviſis, & ſibi mutuò inſertis ad angulos rectos, ita ut una intra aliam moveri poſſit (quo aliqui utuntur in dicto negotio Geographico) à noſtro Curſore, unà cum brachio mobili, non differt.

Quartò, Ad Gnomonicam.

SI Curſori inſcripſeris Regulam Sciathericam, quam Clavius tradit cap. 16 deſcriptionis novæ Horologiorum, & Kircherus Lib. 4. Lucis & Umbræ; habebit is facilem, jucundum, ac pænè infinitum uſum, ad omnis ferè generis horologia ſciatherica in planis delineanda, ut patebit, ſi leges, quæ de illius Regulæ uſu habet Kircherus loco cit.

Quin-

Quintò, Ad Aſtronomiam, & alia.

SI centro Orbis K L M N affixeris Alhidadam, ſeu Regulam fiduciæ, ut vocant, dioptris ſuis inſtructam, aut filum cum perpendiculo; inſerviet tibi Pantometrum loco Quadrantis Geometrici, aut Aſtronomici, ſeu ſtabilis, ſeu penduli; eoque uti poteris ad infinitas praxes Geometricas & Aſtronomicas, nimirum ad dimetiendas longitudines, latitudines, altitudines, per ſinus, tangentes, atque ſecantes, aut per Logarithmos; ad indagandam poli, ſolis, ſtellarum elevationes; ad omnia denique alia, ad quæ adhiberi ſolet Quadrans Aſtronomicus.

Sextò, Ad Aſtrolabii uſum.

SI denique Curſore utaris pro Linea Æquinoctiali, ejuſque parallelis; brachio verò pro linea polari, ſeu meridiano mobili, ut diximus num.3; poteris hujus Inſtrumenti ope delineare Aſtrolabium analemmaticum Ptolomæi, Rojas, Gemmæ Friſii, Malcotii, & aliorum. Imò ſi delineatum hujuſmodi Aſtrolabium inſerueris Orbi excavato K L M N, invenies Curſoris & brachii auxilio horas Aſtronomicas, Italicas, Babylonicas, quantitatem dierum & noctium, Occaſum & Ortum ſolis, Crepuſcula matutina & veſpertina, aſcenſiones ſignorum, altitudines ſolis, amplitudines ortivas & occiduas ſolis, & ſtellarum, quidquid denique per Aſtrolabia prædicta inquiri ſolet.

Hæc ſunt quæ de hoc nobiliſſimo Inſtrumento, verèque Pantometro dicenda cenſui. Multa alia docebit frequens uſus, & ſagax utentis, ac legentis ingenium, Multa alia & mihi in mentem venerunt, multa Auctor indicavit; quæ ſi apponere atque exponere voluiſſem, in immenſum excreviſſet Opus.

PERO-

PERORATIO
AD
SANCTOS ANGELOS GEOMETRAS.

PRactica Geometriæ uſum atque exercitationem cordi Vobis eſſe, GENII COELESTES, non vanis, ut perſuadear, adducor argumentis, ex ipſo DEI Archivio, ſacrarum inquam Litterarum Codice depromptis. Scio enim, vidiſſe olim Zachariam Prophetam Cap. II. ver. I. Virum, hoc eſt, Angelum Viri ſchemate indutum, funiculo menſorio, ad menſurandam Hieroſolymam à Nehemia & Zorobabele reædificandam, inſtructum. Scio, vidiſſe Ezechielem Cap. XL. ver. III. Angelum alterum, Viri quoque ſpecie conſpicuum, in cujus manu funiculus erat lineus, & calamus menſuræ; quæ ſunt Geometrarum Practicorum organa non poſtrema. Scio denique, Evangeliſtarum Aquilam Joannem, Apocal. XXI. ver. XV. alium quoque conſpexiſſe, habentem menſuram arundineam auream, ut eâ metiretur Hieroſolymam novam ſibi oſtenſam, ejuſque portas, ac murum. Geometras ergo Vos eſſe, SPIRITUS SANCTISSIMI, Geometrarum-

que ſubire quandoque officium, haud vana eſt conjectura, ſed certa & irrefragabilis perſuaſio. Nimirum non dedignamini ſimiles & eſſe, & videri Auctori Veſtro DEO ter Opt. ter Max. quo de ſapientiſſimè pronuntiavit, qui dixit: Ο ΘΕΟΣ ΑΕΙ ΓΕΩΜΕΤΡΕΙ, DEUS ſemper geometrizat. Veniam itaque dabitis, ſi meum de Geometria Practica Opuſculum, exile & impolitum (haud diffiteor) ſub Veſtro Sanctiſſimo claudam Nomine, Veſtræ committam tutelæ. Solent Mæcenates promptiori ſuſcipere animo Opera, quæ illas pertractant materias, quarum ipſi non modicam nacti ſunt notitiam: ſolent potioribus proſequi favoribus Clientes, quibuſcum ſtudiorum ac ſcientiarum intercedit communio. Haud ſequiori voluntate cùm Vos erga me, meumq; Opus futuros confidam, utrumq; tutelæ veſtræ quàm ſubmiſſiſſimè committo. Herbipoli, Die XII. Martii, Anni M. DC. LX.

ELEN-

ELENCHUS LIBRORUM, CAPITUM, ALIORUMQUE TITULORUM.

LIBER I. TECHNICUS,

Sive de Pantometri Kircheriani fabrica, rerumque ad ejus uſum neceſſariarum præparatione. 1
PARS PRIMA. Pantometri Kircheriani fabrica, & partes. 2
PRAGMATIA I. Quadratum Pantometri præparare. ibid.
II. Orbem Pantometri fabricare. 3
III. Pyxidem magneticam Pantometri conficere. ibid.
IV. Curſorem Pantometri ordinare. 4
V. Regulam dioptricam Pantometri conſtruere. 5
VI. Pedem Pantometri fabricare. ibid.
PARS SECUNDA. Aliarum rerum ad Kircheriani Pantometri uſum neceſſariarum præparatio, atque explicatio. 6
CAPUT I. De Funiculo, ſeu Virga, catenavè menſoria; deque Decempeda. ibid.
CAP. II. De Pedis Romani antiqui genuina menſura, à Villalpando tradita. 10
CAP. III. Grünbergeri, & Ghetaldi judicium de Pede Romano antiquo, à Villalpando prodito. 16
CAP. IV. De Pede Romano antiquo, ab aliis Auctoribus prodito; & de Pede Capitolino. 18
CAP. V. De modo tranſmittendi ad exteros genuinam antiqui Pedis Romani menſuram. 23

LIBER II. EUTHYMETRICUS,

Sive De linearum rectarum dimenſionibus. 26
CAPUT I. De dimenſione longitudinum, ac latitudinum. 27
PROBLEMA I. Duorum locorum diſtantiam metiri, quando ad unum illorum accedi poteſt. ibid.
II. Duorum extremorum diſtantiam metiri, quando Geometra in uno exiſtens, non videt alterum, adeſt tamen altitudo ex qua menſurari poſſit. 31

III. Duorum locorum diſtantiam metiri, quando Menſor in uno exiſtens, nec videt alterum, nec adeſt altitudo. 34
IV. Duorum locorum diſtantiam metiri, quando ad neutrum accedi poteſt. ibid.
V. Duorum locorum diſtantiam metiri, quando ad neutrum accedi poteſt, ex altitudine. 35
VI. Aliter duorum locorum diſtantiam metiri, quando ad neutrum accedi poteſt. 36
VII. Adhuc aliter duorum locorum diſtantiam metiri, quando ad neutrum accedi poteſt. 37
VIII. Metiri diſtantiam duorum extremorum, ad quorum unum accedi poteſt, mediâ altitudine menſuræ cognitæ erectâ in altero extremo, ſive alterum extremum videatur, ſive non. 39
IX. Duorum locorum diſtantiam metiri ex altitudine, etiamſi ignoretur quanta ſit tota altitudo. 40
X. Diſtantiam cacuminum duarum turrium inæqualium metiri. 42
XI. Ex turri metiri latitudinem foſſæ, aut fluvii ante turrim extenſi. 44
XII. Eâdem operâ diſtantiam inter duos terminos, ad quos accedi non poteſt, & quantum uterque à loco ſtationis electo diſtet, invenire. ibid.
XIII. Aliter prædicta invenire in iiſdem circumſtantiis. 46
CAPUT II. De dimenſione altitudinum verticalium. 47
PROBLEMA I. Altitudines verticales, ad quas acceſſus patet, metiri. ibid.
II. Altitudines verticales metiri, ad quas acceſſus non patet, poteſt tamen in directum retrocedi. 49
III. Metiri altitudines verticales, ad quas neque accedi poteſt, neque in directum retrocedi, ſed tantùm ad latus. 52
IV. Altitudinem verticalem metiri ex alia altitudine, per duas ſtationes. ibid.
V. Altitudinem verticalem majorem metiri ex minore, per unicam ſtationem. 54
VI. Altitudinem verticalem minorem ex majori metiri. ibid.
VII. Altitudines verticales in monte poſitas, ad quas acceſſus patet, metiri. 55
VIII. Altitudines in monte poſitas, ad quas acceſſus non patet, metiri. 56
IX. Metiri altitudinem turris ex ipſa turri, quando baſis turris non poteſt videri. ibid.
X. Altitudinem nubium verticalium metiri. ibid.
XI. Altitudinem nubium non verticalium metiri. 57
XII. Aliter metiri altitudinem nubium non verticalium. ibid.
XIII. Altitudinem turris in foſſa poſitæ metiri. 58
XIV. Metiri altitudinem verticalem ex ſummitate ipſius, quando nota eſt diſtantia quædam horizontalis à baſi altitudinis. 59
CAPUT III. De dimenſione profunditatum. ibid.
PROBLEMA I. Profunditates puteorum metiri. ibid.
II. Aliter puteorum profunditates metiri. 60
III. Profunditatem puteorum, aliarumque rerum depreſſarum aliter metiri. ibid.
IV. Profunditatem vallis metiri. 61

CAPUT

CAPUT IV. De dimenſione diſtantiarum diametralium. 62
PROBLEMA I. Diſtantiam diametralem invenire, quando ad baſim altitudinis accedi poteſt, aut nota eſt ipſa altitudo. ibid.
II. Diſtantiam diametralem invenire, quando ad baſim altitudinis non poteſt accedi, neque nota eſt ipſa altitudo. 63
III. Diſtantiam diametralem invenire ope Inſtrumenti ſine obſervatioue, quando nota eſt altitudo, & diſtantia à baſi. ibid.
IV. Declivitatem & acclivitatem alicujus montis invenire, quando non eſt valde inæqualis. 64
V. Diagonale intervallum ex ipſa altitudine metiri. ibid.
CAPUT V. De dimenſione variorum intervallorum. ibid.
PROBLEMA I. Duarum altitudinum verticalium inæqualium, & non in eodem plano horizontali exiſtentium, diſtantiam inter ſe, & diametralem alterutrius, unà cum altitudine, invenire ex alterutra. ibid.
II. Ex una turris ſtatione metiri alterius turris altitudinem, & diſtantiam horizontalem, & diametralem. 66
III. Trium montium aut turrium diſtantias ab invicem, unà cum altitudine, determinare. 67

LIBER III. ENBADOMETRICUS,

Sive de dimenſione ſuperficierum. 69
PARS PRIMA, continens Prolegomena. 70
CAPUT I. De variis ſuperficierum ſpeciebus. ibid.
II. De variis ſuperficierum menſuris. 71
III. De numero & calculo geometrico, ſeu de operationibus arithmeticis in Geometria practica uſitatis, in genere. 73
IV. De Additione numerorum geometricorum. 75
V. De Subtractione numerorum geometricorum. 76
VI. De Multiplicatione numerorum geometricorum. 78
VII. De Diviſione numerorum geometricorum. 80
VIII. De Extractione radicis quadratæ. 81
IX. De Extractione radicis cubicæ. 84
PARS SECUNDA, continens Problemata. 87
PROBLEMA I. Parallelogrammorum rectangulorum areas metiri. 88
II. Parallelogrammorum non rectangulorum areas invenire. 91
III. Triangulorum areas dimetiri. 92
IV. Trapeziorum areas invenire. 95
V. Figuras multilateras ordinatas, ſive regulares dimetiri. 97
VI. Superficies polygonas irregulares dimetiri. 98
VII. Circulorum areas invenire, cognitâ diametro & circumferentiâ. 99
VIII. Datâ circumferentiâ circuli, reperire diametrum. 102
IX. Datâ diametro circuli, reperire circumferentiam. 103

X. Datâ ſolâ diametro circuli, reperire ejus aream. ibid.
XI. Datâ ſolâ peripheriâ circuli, invenire ejus aream. 104
XII. Datâ circuli areâ, invenire diametrum. 105
XIII. Datâ circuli areâ, invenire circumferentiam. ibid.
XIV. Invenire aream circuli, quando nec diameter, nec circumferentia eſt nota. 106
XV. Sectorum circuli areas invenire. 108
XVI. Aliorum ſegmentorum circuli aream invenire. 110
XVII. Figuras ex variis circulorum ſegmentis coagmentatas metiri. 111
XVIII. Segmentum circuli duabus rectis, & duobus arcubus comprehenſum metiri. ibid.
XIX. Ovalis, & Ellipticæ figuræ aream invenire. 112
XX. Sphærarum ſuperficies convexas miri. 113
XXI. Hemiſphæriorum convexas ſuperficies reperire. 114
XXII. Portionum ſphæricarum hemiſphærio majorum aut minorum convexas ſuperficies reperire. ibid.
XXIII. Superficiem convexam cylindri, & coni recti reperire. 115

LIBER IV. ICHNOGRAPHICUS,

Sive de Plantarum delineationibus, & locorum planorum deſcriptionibus. 117
SPROBLEMA I. Situm alicujus horti, campi, atrii &c. delineare in charta. 118
II. Ichnographiam urbium Inſtrumento Pantometro perficere. 119
III. Aliter ignographicè delineare urbes Inſtrumento Pantometro. 120
IV. Chorographicas deſcriptiones perficere noſtro Inſtrumento. 121
V. Aliter, & novo modo, tam Topographicas, quàm Chorographicas deſcriptiones perficere. 123
VI. Sylvam, lacum, aliaque loca plana deſcribere, quando intra ipſa non poſſunt fieri ſtationes. 126
VII. Situm camporum, ſimiliumque locorum ex unica ſtatione delineare. 127
VIII. Ichnographiam ſubterraneorum locorum perficere. ibid.
IX. Ope Magnetici noſtri Inſtrumenti cuivis puncto in extima terræ ſuperficie aſſignato, aliud ad perpendiculum ei correſpondens in intimis terræ viſceribus reperire. 129
X. Ichnographiam omnium partium interiorum alicujus domus, aut Eccleſiæ, perficere. 130
XI. Munitionum ſeu Fortalitiorum ichnographicam delineationem perficere. Habet varios §§. 131

LIBER V. STEREOMETRICUS,

Sive de Solidorum dimenſionibus. 145
SPROBLEMA I. Parallelepipeda metiri. 146

II. Priſ-

II. Priſmata metiri. 149
III. Cylindros metiri. ibid.
IV. Pyramidum, & Conorum ſoliditates ſive areas invenire. 150
V. Fruſtum pyramidis, & coni metiri. 151
VI. Aream corporum regularium invenire. 152
VII. Corpora irregularia dimetiri geometricè, & mechanicè. 155
VIII. Aream ſive ſoliditatem ſphæræ, & ſegmentorum ejus, invenire. 155
IX. Obeliſcorum ſoliditatem invenire, univerſamque illorum dimenſionem peragere. 156
PRAGMATIA I. Altitudinem Obeliſci, ſi truncus non eſſet, ſed lateribus continuo fluxu in ultimum punctum confluentibus ad inſtar pyramidis excurreret, reperire. 157
PRAGM. II. Quantitatem ſuperficialem Obeliſcorum inveſtigare. 158
PRAGM. III. Soliditatem Obeliſcorum inveſtigare. 160
PRAGM. IV. Gravitatem ſive pondus Obeliſcorum invenire. 161

LIBER VI. COELOMETRICUS,

SIve de Concavorum dimenſionibus. 162
PROBLEMA I. Regulam Cubimetricam & Cylindrimetricam conſtruere. 163
II. Vaſa parallelepipeda metiri Regulâ cubimetrica. 165
III. Foſſæ excavandæ capacitatem invenire. 167
IV. Vaſa cubica duplicare, triplicare &c. mechanicè, ope Regulæ Cubimetricæ. ibid.
V. Concavas columnas, turres, & quæcunque priſmata, baſes habentia triangulares &c. dimetiri. 168
VI. Tetraëdra, ſeu Pyramides regulares, & reliqua corpora regularia, metiri. 169
VII. Cylindrorum capacitatem invenire. 170
VIII. Pyramidum & Conorum capacitates invenire in certis menſuris. 171
IX. Vaſa inæqualium baſium metiri. ibid.
X. Doliorum ſeu vaſorum vinariorum capacitatem reperire. 172
XI. Regulam menſoriam, quam virgam viſoriam appellant, conſtruere ad dolia vinaria menſuranda. 174
XII. Dolia ſeu vaſa vinaria metiri Regulâ viſoriâ. 179

LIBER VII. GEODÆTICUS.

SIve de Superficierum diviſionibus. 183
CAPUT I. De diviſione triangulorum per lineas ab angulo ductas. 184
PROBLEMA I. Triangulum quodcunque dividere in duas; tres, &c. partes, per lineam à quovis angulo ad latus oppoſitum protractam. 185
II. Aliter dividere triangulum in partes æquales per lineas ab angulis ductas. ibid.

III. Tri-

III. Triangulum quodcunque per rectam à quovis angulo ductam dividere in duas partes ſecundùm proportionem datam &c. 186
IV. Triangulum quodcunque per rectas à quovis angulo ductas dividere in plures partes ſecundùm proportionem datam &c. 187
V. Dividere campum triangularem in partes inæquales datas, per lineas ab eodem puncto ductas. 188
VI. Triangularem campum dividere in partes inæquales datas, per lineas ex diverſis angulis ductas. ibid.
VII. Aliter dividere triangularem campum in partes inæquales, per lineas à diverſis angulis ductas. 189
CAPUT II. De diviſione triangulorum per lineas à latere ductas. 190
PROBLEMA I. Dividere triangulum in duas æquales partes per lineam à quovis puncto dato in uno latere ipſius ductam. 191
II. Dividere triangulum in duas partes per rectam à quovis puncto in aliquo latere ductam, in proportionem datam. 192
III. Dividere triangulum in tres aut quotlibet partes æquales, per rectas è puncto in latere aſſumpto. 193
IV. Triangulum dividere in tres æquales partes, per lineas à latere ad latus ductas è diverſis punctis. 194
V. Dividere triangulum in tres partes inæquales ſecundùm quamcunque rationem datam, lineis à latere ad latus ductis &c. 195
CAPUT III. De diviſione triangulorum per lineas lateribus parallelas, & non parallelas. 196
PROBLEMA I. Triangulum quodcunque per lineas uni lateri parallelas dividere in quotlibet partes æquales. ibid.
II. Dividere triangulum in duas partes habentes quamcunque proportionem datam, per lineas uni lateri parallelas, ita ut &c. 197
III. Dividere in plures partes modo dicto triangulum. 198
IV. Dividere triangulum in plures partes inæquales imperatas, per lineas uni lateri utcunque oppoſitas, quando ſcitur area ipſius, & latera. 199
V. Dividere triangulum in partes æquales per lineas partim parallelas, partim non parallelas, lateribus. 200
CAPUT IV. De diviſione triangulorum per lineas à punctis mediis ductas. ibid.
PROBLEMA I. Triangulum à puncto invento in ejus medio dividere in tres partes æquales. 201
II. Intra triangulum quodcunque invenire puncta, ex quibus ductæ rectæ dividant ipſum in quotvis partes æquales. ibid
CAPUT V. De diviſione triangulorum per lineas lateribus perpendiculares. 202
PROBLEMA I. Triangulum dividere in duas partes æquales per lineam uni laterum perpendicularem. ibid.

II. Tri-

II. Triangulum dividere per lineam uni laterum perpendicularem in proportionem datam. 203
CAPUT VI. De diviſione parallelogrammorum in partes datas. 204
PROBLEMA I. Dividere datum parallelogrammum in plures partes ſecundùm quamlibet proportionem datam, per lineas lateribus oppoſitis æquidiſtantes. ibid.
II. Dividere datum parallelogrammum bifariam per rectam ex puncto, ſive in latere, ſive extra, ſive intra ipſum dato, aut aſſumpto. 205
III. Dividere parallelogrammum datum in plures partes ſecundùm rationem datam, quando nota eſt ſuperficies. 206
CAPUT VII. De diviſione trapeziorum, quorum duo quælibet oppoſita latera ſunt parallela. 207
PROBLEMA I. Dividere trapezium laterum parallelorum in partes æquales, lineis à latere ad latus tractis. ibid.
II. Dividere trapezium laterum parallelorum in partes inæquales ſecundùm proportionem datam, lineis à latere ad latus. 208
III. Dividere trapezium duorum laterum æquidiſtantium, per lineam ab angulo protractam, in duas partes ſecundùm proportionem datam. 209
IV. Dividere trapezium æquidiſtantium laterum, in plures partes ſecundùm proportionem datam, per lineas ab uno angulo protractas. 211
V. Quadrangulum duorum æquidiſtantium laterum dividere per lineam ductam à puncto in uno æquidiſtantium laterum aſſignato, ſecundùm proportionem datam. ibid.
PARERGUM, in quo error Serlii, aliorumque, detegitur. 215

LIBER VIII. METAMORPHOTICUS,

Sive de planorum, corporumque transformatione. 220
CAPUT I. De inventione mediarum proportionalium, tam in diſcreta, quàm in continua quantitate. 222
LEMMA I. Inter duos numeros medium proportionalem invenire. ibid.
II. Inter duos numeros datos invenire duos medios proportionales. 223
III. Inter duas rectas lineas datas invenire mediam proportionalem. ibid.
IV. Inter duas rectas lineas datas, reperire duas alias continuè proportionales. 224
V. Datis duobus numeris, tertium continuè proportionalem invenire. 227
VI. Datis tribus lineis rectis, quartam proportionalem invenire. ibid.
VII. Datis tribus numeris, quartum proportionalem invenire. 228
CAPUT II. De transformatione triangulorum planorum rectilineorum in alias planas rectilineas figuras. ibid.
PROBLEMA I. Triangulo cuicunque dato conſtituere aliud ſimile, ſimiliterque poſitum, cujus ſingula latera ſint vel æqualia, vel majora, vel minora &c. 229

II. Triangulo cuicunque dato conſtituere aliud ſimile majus, vel minus, quoad ſuperficiem, ſub quavis proportione. 231
III. Dato triangulo æquale parallelogrammum rectangulum facere. 233
IV. Dato triangulo cuicunque conſtituere æquale quadratum. 234
V. Duobus triangulis, ſeu æqualibus, ſeu inæqualibus, ſimilibus tamen, invenire aliud triangulum ſimile æquale. 235
VI. Triangulum dato quadrato æquale conſtituere. ibid.
VII. Triangulum dato parallelogrammo, tam rectangulo, quàm non rectangulo, æquale conſtituere. ibid.
VIII. Aliter conſtituere triangulum æquale quadrato, aut parallelogrammo dato. 236
IX. Datis quotcunque triangulis æquale triangulum conſtituere. ibid.
X. Triangulum rectangulum dato circulo æquale quàm proximè conſtituere. ibid.
CAPUT III. De tranſmutatione quadrangulorum in alias figuras planas. 237
PROBLEMA I. Quadrangulo quocunque dato deſcribere aliud ſimile, vel æquale, vel quoad ſingula latera majus, aut minus, in qualibet proportione. ibid.
II. Quadrangulo quocunque dato conſtituere ſimile aliud majus, aut minus, quoad aream, ſecundùm quamvis proportionem. 238
III. Aliter quadrangulo cuicunque dato conſtruere aliud ſimile ſimiliterque poſitum, majus, vel minus, ſecundùm proportionem datam. 239
IV. Parallelogrammo rectangulo æquale quadratum conſtituere. 241
V. Parallelogrammo non rectangulo æquale quadratum conſtituere. ibid.
VI. Datis duobus quadratis, ſive æqualibus, ſive inæqualibus, unum quadratum æquale invenire. ibid.
VII. Propoſitis quotcunque quadratis, ſive æqualibus, ſive inæqualibus, invenire quadratum omnibus illis æquale. 242
VIII. Duobus quadratis inæqualibus propoſitis, invenire alia duo quadrata, quæ & æqualia ſint inter ſe, & ſimul ſumpta duobus inæqualibus æqualia. ibid.
IX. Dato quocunque rectilineo, æquale parallelogrammum & quadratum conſtituere. 243
CAPUT IV. De tranſmutatione polygonorum rectilineorum in alias figuras. 244
PROBLEMA I. Polygono cuicunque dato deſcribere aliud ſimile ſimiliterque poſitum, majus, vel minus, in quacunque proportione quo ad latera. ibid.
II. Polygono dato conſtituere aliud ſimile ſimiliterque poſitum, majus, vel minus, quoad aream, ſecundùm datam proportionem. 245
III. Multangulo dato æquale quadratum conſtituere. ibid.
CAPUT V. De transformatione circulorum in alias figuras planas, & è contrario. 246
PROBLEMA I. Dato circulo æquale triangulum rectangulum invenire. ibid.
II. Dato

II. Dato circulo æquale parallelogrammum rectangulum, & quadratum invenire quàm proximè. 247
III. Aliter dato circulo æquale quadratum conſtituere. ibid.
IV. Adhuc aliter dato circulo æquale quadratum conſtituere. ibid.
V. Dato quadrato conſtituere circulum quàm proximè æqualem. 248
VI. Circulum cuicunque rectilineo dato æqualem conſtituere. 249
VII. Pluribus circulis datis deſcribere unum circulum æqualem. ibid.
VIII. Dato circulo figuram rectilineam æqualem conſtruere. ibid.
IX. Circulum in quavis proportione data augere, vel minuere. 250
X. Circulum duplicare, triplicare, vel quavis proportione æquali augere, ac minuere. ibid.
CAPUT VI. De tranſmutatione figurarum ſolidarum in alias figuras ſolidas. 251
PROBLEMA I. Datum cylindrum in parallelepipedum æquale ejuſdem altitudinis convertere; & datum parallelepipedum in cylindram æqualem ejuſdem altitudinis. ibid.
II. Dato cono æqualem pyramidem ejuſdem altitudinis conſtituere; & viciſſim pyramidi conum æqualem ejuſdem altitudinis. 252
III. Dato priſmati, vel cylindro, æqualem ſub eadem altitudine pyramidem vel conum conſtruere; & è converſo datæ pyramidi vel cono æquale priſma, vel cylindrum ejuſdem altitudinis. 253
IV. Datum cylindrum, vel priſma; ſimiliter datum conum, vel pyramidem, cujuſcunque altitudinis, in æqualem cylindrum &c. ſub data qualibet alia altitudine, & ſupra baſem quotcunque angulorum, revocare. 254
V. Dato parallelepipedo rectangulo æqualem cubum conſtruere. 255
VI. Dato cubo æquale parallelepipedum rectangulum conſtruere in altitudine data, vel ſupra datam baſem. 256
VII. Dato parallelepipedo quod non ſit cubus, ſub data altitudine æquale parallelepipedum conſtruere. 258
VIII. Dato quocunque parallelepipedo excitare ſuper dato plano quadrangulo, æquale parallelepipedum. 259
IX. Datæ ſphæræ æqualem cubum conſtruere. 260
X. Dato cubo æqualem ſphæram conſtruere. ibid.
XI. Aliter datæ ſphæræ æqualem cubum conſtituere. 261
XII. Aliter dato cubo æqualem ſphæram invenire. ibid.
XIII. Sphæræ datæ conſtruere æquale ſolidum rectangulum ſupra baſim quotcunque angulorum; & è contrario. 262
XIV. Sphæræ datæ æqualem pyramidem facere. ibid.
XV. Sphæræ datæ æqualem cylindrum facere. 263
XVI. Datæ ſphæræ æqualem Conum facere. ibid.
XVII. Sphæram cuilibet corpori regulari æqualem conſtruere. ibid.
XVIII. Datis duobus aut pluribus cubis, unum æqualem facere. 264
XIX. Cubum quotlibet figuris ſolidis non cubis æqualem facere. 265

XX. Dato ſolido ſimile ſolidum in data ratione majus vel minus conſtituere. ibid.
XXI. Ex cubo majori detrahere cubum minorem; reſiduoque cubum æqualem facere; idemque in ſolidis aliis efficere. 266
XXII. Data quavis aquæ quantitate, cubum invenire, qui ejus ſit capax. 267

LIBER IX. HYDRAGOGICUS,

SIve de Libellatione Aquarum, totaque Libellationis natura. 269
CAPUT I. Quid ſit Libellatio, & quinam de illa ſcripſerint. 271
CAPUT II. De Libellaticis Inſtrumentis à Vitruvio enumeratis, videlicet Dioptra, Libra aquaria, & Chorobate. 272
CAPUT III. De aliis Inſtrumentis Libellaticis, à variis Auctoribus uſurpatis. 275
De Quadrante, Quadrato, Aſtrolabio, & Planimetro. ibid.
De Libella ordinaria. 276
De Regula oblonga. ibid.
De Vaſe Aquario. ibid.
De Libella extemporali. 278
De Libra. 279
De Statera. ibid.
De Speculo. 280
CAPUT IV. De Libella Kircheriana, & Claviana. ibid.
CAPUT V. Suppoſitiones variæ Libratorum. 283
CAPUT VI. De uſu libellaticorum Inſtrumentorum in explorandis atque conſtituendis planis horizontalibus ſecundùm omnem exporrectionem. 295
CAPUT VII. De Vulgari Libratorum praxi in librandis locorum diſtantiis, ad perducendas aquas: ſimulque de uſu libellaticorum Inſtrumentorum in explorandis & conſtituendis planis horizontalibus ſecundùm unam tantùm exporrectionem. 297
CAPUT VIII. De praxi libellandi tradita à Patre Nicolao Cabæo. 301
CAPUT IX. Examinatur Sententia & praxis Cabæi in libellandis aquis. 306
CAPUT X. De alveorum atque canalium, per quos aqua decurrit, neceſſaria declivitate in perducendis aquis. 309
CAPUT XI. De uſu Pantometri Kircheriani in libellandis aquis. 312
PROBLEMA I. Pantometrum Kircherianum ad uſum Libellæ accommodare, & æquilibrare. 313
II. Pantometro duo loca non multùm à ſe invicem diſtantia librare, pro ducendis aquis. ibid.
III. Pantometro librare duo loca inter ſe longè diſſita, pro aquis perducendis. 315
IV. Pantometro librare duo loca, inter quæ mons interjectus eſt. 316
V. Aliter librare Pantometro duo loca circa mõtem, quando ex utroque ſignum aliquod in montis cacumine videri poteſt. 317
VI. Aliter ex ipſo monte invenire duorum locorum circa montem poſitorum altitudinem, Pantometro noſtro. 318

VII. Pan-

VII. Pantometro libellare aquam putei in montis latere collocati. 319
CAPUT XII. De uſu Speculi pro Libella. ibid.
CAPUT XIII. Documenta nonnulla pro Libratoribus aquarum. 323

LIBER X. VARIUS,

SIve Varia Problemata, Pantometri ope, ac præcipuè linearum Polymetrarum eidem inſcriptarum uſu, ſoluta. 327
PARS PRIMA, De Fabrica linearum Polymetrarum, Inſtrumento noſtro inſcribendarum. 330
PRAGMATIA I, Lineam fundamentalem præparare. ibid.
II. Lineam Arithmeticam Inſtrumento inſcribere. 331
III. Lineam pro diviſione linearum rectarum in quotlibet partes, Inſtrumento inſcribere. 332
TABULA I. Pro diviſione Lineæ rectæ, in quotlibet partes. 333
IV. Lineam pro diviſione circuli in quotlibet partes, Inſtrumento inſcribere. ibid.
TABULA II. Pro diviſione Lineæ circularis in quotcunque partes. 335
TABULA III. Pro diviſione lineæ circularis in latera polygonorum. 336
V. Lineam pro diviſione Quadrantis circuli in gradus, Inſtrumento inſcribere. 337
TABULA IV. Pro diviſione Quadrantis Circuli in ſuos gradus, ſive pro Linea Graduum. ibid.
VI. Lineam Geometricam Inſtrumento inſcribere. 339
TABULA V. Pro diviſione Lineæ Geometricæ. 340
VII. Lineam Stereometricam Inſtrumento inſcribere. 341
TABULA VI. Pro diviſione Lineæ Stereometricæ. 342
VIII. Lineam proportionis diametri ad circumferentiam Inſtrumento inſcribere. 344
TABULA VII. Pro proportione inter diametrum & Circumferentiam. ibid.
IX. Lineam Reductionis ſeu Commutationis planorum regularium Inſtrumento inſcribere. ibid.
TABULA VIII. Pro Reductione ſeu commutatione planorum regularium. 347
X. Lineam Reductionis Corporum regularium Inſtrumento inſcribere. 348
TABULA IX. Pro Reductione Corporum regularium. ibid.
TABULA X. Pro inſcriptione Corporum regularium in ſphæra. 349
XI. Lineam mediâ & extremâ ratione Sectam Inſtrumento inſcribere. ibid.
XII. Lineam metallicam inſcribere Inſtrumento. 350
TABULA XI. Pro Linea metallica præparanda. ibid.
XIII. Lineam decem librarum cujuſcunque metalli determinare. 351
PARS SECVNDA De uſu Linearum polymetrarum Inſtrumento inſcriptarum. ibid.
CAPVT I. De uſu Linearum polymetrarum in Arithmeticis operationibus; ſive Problemata Arithmetica. 352

PROBLEMA I. Addere plures numeros inter ſe. ibid.
II. Subtrahere unum numerum ab altero. 353
III. Multiplicare unum numerum per alterum. 354
IV. Dividere unum numerum per alterum. ibid.
V. Tribus numeris datis, quartum proportionalem invenire, hoc eſt, Regulam Trium perficere. 355
VI. Inter duos numeros invenire medium proportionalem. 357
VII. Inter duos numeros datos invenire duos medios proportionales. 358
VIII. Dati numeri radicem quadratam invenire. ibid.
IX. Dati numeri radicem cubicam invenire. 360
CAPUT II. De uſu linearum polymetrarum in diviſione linearum rectarum; ſive Problemata Grammodætica. 361
PROBLEMA I. Datam lineam rectam dividere in quotlibet partes æquales; ſive ex data linea auferre quamlibet partem imperatam. ibid.
II. Idem efficere ope Lineæ Arithmeticæ. 362
III. Ex quavis recta linea accipere quotcunque partes decimas, ac centeſimas. 363
IV. Ex data linea recta auferre partem, quæ vel ad totam, vel ad reſiduam, habeat proportionem datam. 365
V. Datam rectam terminatam ſecare, ut ſecta eſt alia data. 366
VI. Datam rectam dividere in proportionem datam, quando numeri proportionis ſunt majores quàm numerus particularum Lineæ Arithmeticæ. 367
VII. Dividere lineam rectam datam in plures partes, quæ habeant inter ſe rationem datam. 368
VIII. Datis duabus, quarum una in quotcunque partes ſit, aut intelligatur diviſa, quot talium partium altera contineat, inquirere. 369
IX. Datam rectam lineam mediâ & extremâ ratione ſecare. ibid.
X. Inter duas datas mediam proportionalem invenire. 370
XI. Inter duas datas, duas medias proportionales invenire. ibid.
CAPUT III. De diviſione Circulorum in ſuas partes; ſive Problemata Cyclometrica. 371
PROBLEMA I. Circulum in quotlibet partes dividere. ibid.
II. Quadrantem, aut Circulum in quotlibet gradus dividere. 372
III. Partem quamcunque ex circulo, aut Quadrante, accipere. 373
IV. Unum, duos, tres, quatuor &c. gradus ex circulo, aut quadrante, accipere. ibid.
V. Datâ circuli, ſeu peripheriæ portione, invenire quot contineat gradus. 374
VI. Datum circuli arcum imperatis gradibus augere, vel minuere. ibid.
VII. Circumferentiæ circuli dati lineam rectam æqualem invenire. 375
VIII. Dato Circuli arcu, reperire diametrum circuli cujus eſt arcus. 376
IX. Datum circulum in data proportione augere, vel minuere. ibid.
X. Aliter datum circulum in data proportione augere, vel minuere. 377

CAPUT

CAPUT IV. De uſu Linearum Polymetrarum in angulis, atque triangulis; *ſive* Problemata Trigonometrica. 379
PROBLEMA I. Angulum rectilineum ad deſideratam menſuram conſtruere. ibid.
II. Amplitudinem anguli rectilinei dati cognoſcere. ibid.
III. Dato crure utroque trianguli rectanguli, invenire baſin, & utrumque angulum acutum. 380
IV. Datis baſi & crure uno trianguli rectanguli, crus alterum, & angulos acutos invenire. ibid.
V. Datâ baſi cum angulo acuto, invenire crura trianguli rectanguli dati. 381
VI. Dato crure cum angulis acutis, reliquum crus, & baſin trianguli rectanguli invenire. ibid.
VII. Datis tribus trianguli obliquanguli lateribus, tres ejuſdem angulos invenire. ibid.
VIII. Datis duobus trianguli obliquanguli lateribus, cum angulo ab eis comprehenſo, latus tertium & angulos reliquos concludere. 382
IX. Datis trianguli obliquanguli uno latere, cum duobus angulis eidem adjacentibus, angulum tertium, & reliqua latera inveſtigare. ibid.
X. Datis trianguli rectilinei tribus angulis, invenire proportionem laterum. ibid.
CAPUT V. De uſu linearum Polymetrarum in Polygonis regularibus deſcribendis; *ſive* Problemata Polygonographica. 383
PROBLEMA I. In dato circulo Polygonum æquiangulum & æquilaterum quodcunque deſcribere. ibid.
II. Dato latere Polygoni deſcribendi, invenire radium circuli, cui inſcribendum ſit. 384
III. Circa datum circulum, Polygonum quodcunque deſcribere. ibid.
IV. Intra datum Polygonum deſcribere circulum. 385
V. Latera dati Polygoni in data proportione augere, vel minuere. ibid.
VI. Dati Polygoni aream in data proportione augere, vel minuere. ibid.
VII. Dato Polygono invenire æquale triangulum, aut viciſſim. 386
VIII. Dato Polygono æquale alterius nominis Polygonum conſtituere. ibid.
CAPUT VI. De uſu linearum Polymetrarum in planis figuris augendis, minuendis, ad invicem permutandis; *ſive* Problemata Metamorphotica planorum. 387
PROBLEMA I. Augere, aut minuere Circulum in quavis proportione. ibid.
II. Augere, vel minuere triangulum in data quavis proportione, conſtituendo alterum ſimile, ſimiliterque poſitum. 388
III. Latera trianguli dati augere, vel minuere in quacunque proportione, conſtituendo aliud ſimile ſimiliterque poſitum. 389
IV. Propoſitæ cuicunque figuræ aliam ſimilem ſimiliterque deſcriptam in quacunque proportione exhibere. ibid.

V. Pro-

V. Propoſitæ cujuſcunque figuræ latera augere, vel minuere, in data proportione, conſtituendo aliam ſimilem ſimiliterque poſitam. 390
VI. Inter duas figuras planas ſimiles invenire proportionem. 391
VII. Duas, pluresvè figuras planas ſimiles addere, hoc eſt, conſtituere unam æqualem duabus, aut pluribus datis. ibid.
VIII. Vnam figuram planam ab altera ſimili ſubtrahere; ſive inter duas ſimiles & inæquales invenire tertiam ſimilem, & æqualem differentiæ duarum datarum. 392
IX. Circulum, & alias figuras regulares quadrare; item omnes figuras regulares invicem tranſmutare. 393
X. Pluribus figuris regularibus, etiam inter ſe diſſimilibus, unam æqualem conſtituere. ibid.
XI. Cuivis figuræ rectilineæ irregulari conſtituere figuram regularem æqualem. 394
XII. Cuilibet triangulo æquale quadratum conſtituere. ibid.
XIII. Rectangulum in Quadratum æquale commutare. ibid.
CAPVT VII. De uſu linearum *Polymetrarum* in ſolidis augendis, minuendis, permutandis; ſive *Problemata Metamorphotica* ſolidorum. 395
PROBLEMA I. Datum corpus in data proportione augere, vel minuere. ibid.
II. Datis duobus ſolidis ſimilibus, invenire eorum proportionem mutuam. 396
III. *Propoſitis* quotlibet ſolidis ſimilibus, conſtituere unum omnibus æquale ac ſimile. ibid.
IV. Dato ſolido regulari, invenire alia diverſorum nominum æqualia, ſeu æquè capacia. 397
V. Datæ Sphæræ inſcribere quinque corpora regularia; ſeu dato Corpori regulari Sphæram circumſcribere. 398
VI. Dato pondere unius globi, invenire pondus alterius inæqualis ex eadem materia. ibid.
VII. Datæ pyramidi conſtituere æqualem & æquè altum conum, cylindrum, parallelepipedum. 399
VIII. Dato cono certæ altitudinis, conſtituere alium æquè capacem, ſed diverſæ altitudinis. ibid.
IX. Dato cylindro certæ altitudinis, conſtruere alium æquè capacem, ſed diverſæ altitudinis. 400
X. Dato Cylindro invenire parallelepipedum æquè altum & æquè capax. ibid.
XI. Dato Cylindro æqualem cubum efficere. ibid.
CAPVT VIII. De uſu linearum *Polymetrarum* in metallicorum corporum proportione, quoad molem & pondus invenienda; *ſive Problemata Statica.* 401
PROBLEMA I. Dato globo unius metalli, invenire alium alterius metalli, pondere æqualem. ibid.
II. Invenire proportionem metallorum quoad pondus. 402
III. Datâ diametro globi ferrei, invenire ejus pondus. ibid.

IV. Datâ

IV. Datâ diametro aliorum globorum metallicorum, invenire eorum pondera. 403
V. Pondus globi ex quocunque metallo, quem tormentum bellicum capit, cognoſcere. ibid.
VI. Datis duobus, aut quotlibet globis, invenire unum illis æqualem in mole. 404
VII. Datis duobus, aut quotlibet globis, invenire unum illis æqualem in pondere. ibid.
VIII. Dato globo ex duobus metallis mixto, invenire metallorum permixtionem. ibid.
IX. Datis diametris, aut lateribus duorum ſolidorum ſimilium, ſed diverſorum metallorum, invenire proportionem ponderum. ibid.
X. Dato pondere & magnitudine ſolidi metallici, invenire aliud ſimile diverſi metalli, quod habeat pondus datum. 405
CONCLUSIO OPERIS, in qua Pantometrum Kircherianum ad varios uſus accommodatur. 406

Errata Typographica.

PAg. 272. lin. 24. *τεχνȣ́ρημμα* pro *τεχνȣ́ργημα*. Pag. 286. in margine pro Iconiſmo XXVIII. ponatur Icon. XXV. Alia errata non appono, quia alia quæ Lectorem morentur, non reperi; quod Typothetæ acceptum refero, qui omnem adhibuit diligentiam ut Liber quàm correctiſſimè prodiret.

Ad Lectorem.

SPerabam Curſum Mathematicum, quem in calce Thaumaturgi phyſici adumbravi, proximè venturis nundinis autumnalibus in Lucem prodíturum; at propter magnum figurarum partim ligno, partim æri incidendarum numerum id fieri nequit ante paſchales ſubſequentes nundinas. Interim Ioco-Seria dabimus Naturæ & Artis, cum Prodromo in Mundum Mirabilem. Vale.

CATALOGUS LIBRORUM

à

P. GASPARE SCHOTTO è SOCIETAte Jeſu partim hactenus editorum, partim poſthac, ſi DEUS *vitam ac vires largietur, edendorum.*

LIBRI JAM EDITI.

I.

MEchanica Hydraulico-pneumatica, cum Experimento novo Magdeburgico. in 4to Herbipoli 1657.

II. Magiæ Univerſalis Naturæ & Artis PARS I. Optica. in 4to Herbipoli 1657.

III. Magiæ ejuſdem PARS II. Acuſtica. in 4to Herbipoli 1657.

IV. Thaumaturgus Mathematicus, Sive Magiæ ejuſdem PARS III. Mathematica. in 4to Herbipoli 1658.

V. Thaumaturgus Phyſicus, Sive Magiæ ejuſdem PARS IV. Phyſica. in 4to Herbipoli 1659.

VI. Pantometrum Kircherianum, ſive Inſtrumentum Geometricum novum. in 4to Herbipoli 1660.

Omnes proſtant venales Francofurti ad Mœnum, apud viduam & Hæredes Ioannis Godefridi Schönvvetteri.

LIBRI POSTHAC EDENDI.

I. Ioco-Seria Naturæ & Artis. in $8.^{vo}$

II. Prodromus in Mundum Mirabilem, ſive Itinerarium

Exſta-

Exſtaticum Kircherianum Præluſionibus & Scholiis illuſtratum. in 4.to

III. Curſus Mathematicus, ſive Abſoluta omnium Mathematicarum Diſciplinarum Encyclopædia, in libros XXV. digeſta. in fol.

IV. Phyſica Curioſa, ſive Mirabilia Naturæ.

V. Technica Curioſa, ſive Mirabilia Artis.

VI. Mundus Mirabilis, quo Mundi opificium atque ſtructura, præcipuarumque ejus partium forma, locus, magnitudo, diſtantia à ſe invicem, & inter ſe ſymmetria atque proportio &c. explicatur. in fol.

VII. Dictionarium Mathematicum.

VIII. Compendium Curſus Mathematici.

IX. Mechanica Univerſalis, ſive Thaumaturgus Mechanicus.

X. Horographia Univerſalis.

Ex his, tria priora Opera ſunt jam abſoluta, & prælum exſpectant. Phyſica Curioſa ex parte etiam confecta eſt, pars reliqua jam elaboratur. Dictionarium Mathematicum, & Compendium Curſus noſtri Mathematici, ſi alius quiſpiam conſcribere velit, lubens cedam, operamque quam potero, impendam. Mechanicam & Horographiam Univerſalem tunc conſcribam, quādo reperero qui ſumptus faciat: magnorum enim ſumptuum erit utrumque opus, ob magnum ſchematum apparatum.

Multa alia Opera mente deſtinavi, quæ aliàs, ſi ſuperſtes fuero, propalabo.

***

Ad

Ad Bibliopegum.

ADvertat Bibliopegus, ut Iconiſmos omnes æri inciſos ponat è regione illarum paginarum, quarum numerus in capite ſingulorum eſt adſcriptus.

Der Buchbinder ſolle die Kupffer alſo in das Buch hefften / daß ſie gegen denen Blättern gewendet ſeyn / welcher Zahl oben an einem jeden Kupffer verzeichnet iß.

SPECIAL 87-B
4817

THE GETTY CENTER
LIBRARY